

Construction du nombre



Math **É** sciences31

Pôle Maternelle

Animation pédagogique
octobre 2017



2 7 3

Le contenu

Apports théoriques

- Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?
- Pourquoi et comment enseigner le nombre à l'école maternelle ?
- Des gestes professionnels

Ateliers

- Situations jouées en classe. Quels éléments de progressivité ? Quelles compétences visées ?
- Des situations pour aller plus loin

Mise au point :

- Bande numérique à l'école maternelle
- Lexicale
- Variation de la langue maternelle
- Affichages

Les programmes 2015

Des ressources

Ressources didactiques et pédagogiques

- Diaporama en pdf
- bibliographie
- descriptif et mise en commun des ateliers
- autres situations ayant les mêmes objectifs
- matériel photocopiable pour les ateliers
- Points essentiels de la construction du nombre et mise au point lexicale

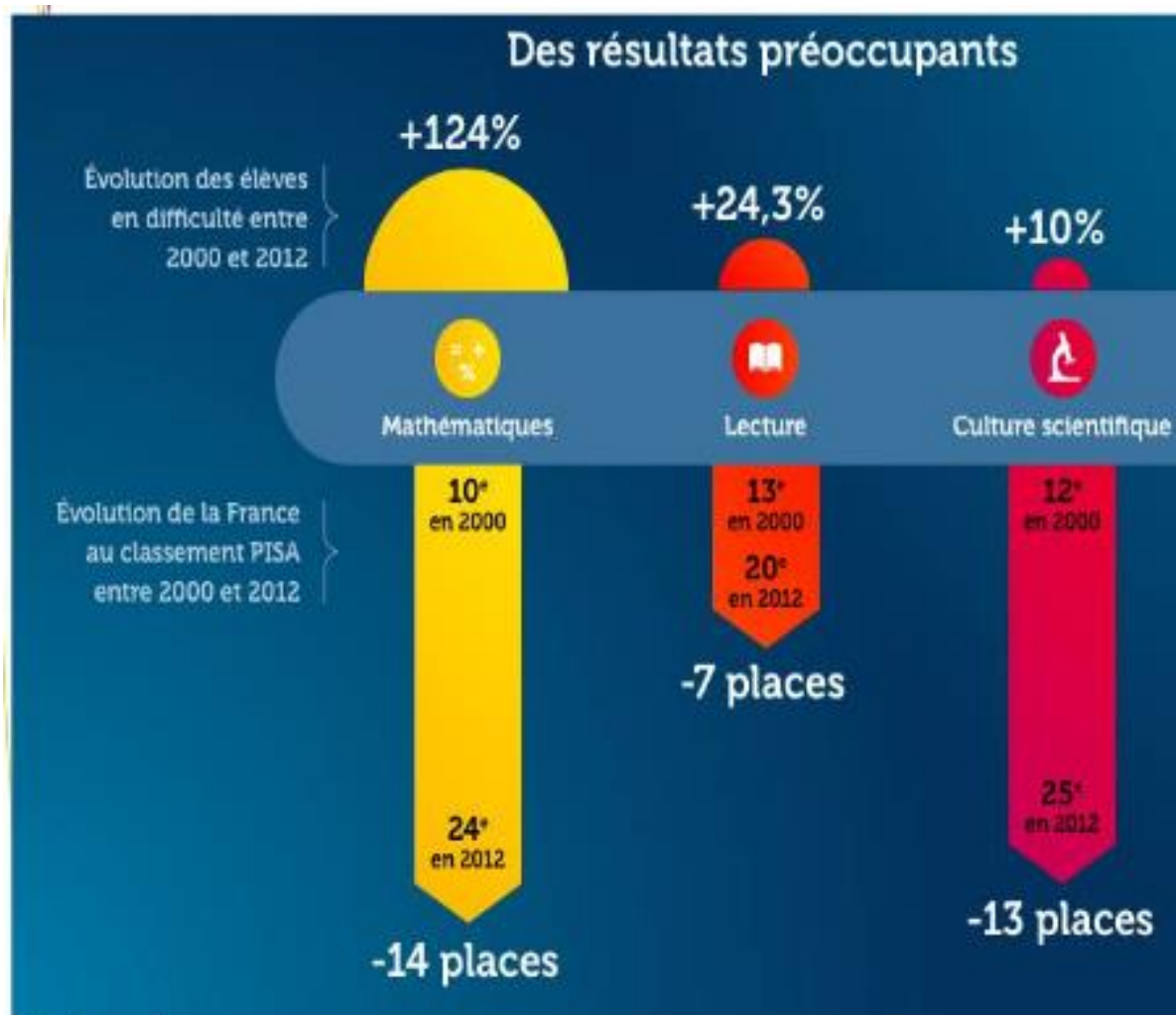
Construction du
nombre



2 7 3

PISA

des résultats préoccupants face à la
résolution de problèmes !



Construction du nombre

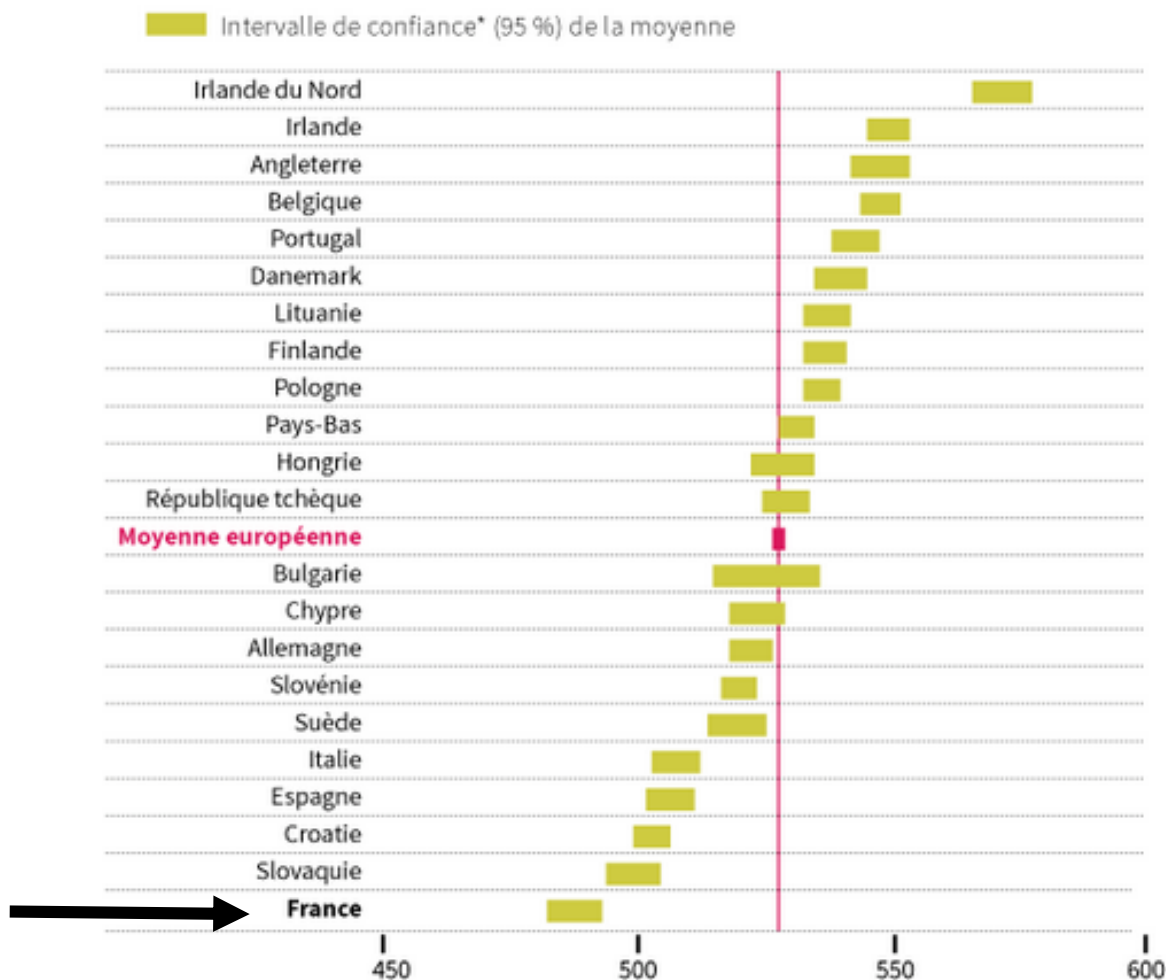


2 7 3

Enquête internationale Timss

(rendue publique mardi 29 novembre)

Elle décrit une chute des performances en terminale S et de lourdes difficultés en CM1.



