

CNESCO - CONFÉRENCE DE CONSENSUS – NOMBRES ET OPERATIONS

Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire

Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire - De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire

Extraits

Dans les manuels de CM1 les fractions sont toujours introduites avant les décimaux, lesquels sont présentes comme l'écriture (a virgule) d'une fraction décimale. Cependant, selon les manuels, les fractions sont abordées a des moments plus ou moins précoces de l'année (cela va d'octobre à février), l'écart entre cette introduction et celle de l'écriture a virgule pouvant quant à lui aller de deux jours a trois mois. En outre le nombre de séances consacrées aux fractions et décimaux varie de 6 à 21, avec une répartition non homogène du nombre de séances entre celles qui précèdent et celles qui suivent l'introduction de l'écriture à virgule.

Si la plupart des éditeurs ont conservé une "organisation linéaire" prévoyant le déroulement chronologique des séances du début à la fin de l'année scolaire, on constate que des éditeurs optent également pour une "organisation du manuel par domaine". En d'autres termes, toutes les séances qui concernent par exemple le domaine "*Nombres et Calcul*" sont regroupées sous un même onglet du manuel, laissant ainsi à l'enseignant le choix de l'organisation annuelle et le choix du rythme des séances. Toutefois, en comparant uniquement les manuels qui proposent une organisation linéaire, on remarque qu'il n'existe pas d'homogénéité entre les collections pour l'introduction de certaines notions.

La question de l'importance à accorder à la progression des séances liées a l'introduction des fractions puis des écritures a virgule reste d'actualité. Elle est soulignée dans l'un des documents de la collection. "Ressources pour faire la classe" développée par la Dgesco (MEN-CNDP, 2012, p.84) et elle se trouve confortée par les résultats aux évaluations nationales (Chesne, 2014, p.205) qui continuent à révéler des erreurs persistantes pour un certain nombre d'élèves.

On constate qu'au niveau CM1, selon les manuels utilisés, les élèves seront plus ou moins tôt dans l'année scolaire confrontés a l'écriture fractionnaire. [Dans les manuels étudiés], l'introduction de cette écriture varie entre la première période de l'année scolaire et la quatrième période. De même, la période d'introduction de l'écriture à virgule n'est pas fixe. Elle varie entre la fin de la deuxième période, c'est-à-dire avant la fin du premier trimestre et le début de la cinquième période pour d'autres manuels.

Il ressort de cette approche que tous les élèves de CM1 ne sont pas tous exposés pendant la même durée a l'écriture fractionnaire et a l'écriture décimale. En revanche, la progression reste la même dans tous les manuels étudiés en commençant par l'apprentissage des fractions, en poursuivant avec les fractions décimales et en se terminant avec l'écriture à virgule.

Trois catégories de manuels peuvent être distinguées :

– les manuels qui alertent sur la désignation orale du nombre [...].

Ces manuels renvoient explicitement a la lecture de la partie décimale en employant les expressions liées aux quantités de l'unité (Par exemple 30,18 se lit trente unités et dix-huit centièmes).

– les manuels qui présentent l'écriture a virgule sans toutefois en mentionner explicitement une désignation orale. Dans ces manuels, il n'est pas indiqué de manière explicite comment se dit ou comment se lit le nombre décimal.

– les manuels qui prévoient une désignation orale sous la forme de juxtaposition de deux nombres entiers.

On relève des erreurs de définition de ces deux parties, entière et décimale, avec le risque de renforcer la confusion chez les élèves entre nombres entiers et nombres décimaux.

En référence aux travaux de Roditi (2002) (p.92), on peut souligner des expressions telles que le "déplacement de la virgule" qui renvoient à un automatisme susceptible de masquer les savoirs en jeu.

