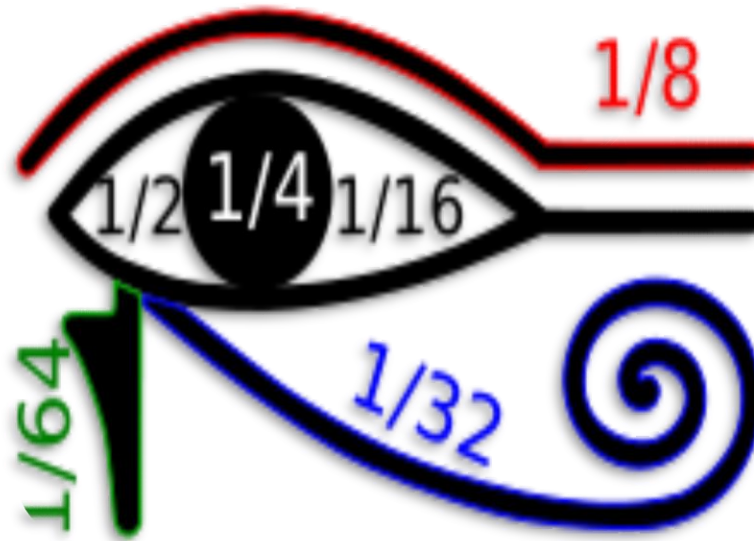


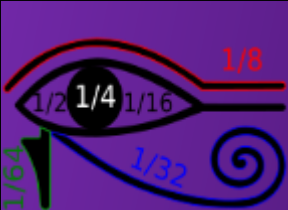
# Des entiers aux décimaux, la place des fractions...



**Formation en mathématiques CM1-CM2**

Formatrice : Éloïse Quintin-Capron

Math **É**sciences31



# Introduction



## Une commande institutionnelle

Circulaire DGESCO du 20 avril 2017

Circulaire de rentrée 9 mars 2017

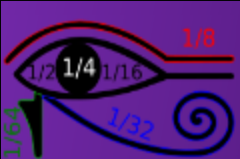
→ formation de 9h en mathématiques de tous<sub>2</sub> les enseignants de CM1-CM2

Introduction

Parcours des enseignants

Progressivité (cycles)

Progressivité (spiralaire)



# MODULE de 9 heures – parcours des enseignants

## Des nombres entiers aux nombres décimaux, la place des fractions...

**Temps 1 – 3 heures**  
**Avec les CPD - CPC - IEN**

**Temps 2 – 4 heures**  
**En équipe + accès documents via m@gistère**

**Temps 3 – 2 heures**  
**Avec le CPC**

- Introduction
- Parcours des enseignants
- Progressivité (cycles)
- Progressivité (spiralaire)

**Partie théorique, didactique et pistes de mises en œuvre pédagogiques**

- Analyse d'erreurs
- Analyse de vidéos
- Ateliers d'appropriation d'outils pour atteindre une compétence

Présentation du déroulé des temps 2 et 3

**Lecture personnelle** (temps estimé : 1h)

- Documents éducol « fractions et décimaux »
- Annexes : « cuisenaire, guide-âne, glisse-nombre »
- Doc A1 Recommandations : conférence de consensus

**En équipe** (temps estimé : 1h)

Analyse de **vidéos** : « glisse-nombre, comparaison de capacités »

(temps estimé : 30 min)  
Visionnage d'un extrait de la vidéo + doc. **Analyse de la vidéo**

**Mise en œuvre dans sa classe**

A partir de 2 activités sur 6 proposées au choix  
Doc 02 : quelques situations à placer CM1 et CM2

**Recueil de travaux d'élèves**

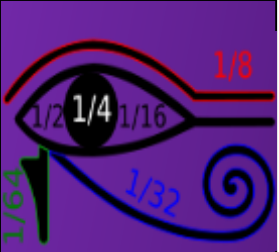
(temps estimé : 45 min)  
Doc 02 : (suite)  
**Analyse des travaux recueillis**