4 870 élèves français de CM1 ont participé à l'évaluation internationale TIMSS qui a réuni 49 pays en 2015. En moyenne, ils ont obtenu un score de 488 points en mathématiques.



- Quand on vous dit « construction **du nombre** » quel mot vous vient de suite à l'esprit ?

Citez une difficulté majeure pour vos élèves pour la construction du nombre.



2 7 3

SAVOIR COMPTER SUFFIT ?

« Lorsqu'un élève sait compter loin dans le contexte de la tâche « Combien y a-t-il... », cela n'assure d'aucune façon qu'il comprend les premiers nombres. »

R. Brissiaud

Sarnecka et Carey (2008)

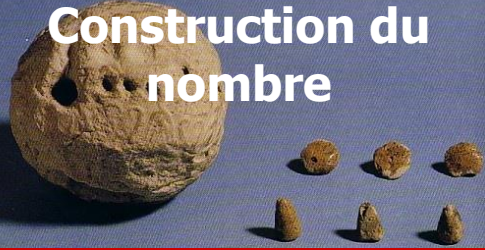
Population : 67 enfants entre 2 ans ; 10 mois et 4 ans ; 3 mois

« Combien y a-t-il... » (10 unités)

Il y a 53 enfants qui réussissent jusqu'à 10
53 enfants

	6 enfants	8 enfants	5 enfants	34 enfants
« Donne-moi 2 jetons »	R	R	R	R
« Donne-moi 3 jetons »	E	R	R	R
« Donne-moi 4 jetons »	E	E	R	R
« Donne-moi 5 jetons »	E	E	E	R
« Donne-moi 6 jetons »	E	E	E	R

Construction du nombre



Mises au point :

1. Lexique

2. Quelles représentations du nombre ?

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Mises au point : 1. Lexique

Activité : associer le mot à sa définition

compter
surcompter
décompter
dénombrer
énumérer
numéroter...

**PUIS TRIER ; CLASSER ;
RANGER**

LEXIQUE

- **Compter** : réciter la comptine numérique.
- **Surcompter** : réciter la comptine à partir d'un nombre donné différent de 1.
- **Décompter** : réciter la comptine à l'envers à partir d'un nombre donné.
- **Dénombrer** : attribuer à une collection un symbole qui permet de conserver la mémoire de son cardinal (le nombre d'éléments).
- **Enumérer** : passer en revue une fois et une seule chaque élément d'une collection.
- **Numéroter** : associer un numéro à chaque élément d'une collection

Construction du nombre



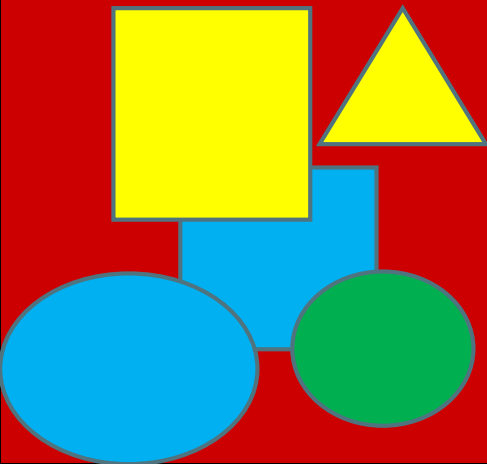
2 7 3

Mises au point :

1. Lexique

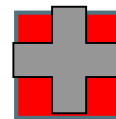
2. Quelles représentations du nombre ?

3. Quelles procédures de dénombrement ?

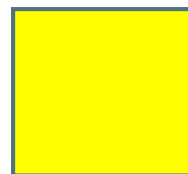


TRIER, CLASSER, RANGER

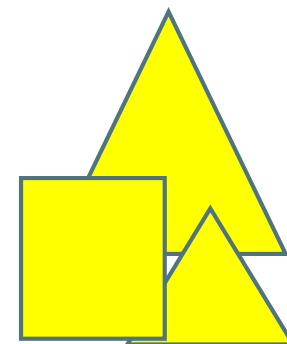
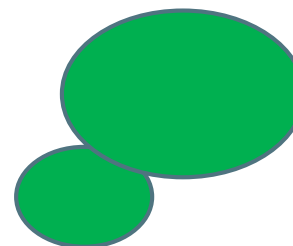
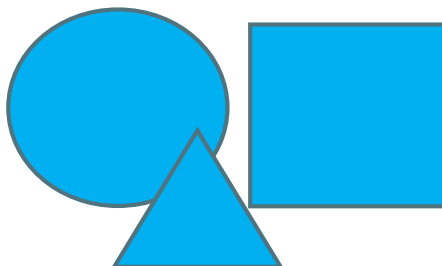
Trier : répartir selon un critère unique :
binaire
triangle oui ou non



Ranger : ordonner les objets selon un critère
du plus petit au plus grand



Classer : regrouper les objets selon un
critère commun : *la couleur, la forme*



Construction du nombre



2 1 3

Mises au point :

1. Lexique

2. Quelles représentations du nombre ?

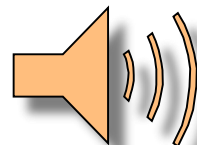
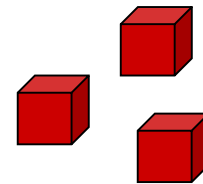
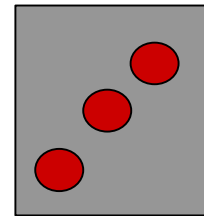
3. Quelles procédures de dénombrement

2. Quelles représentations du nombre ?

Exemple du triple code : petits nombres

Représentation analogique

- collection
- configurations de doigts
- constellations



/trois/

Code verbal

3

trois

Représentation symbolique

Construction du nombre



2 7 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

3. Quelles procédures de dénombrement ?



Donne-moi 4 lapins !



Subitizing



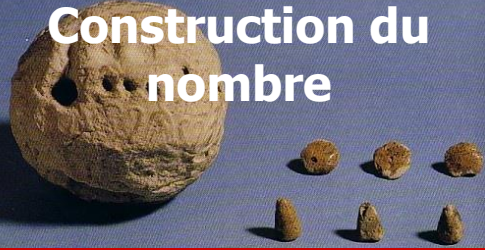
Comptage-numérotage



Comptage-dénombrement



Construction du nombre



2 1 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing

Comptage-numérotage

Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

1. Subitizing

« Reconnaissance "instantanée" de petites quantités ».