Peu de manuels proposent dans une même page les représentations d'un même nombre (écriture fractionnaire, écriture a virgule, désignation orale, représentation iconique, droite graduée). Ces représentations sont le plus souvent introduites sur différentes pages, de façon disjointe. Elles peuvent néanmoins coexister sur des pages de synthèses ou dans des fascicules annexes au manuel.

Conclusions : pour introduire la notion de nombre décimal (sous forme d'écriture a virgule), les 9 manuels de CM1 analysés prévoient le même ordre d'enseignement : fractions, fractions décimales, nombre a virgule. Toutefois, des divergences existent entre les manuels en ce qui concerne la répartition annuelle des séances spécifiquement réservées à ces "nouveaux nombres" ainsi qu'à l'articulation de ces savoirs entre eux. Des divergences sont également pointées entre les manuels : pour les désignations orales des nombres décimaux, pour certaines définitions (parties entière et décimale), pour des énoncés de règles (règles pour multiplier par 10, 100, 1000, : : :). Certains choix adoptés par les auteurs de manuels semblent même pouvoir conforter l'élève dans des représentations erronées du nombre décimal telles que la juxtaposition de deux nombres entiers séparés par une virgule.

Les travaux de recherche présentés lors de la conférence, notamment dans le champ de la psychologie développementale et cognitive, ont identifié trois grands moments clés de cet apprentissage :

- la conception des nombres, c'est-à-dire le passage d'un traitement intuitif et approximatif des grandeurs et des quantités à un traitement exact des nombres ; ce passage concerne essentiellement l'acquisition des premiers nombres chez les jeunes enfants, mais d'autres découvertes, comme l'existence de nouveaux nombres entre deux nombres entiers, interviennent plus tard ;
- la désignation des nombres dans un langage spécifique (oral) et dans un système universel (écrit)
- l'utilisation d'opérations arithmétiques sur les nombres pour résoudre des problèmes

Toutefois, les résultats d'études diverses et la confrontation d'expériences de terrain permettent de dégager quelques grands principes susceptibles d'orienter le travail des enseignants en amont des recommandations :

1. les élèves ont des connaissances qui proviennent de capacités innées et des expériences de la vie quotidienne (sens des quantités, ou des grandeurs comme la monnaie ou les longueurs, ou encore la notion de partage, d'un gâteau par exemple) ;
2. le langage oral est essentiel dans la désignation et le passage à la symbolisation des nombres³ (entiers, décimaux,...) ;
3. un formalisme prématuré nuit à la compréhension des nombres ; le recours à la manipulation et à l'expérimentation ne concerne pas seulement l'école maternelle, mais doit s'étendre à l'école élémentaire ;
4. l'acquisition de faits numériques⁴ et d'automatismes est nécessaire ;
5. l'acquisition de procédures (ex : effectuer une soustraction) et leur compréhension sont complémentaires ;
6. les activités cognitives impliquées dans le calcul mental et par le calcul effectué par écrit (calcul posé) ne sont pas de même nature⁵ ;
7. le report de l'enseignement de notions qui apparaissent difficiles aux enseignants (par exemple celui des décimaux qui est souvent reporté à la fin du CM1) et un temps d'enseignement réduit de ces mêmes notions dessert les élèves ;
8. l'utilisation de méthodes et de matériaux diversifiés est un moyen de répondre à la variété des cheminements d'apprentissage et de développement ; les textes de savoir (ce que les élèves ont à retenir) sont des moyens de rassembler et de synthétiser les processus individuels d'apprentissage et l'histoire collective de la classe.

Recommandations générales :

R1 - Les mathématiques doivent être présentées aux élèves comme des outils pour penser, résoudre des problèmes et faire face à des situations de la vie quotidienne.

R2 - La continuité et la cohérence de l'enseignement des mathématiques au travers des années, des cycles et des degrés doivent permettre aux élèves de construire des savoirs et savoir-faire qui s'enchaînent et s'intègrent harmonieusement tout au long de leur cursus d'apprentissage.