**En équipe** (temps estimé : 2h)

**Analyse des résultats des travaux d'élèves**  
Grille d'analyse

Doc 03 : Situation ateliers décimaux + analyse

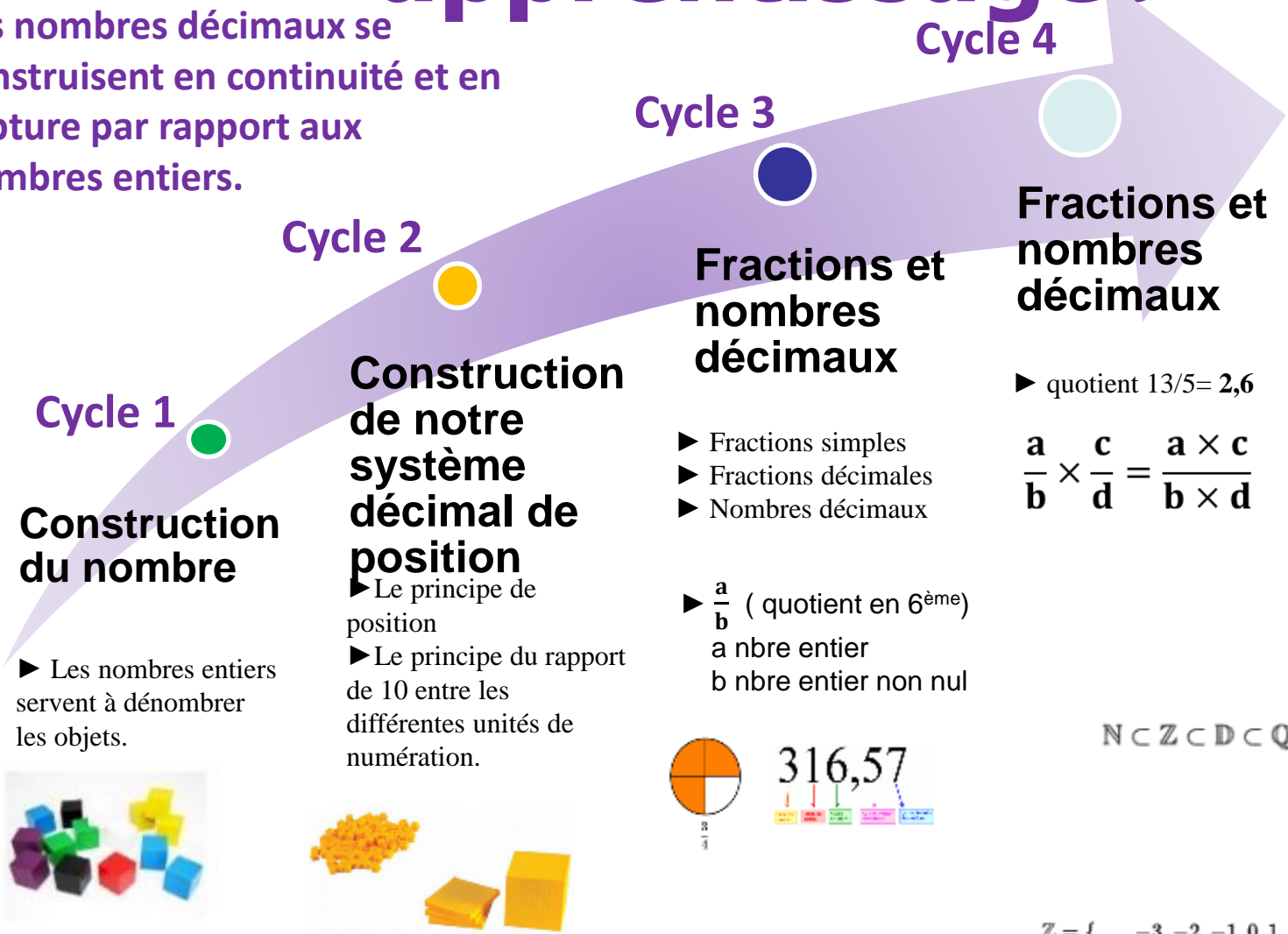
(temps estimé : 45 min)  
Doc 01 A1.2 Analyse des manuels  
**Questionner les manuels/progressions/programmations**



# Progressivité des apprentissages

Les nombres décimaux se construisent en continuité et en rupture par rapport aux nombres entiers.