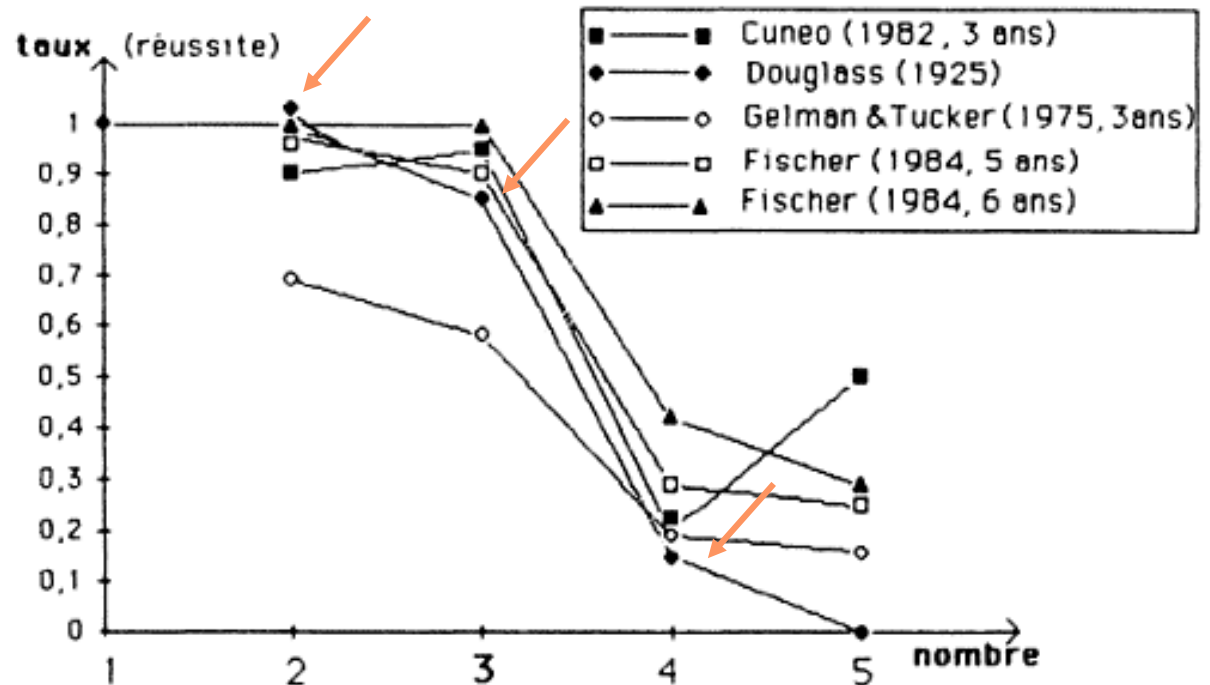


Figure 1 — Taux des réussites en fonction du nombre

Construction du nombre



2 1 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

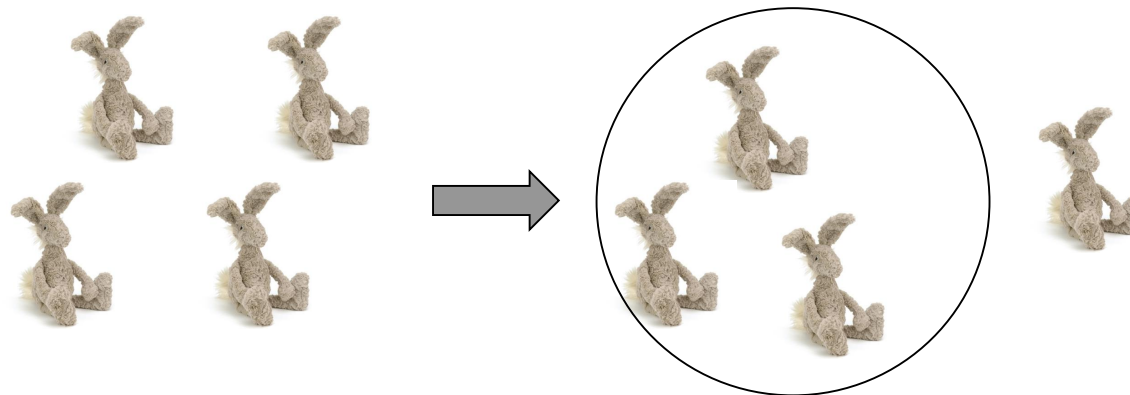
Subitizing

Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

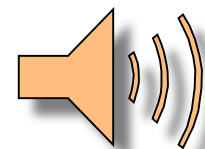
4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

1. Subitizing

C'est sur cette compétence précoce qu'il faut s'appuyer :
4 c'est 3 et encore 1.



Très tôt, l'enfant sait que certaines collections ont la même quantité par perception globale.



/trois/

Construction du nombre



2. Le comptage-numérotage

Apport de la recherche depuis 2008 (Rémi Brissiaud)

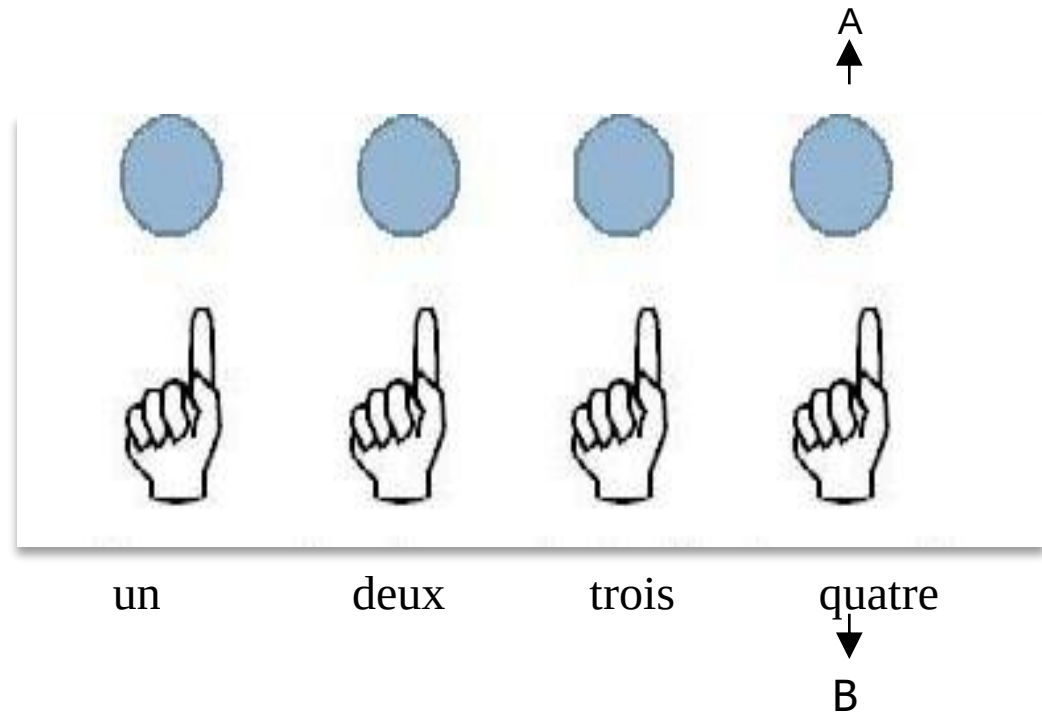
OBSTACLE ! confusion entre la représentation de la quantité par **une collection de numéros** et **l'accès au nombre**

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?



Construction du nombre



2 1 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

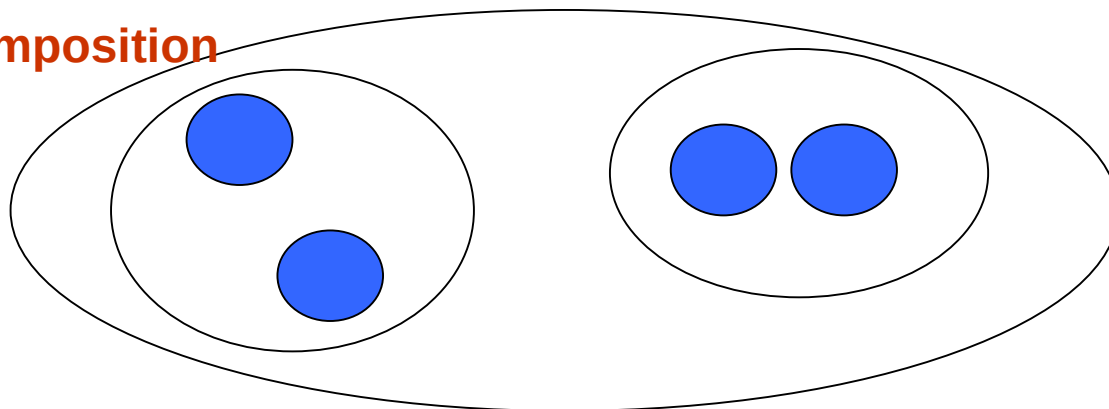
3. Le comptage-dénombrement

Apport de la recherche depuis 2008 (Rémi Brissiaud)

Rôle fondamental de l'accès aux stratégies de :