R10 - L'enseignant doit être attentif au fait que des compétences langagières et visuo-spatiales déficientes peuvent entraver l'acquisition des compétences numériques et des opérations sur les nombres. Varier les situations mathématiques et les modes de représentation du nombre permet de prendre en compte la variété des compétences et des styles cognitifs des élèves.

R11 - L'acquisition du système de numération décimale de position est fondamentale pour les apprentissages numériques.

Commentaires : Cet enseignement ne se limite pas à apprendre à écrire et à dire les nombres, mais s'attache à permettre une compréhension des aspects décimal et positionnel⁸. La maîtrise de ce système de numération passe par la manipulation exercée des nombres supérieurs à 100, faute de quoi l'élève ne peut accéder à la signification de la position des chiffres dans le nombre. Des recherches empiriques ont montré que la réussite dans l'apprentissage des décimaux est conditionnée par une bonne connaissance des nombres entiers. Les évaluations nationales renforcent ce constat : elles font apparaître des difficultés sur les décimaux dont on peut penser qu'elles sont le signe d'une construction insuffisante des nombres entiers (par exemple, les réponses erronées « $0,24 > 0,5$ » ou « $0,2 < 0,10$ » indiquent une compréhension incomplète du système décimal et de position).

R12 - L'étude des fractions précède celle des nombres décimaux, mais doit se limiter aux fractions simples (demi, tiers, quart...) et aux fractions décimales (dixièmes, centièmes...) dans le cas du fractionnement de l'unité.

Commentaires : Des travaux de recherche en didactique et en psychologie des apprentissages montrent l'utilité de s'appuyer sur les fractions pour donner du sens aux nombres décimaux, mais aussi que le traitement et la compréhension des fractions sont particulièrement difficiles pour les élèves. Dès lors, cet apprentissage ne doit pas être trop ambitieux à l'école primaire. Il sera limité à une maîtrise du fractionnement de l'unité en parts égales sur les fractions simples puis sur les fractions décimales (dixième, centième, ...) permettant la compréhension de la signification des chiffres dans l'écriture à virgule.

R13 - Le système d'écriture des nombres décimaux est un prolongement de celui des nombres entiers. L'identification de cette continuité doit être présentée de manière explicite auprès des élèves, tout en attirant l'attention des élèves sur certaines adaptations nécessaires.

Commentaires : Les principales erreurs des élèves dans l'apprentissage des nombres décimaux sont dues à l'utilisation de règles valables pour les nombres entiers qui deviennent erronées quand elles sont transférées telles quelles aux nombres décimaux.

R14 - Bien qu'il existe des outils informatiques de calcul très performants, le calcul mental et le calcul posé doivent continuer à occuper une place importante dans l'enseignement des mathématiques.

Commentaires : Outre le fait que cet apprentissage permet de développer les stratégies efficaces de calcul (par exemple, calculer à partir du plus grand, décomposer en dizaines et unités, transformer la soustraction en addition...), il permet d'approfondir les notions de nombre et d'opération et permet une entrée progressive dans l'abstraction.

R15 - L'enseignement du calcul avec les nombres entiers et décimaux devrait associer l'apprentissage des techniques opératoires à celui du sens des opérations. Il est important de développer l'intelligence du calcul en lien avec une compréhension profonde de la notion de nombre.

R16 - L'enseignement du calcul, avec les nombres entiers et décimaux, doit permettre la découverte, la compréhension progressive, l'appropriation, puis la mobilisation des propriétés des opérations.

Commentaires : Par exemple, travailler le fait que : $6,7 \times 5 = 5 \times 6,7$ donne plus facilement accès, dans le traitement de $6,7 \times 5$ à des procédures utilisant la décomposition de $6,7$ en $6 + 0,7$. En l'occurrence, $6,7 \times 5 = 5 \times 6,7 = 5 \times (6 + 0,7) = (5 \times 6) + (5 \times 0,7)$.