- Introduction
- Parcours des enseignants
- Progressivité (cycles)
- Progressivité (spiralaire)



**Cycle 1**

**Construction du nombre**

► Les nombres entiers servent à dénombrer les objets.



$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

**Cycle 2**

**Construction de notre système décimal de position**

► Le principe de position  
 ► Le principe du rapport de 10 entre les différentes unités de numération.



$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

- Cycle 3**
- Fractions et nombres décimaux**
- Fractions simples
  - Fractions décimales
  - Nombres décimaux
- $\frac{a}{b}$  (quotient en 6<sup>ème</sup>)  
 a nbre entier  
 b nbre entier non nul



$\mathbb{D}$  l'ensemble des décimaux.  
 $\mathbb{Q}$  l'ensemble des rationnels.  $\frac{a}{b}$

**Cycle 4**

**Fractions et nombres décimaux**

► quotient  $13/5 = 2,6$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

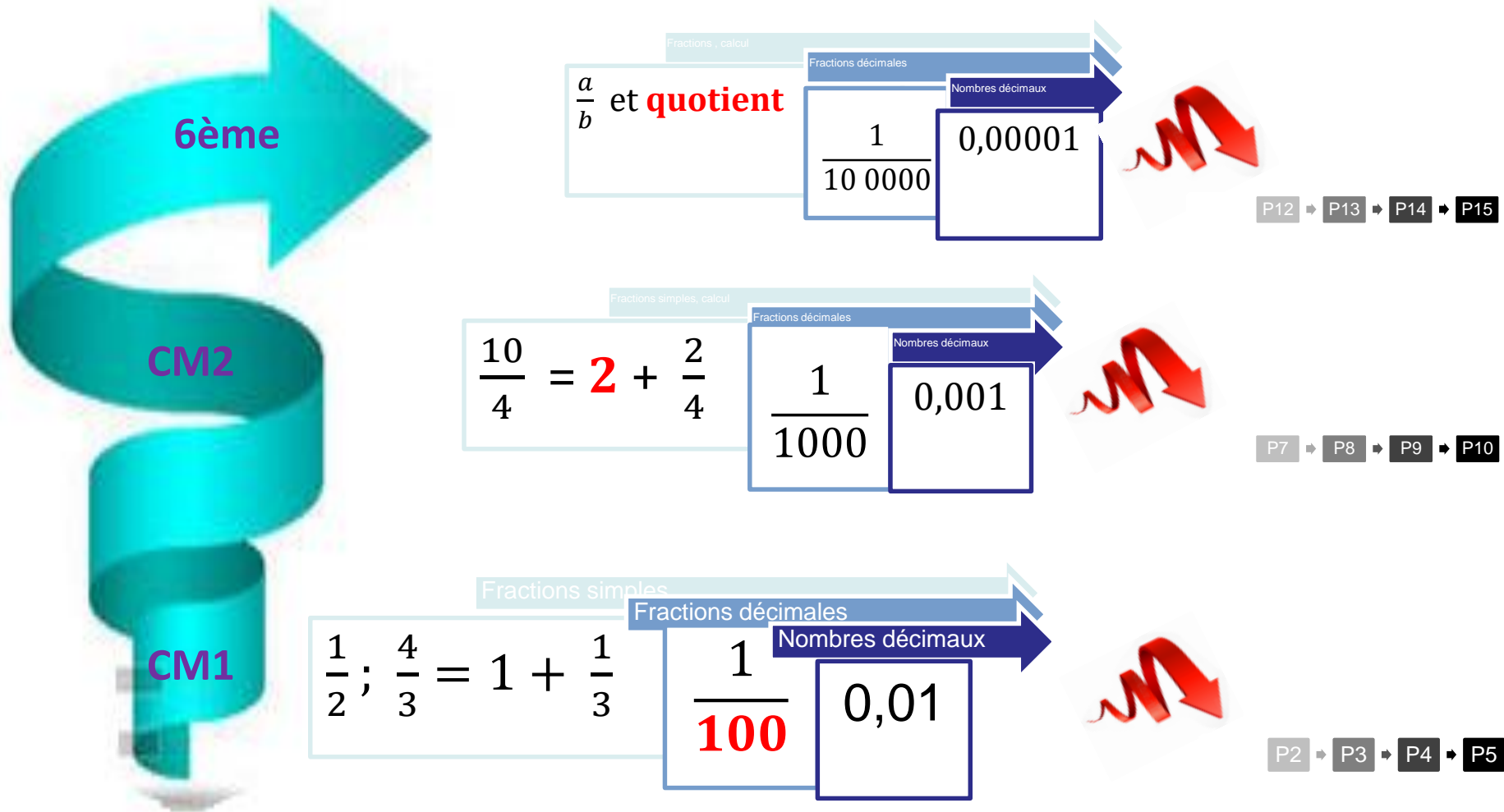
$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