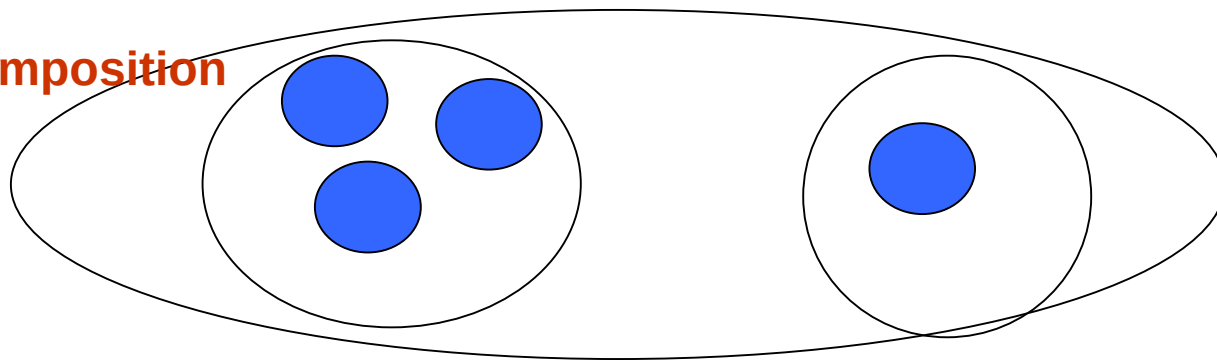
2 et encore 2 : c'est 4

composition



4 c'est : 3 et encore 1

décomposition



Construction du nombre



2 7 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

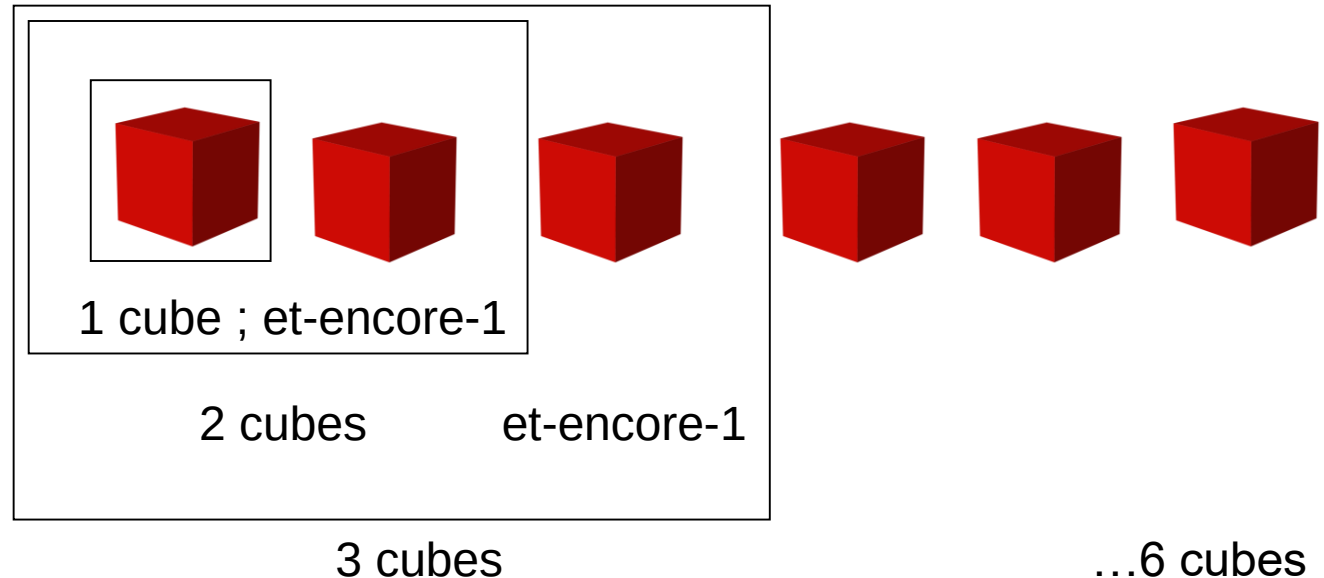
Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

3. Le comptage-dénombrement

Apport de la recherche depuis 2008 (Rémi Brissiaud)

**Rôle fondamental de l'accès à ce qu'on appelle
l'itération de l'unité :**



**Seul un tel “comptage-dénombrement”
permet d’accéder au « nombre de cubes ».**

Construction du nombre



2 1 3

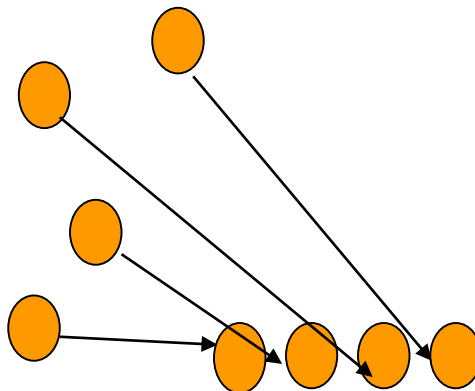
Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

Geste professionnel (Rémi Brissiaud)



« un
pion
»

« et
encore un,
deux
pions »

« et
encore un,
trois
pions »

« et
encore un,
quatre
pions »

Si les objets sont
déplaçables



Si les objets
**ne sont pas
déplaçables,**
on peut les
cacher

« un
pion
»

« et
encore un,
c'est
deux »

« et
encore un,
c'est
trois »

« et
encore un,
c'est
quatre »

Dans ces deux cas, les mots-nombres utilisés réfèrent à **des quantités** et non à des numéros.

Construction du nombre



2 7 3

Mises au point :

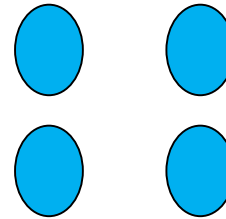
3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

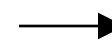
4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

De la perception globale au comptage

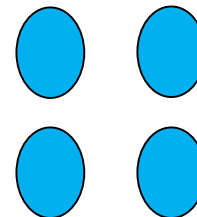
Ce travail va permettre : de **conserver l'idée de totalité**



J'en vois 4



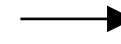
Perception globale



1,2,3,4



Comptage



**Application du
principe cardinal**

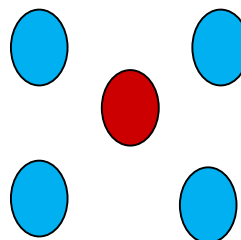
J'ai compté jusqu'à 4,
ça veut dire qu'il y en a 4

Construction du nombre



2 7 3

De la perception globale au concept de nombre ...vers **la relation** (comparaison et calcul)



Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

5 c'est 4 et encore 1
4 et encore 1 ça fait 5

Pour aller du 4 au 5,
on **ajoute** 1

Pour aller du 5 au 4,
on **enlève** 1

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer : quelles compétences à construire ?

Ce travail permet la comparaison
et la relation entre les différentes pluralités

Construction du nombre



2 1 3

Mises au point :

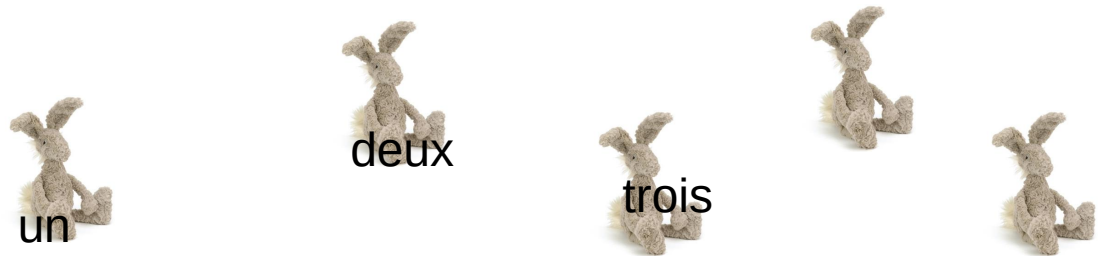
4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

4. Dénombrer : quelles compétences à construire ?

LES CINQ PRINCIPES DE GELMAN ET GALLISTEL (1980)

1- Principe de correspondance nombre-objet

Enumérer : un mot par geste, pas plus, pas moins



2- Principe de suite stable

Les mots nombres doivent être toujours récités de la même façon sans ajout, sans oubli

Un, deux, trois, quatre, cinq...

Construction du nombre



2 1 3

3 - Principe de l'indifférence de l'ordre

Les objets peuvent être comptés dans n'importe quel ordre



4 - Principe cardinal

Le dernier mot prononcé réfère à l'ensemble



Mises au point :

4. Dénombrer :
quelles difficultés ?

5 - Principe d'abstraction

La nature des objets à compter n'a pas d'importance



un



deux



trois

Construction du nombre

2 7 3

Comment enseigner le nombre à l'école maternelle ?

ateliers



► situations jouées en classe

Niveau 0 (estimation d'une quantité) : bac à glaçons et cubes

Niveau 1 (1 à 3) : Petits suisses-jetons (doigts)

Niveau 2 (1 à 5) : voitures-garages (constellations)

Niveau 3 (1 à 10) : pingouins-îlots (paniers)

Niveau 4 (1 à 10) : bateaux-passagers (1 pour 2)

Construction du nombre



Comment enseigner le
nombre à l'école
maternelle ?

Quelques exemples d'affichages en classe

Les sacs à compter

1



2



Assez - pas assez - trop

ASSEZ



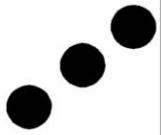
PAS ASSEZ



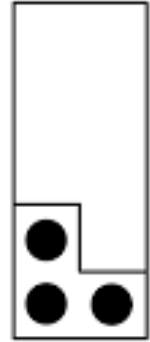
TROP



3

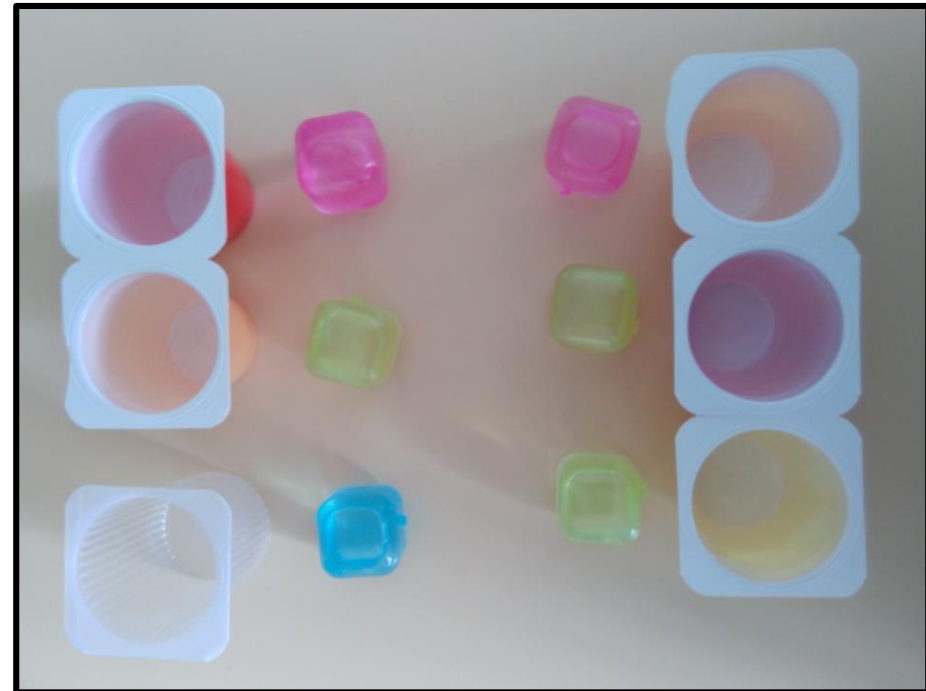


3



3 c'est
1 et 1 et encore

3 c'est 2 et encore 1



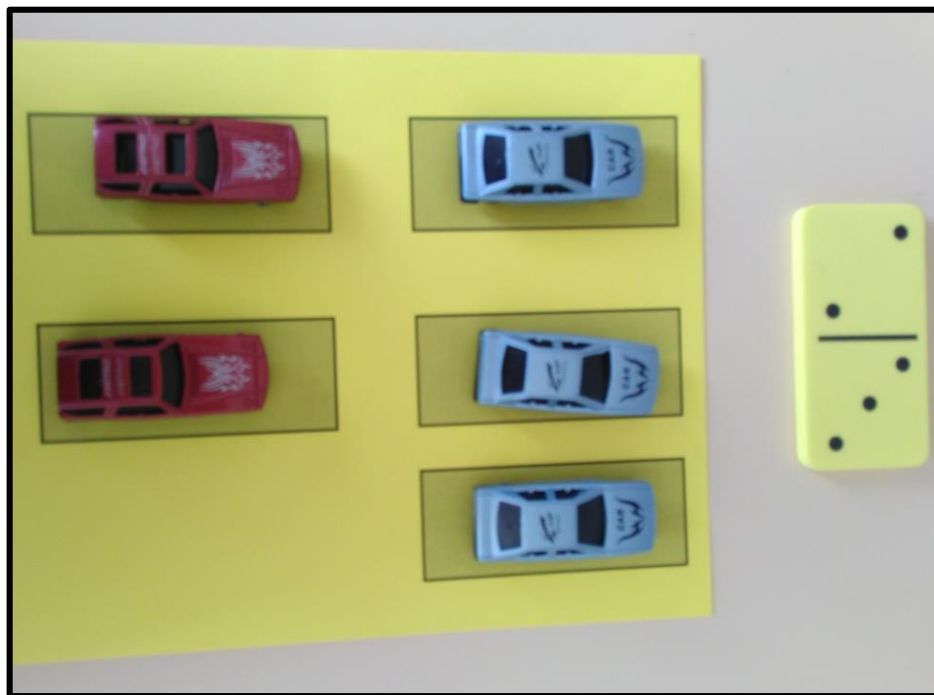
5



5

5 c'est 3 et encore 2

5 c'est 4 et encore 1



Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité
a-t-elle construit
le concept du nombre ?

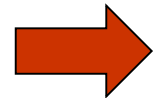
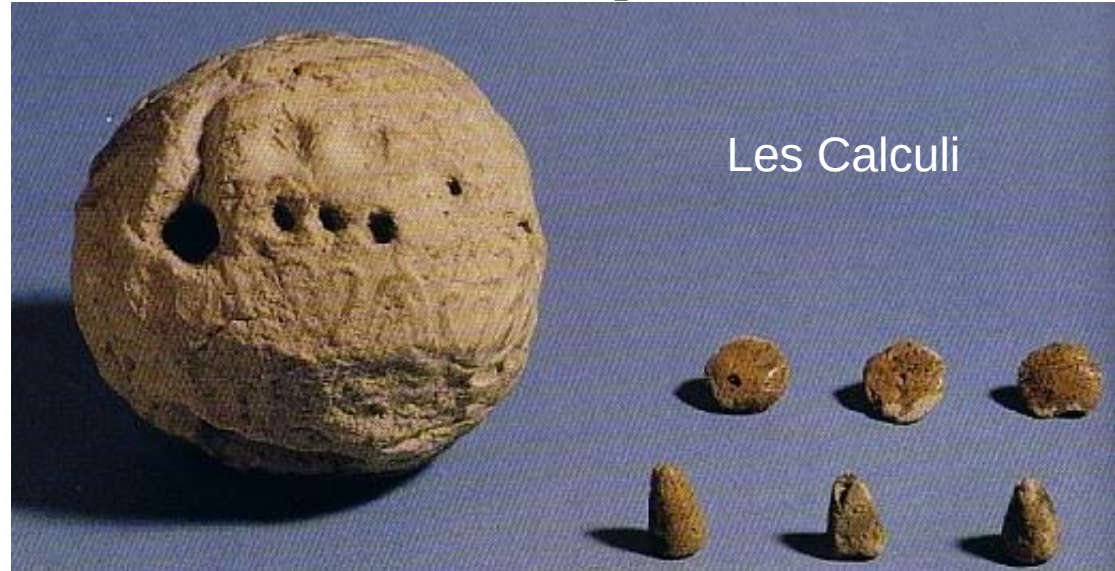
Calculi

conservation de la
mémoire d'une quantité

Garder la mémoire
d'une position

Anticiper

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?



Construction intellectuelle pour faciliter la
résolution de certains problèmes pratiques
rencontrés.

1. Conserver la mémoire de la quantité
2. Garder la mémoire de la position
3. Anticiper

Le lien avec les ateliers ?

Construction du nombre

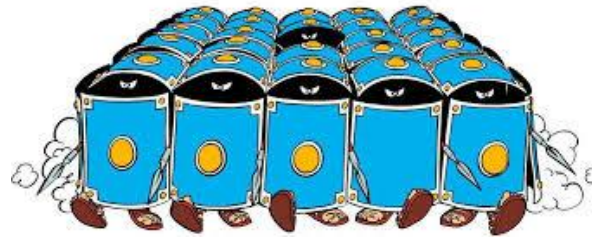


2 7 3

1. Conserver la mémoire d'une quantité

► besoin d'**évoquer une quantité** sans devoir exhiber la collection correspondante.

Vérifier la stabilité ou non dans le temps d'une quantité.



Effectifs d'une armée entre le début et la fin d'une bataille

Pourquoi l'humanité
a-t-elle construit
le concept du nombre ?

Calculi

conservation de la
mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une
position

Anticiper

Construction du
nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité
a-t-elle construit
le concept du nombre ?

Calculi

conservation de la
mémoire d'une
quantité

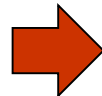
Garder la mémoire
d'une position

Anticiper

1. Conserver la mémoire d'une quantité



► Besoin de **garder une trace d'une collection** dont le cardinal dépend d'une collection donnée et ce, y compris en l'absence de cette dernière. (commerce)



**Le nombre est inventé pour éviter la manipulation
lorsque celle-ci devient trop pénible. Souci
d'économie !**

Construction du nombre



Grandeurs et quantités

2 7 3



?



Pourquoi l'humanité
a-t-elle construit
le concept du nombre ?