nombres réels  $\mathbb{R}$   $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$   
 $\pi \in \mathbb{R}$

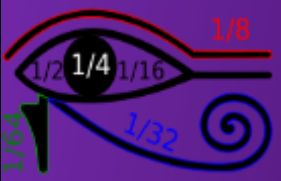
# Progressivité spiralaire des apprentissages au cycle 3

Idée de « **rebrassage** », **enrichissement**, **rétroaction** permettant de montrer l'apprentissage autrement que comme des étapes successives et sans lien les unes avec les autres.



Poursuite du travail sur les nombres entiers

Jusqu'au 1 000 000 000



# Déroulement du temps 1

## PARTIE 1 : ERREURS ET OBSTACLES

- Erreurs, conceptions des élèves, obstacles et difficultés d'apprentissage

## PARTIE 2 : MISE EN OEUVRE

- Planche à clous, bouliers
- Programmes ?
- Situations de références
- Ateliers : analyses d'activités de classes

## PARTIE 3 : APPORTS THEORIQUES ET DIDACTIQUES

- Connaissances mathématiques
- Enseignement des décimaux

## PARTIE 4

- En conclusion
- Pour la prochaine fois...



# PARTIE 1

## ERREURS ET OBSTACLES

- Erreurs des élèves et conceptions associées
- Obstacles et difficultés d'apprentissage

PARTIE 1 :  
ERREURS ET  
OBSTACLES



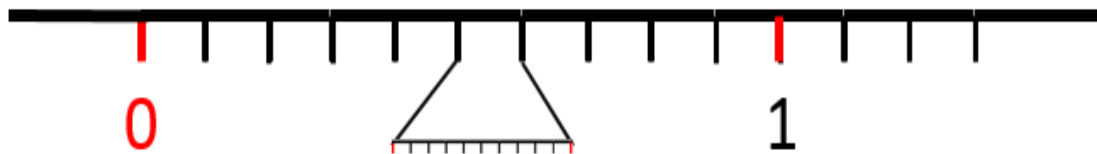
PARTIE 1 :  
ERREURS  
CONCEPTIONS  
OBSTACLES  
DIFFICULTES

# DIFFICULTES

## liées à la rupture avec les nombre entiers

3,5 est le **successeur** de 3,4

**L'intercalation est toujours possible :**  
→ Les notions de nombres consécutifs, de prédécesseur et de successeur n'existent plus.