Calculi

conservation de la
mémoire d'une
quantité

Garder la mémoire d'une
position

Anticiper



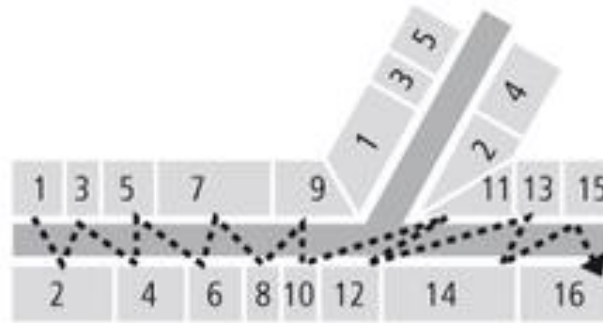
Construction du nombre



2 7 3

2. Garder la mémoire d'une position

► besoin **de conserver la mémoire d'une position** pour :



Reconstituer l'ordre dans lequel étaient rangés des objets

12 Bis

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

Calculi

conservation de la mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une position

Anticiper

Chambre 342

Repérer un lieu dans un espace



Situer un événement au cours de l'année
(listes des jours)

Construction du nombre



2 7 3

2. Coder une information



04 91 17 54 54

Pourquoi l'humanité
a-t-elle construit
le concept du nombre ?

Calculi

conservation de la
mémoire d'une quantité

Garder la mémoire
d'une position

Anticiper



Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité
a-t-elle construit
le concept du nombre ?

Calculi

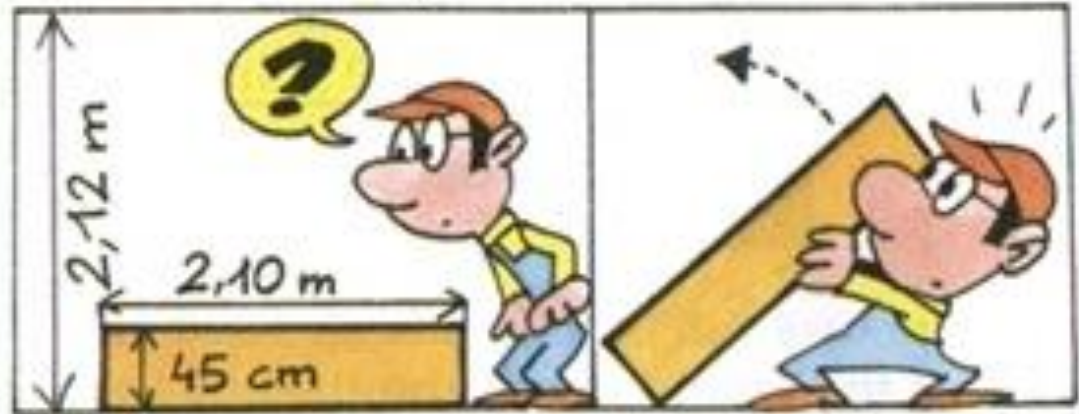
conservation de la
mémoire d'une quantité

Garder la mémoire
d'une position

Anticiper

3. Anticiper

Le nombre va permettre d'anticiper certains résultats relatifs
à des collections en l'absence de celles-ci :



Ainsi le concept de nombre permet de **penser le monde**
avant d'agir dessus. Le nombre doit servir à se libérer des
actions matérielles et à les penser.

Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

Calculi

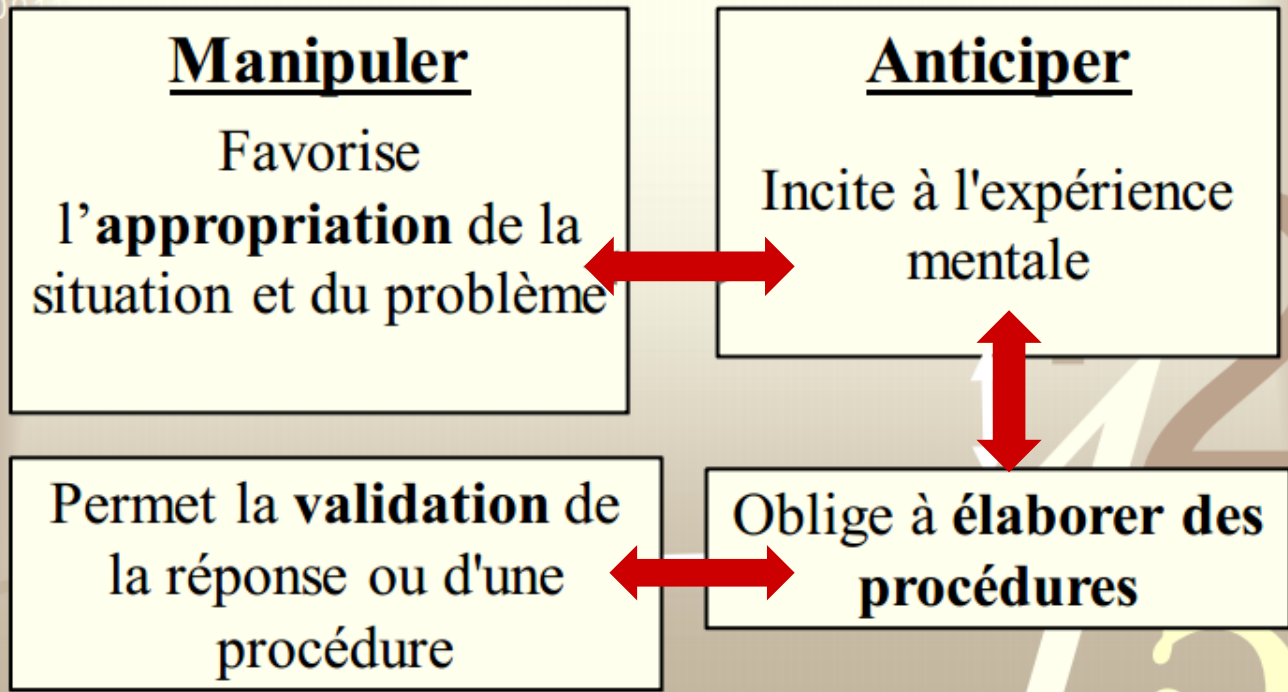
conservation de la mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une position

Anticiper

ANTICIPER / VALIDER

aspect essentiel de ce type de situation



Construction du
nombre



2 7 3

Pourquoi enseigner le nombre à l'école maternelle ?

Apprendre les outils de pensée construits par
l'homme



Construire l'autonomie des élèves face à des
problèmes pratiques

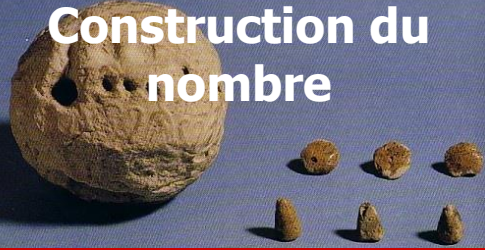
L'étude des nombres



La résolution de problèmes à l'aide des nombres

Pourquoi enseigner le
nombre à l'école
maternelle ?

Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi enseigner le nombre à l'école maternelle ?

L'ifé a repéré
quatre **problèmes** sociaux de référence
transférables à l'école

- 1- mémoriser une quantité
- 2- mémoriser une position
- 3- comparer des collections
- 4- anticiper le résultat d'une action sur une ou plusieurs collections.



habillages

Construction du nombre



2 7 3

Mises au point ?

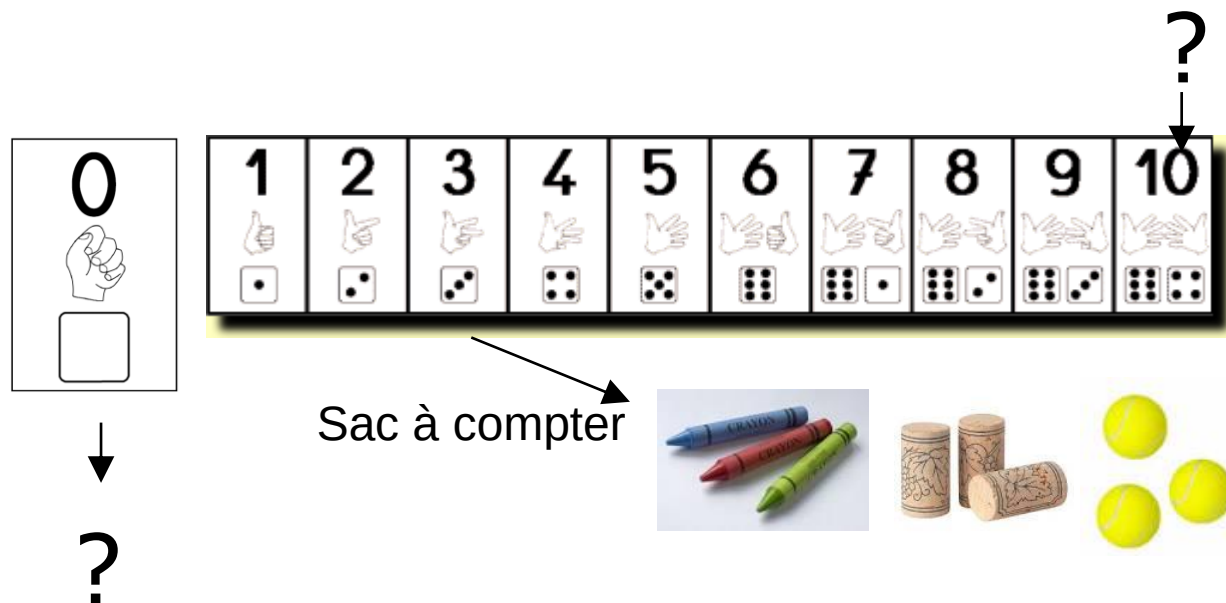
Bande numérique

Comptines

Activités ritualisées

Langue maternelle

La bande numérique, quel affichage ?



0 1 2 3 4 5



Niveaux d'organisation de la chaîne numérique (selon Fuson)

La chaîne chapelet

(avant 3 ans)

Un savoir par cœur **inutilisable**, un groupe de souffle monobloc, sans représentation mathématique
« Undeuxtroidesquatrecinq »

La chaîne insécable

(maternelle)

Chaîne dont la segmentation et sa liaison aux quantités sont conscientes mais qu'on ne peut pas encore dissocier.
L'élève est toujours obligé de repartir de 1 « Un deux trois quatre cinq... »

La chaîne sécable

(maternelle)

C'est quand l'enfant peut établir des liaisons numériques **à partir de n'importe** quel nombre de cette chaîne, dans sa zone stable et exacte.

La chaîne terminale (ou dénombrable)

(fin GS/CP/CE1)

Chaîne totalement malléable et complètement automatisée : elle est **utilisable dans tous les sens**, il n'y a plus de problèmes pour circuler dans cette chaîne.

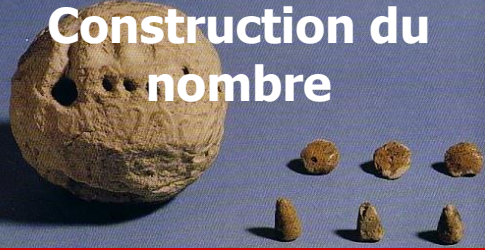
TYPOLOGIE DES COMPTINES

Répétitives sans segmentation	J'ai fait une pirouette, [undeuxtroisquatrecinqsixsept],
Segmentation par 3	[undeuxtrois] nous irons au bois
Segmentation par 2	[undeux] voilà les œufs
Segmentation par 1	[un] nez, [deux] nez, [trois] nez
Cumulative	[un] elle a un œil brun [undeux] elle a des plumes bleues
Anti-cumulative	[undeuxtroisquatrecinqsixsept] j'ai des trous à mes chaussettes, [undeuxtroisquatrecinqsix] j'ai mangé l'écrevisse
À l'envers	Dans la forêt du dolmen vert, il y a [dix] ours qui marchent à l'envers, [neuf] petits daims plein de lumière [...] et [zéro] sorcière
Segmentation par dix	Qui compte jusqu'à dix? C'est Alice ; qui compte jusqu'à vingt? C'est Germain
Augmentation par ajout de plusieurs éléments	J'ai une main, elle a cinq doigts, en voici deux, en voici trois.

Conseils, pistes d'utilisation et exploitation numérique

- L'apprentissage de la comptine numérique est une activité numérique en soi.
- La comptine est :
 - dite et répétée à l'oral
 - mimée, (égrenée, jeux de doigts)
 - vécue corporellement (danse, déplacements ...)
 - illustrée (livres à compter, affiches, productions sonores, vidéos)
 - s'appuie sur des représentations (triple code)

Construction du
nombre



2 7 3

Mises au point ?

Bande numérique

Comptines

Activités ritualisées

Langue maternelle

2- Les activités ritualisées, quels
objectifs ?

Exemple d'activité ritualisée collège français New-York





2 1 3

Mises au point ?

Bande numérique
Comptines
Activités ritualisées
ritualisées
Langue maternelle

Variations de la langue maternelle

“Regarde, il y a trois chats”
“Look, they are three cat**s**”

“un chat” - “un chat”

“one cat” - a cat

Lever l’ambiguïté :

Il y a trois chats, deux chats, **un** chat



“Il y a un**e** vache.”

“There is one cow.”

onze - douze - treize

Construction du nombre



2 1 3

Bulletin officiel de l'éducation nationale

Bulletin officiel spécial
n° 2 du 26 mars 2015
**Programme
d'enseignement
de l'école maternelle**

Arrêté du 18-2-2015
J.O. du 12-3-2015



Le nouveau programme 2015

1. Mobiliser le langage dans toutes ses dimensions

2. Agir, s'exprimer, comprendre à travers l'activité physique

3. Agir, s'exprimer, comprendre à travers les activités artistiques

4. Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

5. Explorer le monde

Construction du nombre



2 7 3

Le nouveau programme
2015

Bulletin officiel de l'éducation nationale

Bulletin officiel spécial
n° 2 du 26 mars 2015
**Programme
d'enseignement
de l'école maternelle**

Arrêté du 18-2-2015
J.O. du 12-3-2015



Des malentendus

- Penser / laisser penser que compter c'est dénombrer.
- Imaginer que l'on progresse en augmentant la quantité étudiée.
- Avec les temps d'activités annexes trop importants : découper, coller, compter... qui éloignent des mathématiques, les élèves ne sont plus dans l'acquisition, mais dans l'activité.
- La « perception des nombres » est naturelle, le passage au symbolique ça s'apprend.

Construction du nombre



2 7 3

Le nouveau programme
2015

Découvrir les nombres et leurs utilisations

référence BO point 4.1

Construire le
nombre pour
**exprimer les
quantités**
(usage cardinal)

Utiliser le nombre
pour **désigner un
rang, une position**
(usage ordinal)

Construire des
**premiers savoirs
et savoir-faire**
avec rigueur

Stabiliser la
connaissance des
petits nombres

Construction du nombre



2 1 3

Le nouveau programme
2015

Les attendus à la fin
de l'école maternelle

Les attendus à la fin de l'école maternelle :

Utiliser les nombres

- **Évaluer et comparer des collections** d'objets avec des **procédures numériques ou non numériques**.
- Réaliser une collection dont le **cardinal** est donné. Utiliser le **dénombrement** pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- Utiliser le nombre pour exprimer la **position** d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- Mobiliser des **symboles analogiques, verbaux ou écrits**, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.

Construction du
nombre



2 7 3

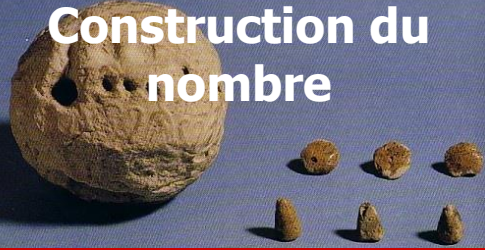
Evaluer

Évaluer

Évaluer de manières variées : par des actions, des gestes, des dessins, des photos. L'enseignant ne doit pas chercher trop rapidement les mots et les formulations « canoniques » des adultes.

Viviane Bouysse, IGN : « *Valoriser l'observation en situation comme forme d'évaluation. Développer une approche positive en mettant en valeur d'abord les acquis et les progrès.* »

Construction du
nombre



Merci de votre attention

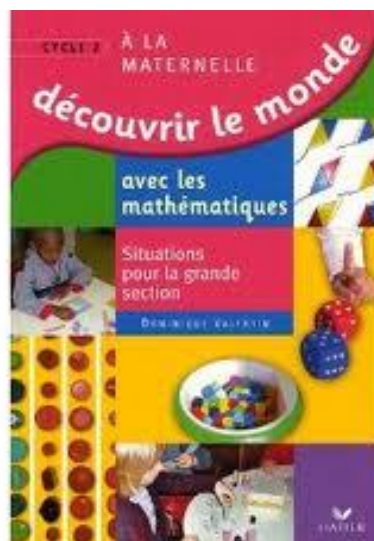
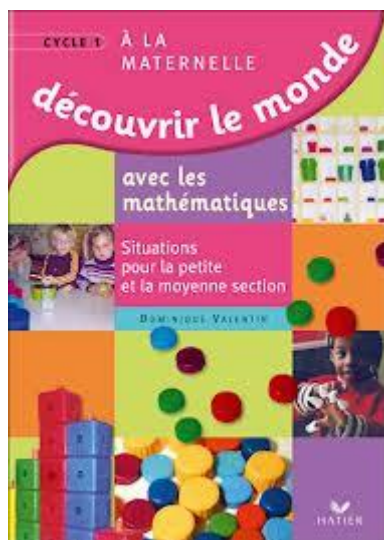
2 7 3

Ce qui compte
ne peut pas toujours être compté,

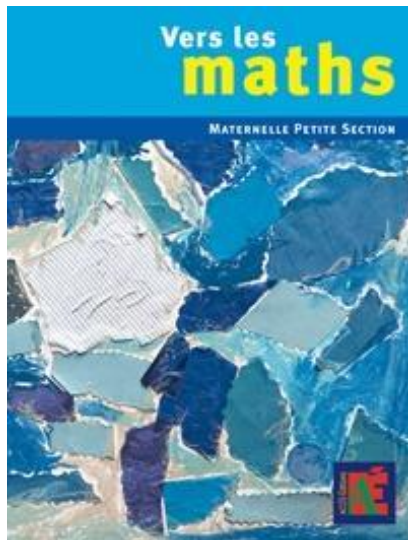
et ce qui peut-être compté
ne compte pas forcément.

Albert Einstein

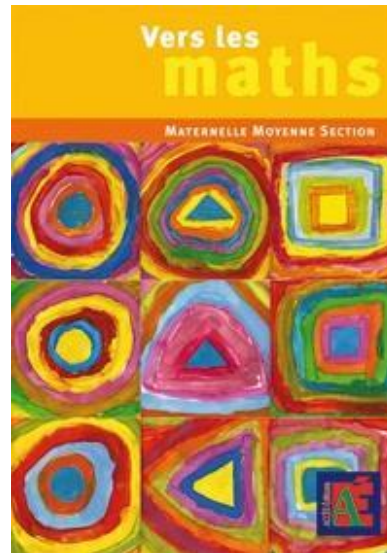
Bibliographie



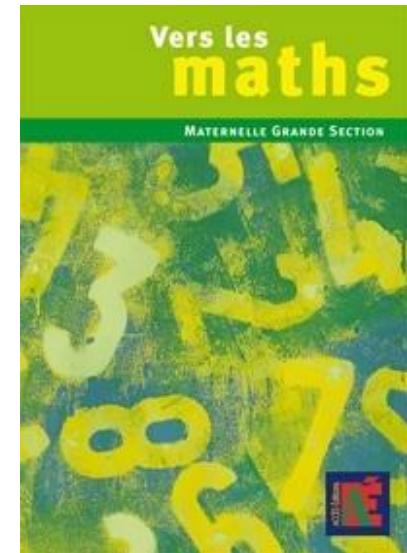
- **Découvrir le monde avec les mathématiques : situations pour la PS et la MS et situations pour la GS,** Dominique Valentin, Hatier
- **Apprentissages numériques et résolution de problèmes,** ERMEL, Hatier



PS



MS

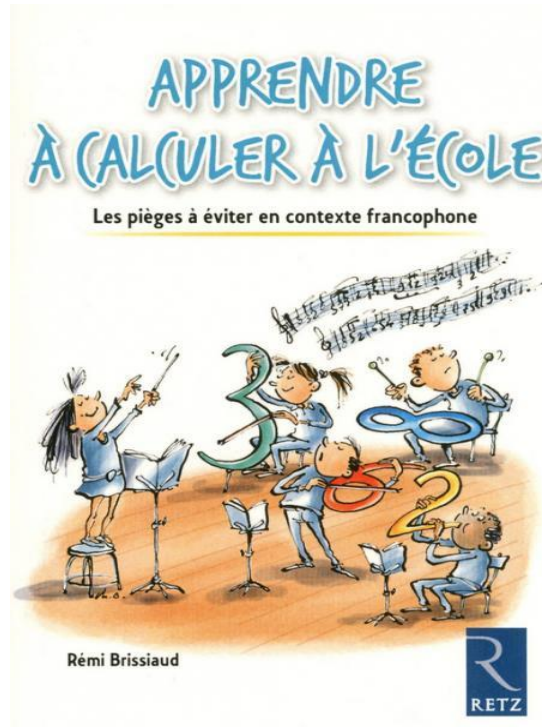


GS

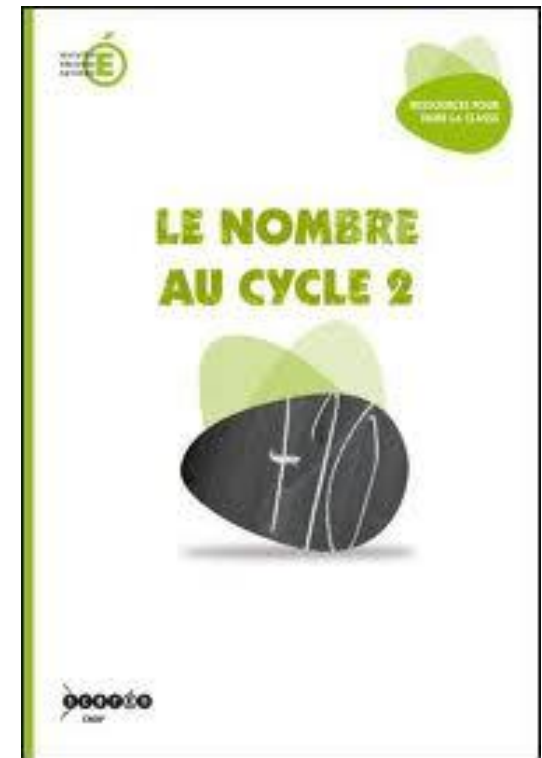
Vers les maths, maternelle, éditions Accès



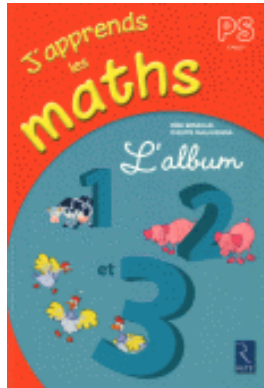
Premiers pas vers les maths – Les chemins de la réussite à l'école maternelle, Rémi Brissiaud, Retz



Apprendre à calculer à l'école – les pièges à éviter en context francophone, Rémi Brissiaud, Retz



Le nombre au cycle 2, Mathématiques, Ressources pour faire la classe, SCEREN



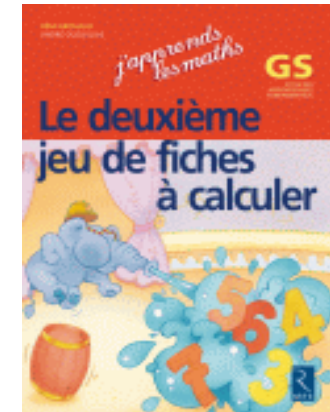
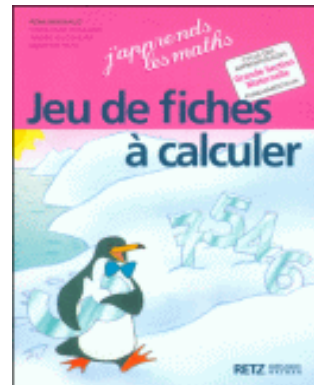
PS



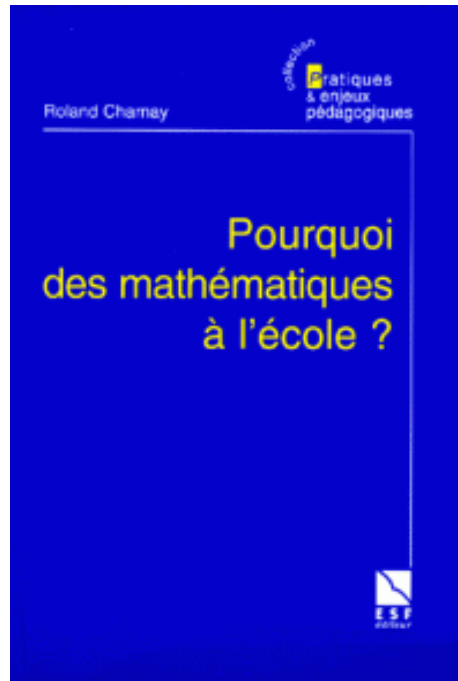
GS



MS-GS



J'apprends les maths, Rémi Brissiaud (PS, MS et GS), RETZ



Pourquoi des mathématiques à l'école ?

Roland Charnay

ESF