- Privilégier :**
- ▶ l'oralisation : entre 3 unités et 4 dixièmes et 3 unités et 5 dixièmes, il y a 3 unités, 4 dixièmes et 1 centième...
  - ▶ le recours à la droite graduée





# DIFFICULTES

liées à la rupture avec les nombre entiers

$$\del{5,018 > 6,45}$$

Certains critères de **comparaison** ne fonctionnent plus : le nombre de chiffres, et donc la longueur de l'écriture.

$$5018 > 645$$

Travailler :

- ▶ l'observation et l'oralisation de notre système de numération oral et écrit
- ▶ fonder les règles de comparaison sur les propriétés des écritures fractionnaires  $12,28 > 12,131$

$$\text{car } \frac{12280}{1000} > \frac{12131}{1000}$$

Car 2 dixièmes est plus grand que 1 dixième...

**Dans la comparaison c'est la valeur de chacun des chiffres du nombre qui le compose qui importe.**



# DIFFICULTES

## liées à la rupture avec les nombres entiers

**Pourquoi 856 > 839 ?**

Parce que 5 dizaines  
c'est plus que 39 unités

*En effet*  
*5 dizaines = 50 unités*

**Pourquoi 7,8 > 7,56 ?**

Parce que 8 dixièmes  
c'est plus que 56 centièmes

*En effet*  
*8 dixièmes = 80 centièmes*

### **Une seule procédure pour comparer entiers et décimaux !**

► Les nombres étant écrits (ou imaginés) l'un sous l'autre, on parcourt leurs chiffres de gauche à droite. Dès qu'on trouve 2 chiffres différents, on peut conclure.

78 758  
9 896

987 658  
983 899

5,7  
5,368

25,3  
8,9856





# DIFFICULTES

## liées à la rupture avec les nombres entiers

$$5,25 \times 100 = \cancel{5,2500}$$

**Certaines procédures ne « fonctionnent » plus :**

→ multiplier par 10, 100... (écrire un, deux zéros à droite)

$$5,25 \times 100 = 525$$

- ▶ utilisation du glisse nombre dès le cycle 2
- ▶ Utilisation du tableau de numération (Le nombre se déplace vers la gauche dans le tableau)

**Quand on multiplie un nombre par 10,  
chaque chiffre prend une valeur « 10 fois plus grande » .**

## Le Glisse-Nombre avec des nombres entiers

Multiplier par 10

mille	centaines	dizaines	unités
	3	5	6

Chaque chiffre monte d'un rang  
Sa valeur, son poids est 10 fois plus grand

## Le Glisse-Nombre avec des nombres décimaux

Multiplier par 10

mille	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
			5	6	7	

Les procédures  
sont les mêmes

► Utiliser le principe de notre système décimal de position fondé sur :

mille	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
	4	2	3 ,	1		
		4	2 ,	3	1	



**Le principe de position :**

la **valeur** d'un chiffre dépend de sa position

**Le principe du rapport de dix entre les différentes unités :**

la valeur d'un chiffre est dix fois plus petite que celle du chiffre écrit immédiatement à sa gauche.

► **Privilégier l'oral avant l'écrit :**

23,1 c'est :

2 dizaines, 3 unités et 1 dixième  
ou 23 unités et 1 dixième

► **Le calcul en ligne pour favoriser les décompositions :**

$3,4 + 12,8$   
c'est 34 dixièmes plus 128 dixièmes...

► **Le repérage sur une demi-droite graduée**

Une centaine c'est **100 unités** mais aussi **10 dizaines**



# DIFFICULTES

## liées à l'écriture et à la lecture des nombres

Dans la dénomination des chiffres, pas de symétrie par rapport à la virgule mais par rapport à l'unité :

- le premier chiffre avant la virgule s'appelle « unité », celui après la virgule s'appelle « dixième »

Exemple d'erreur :

$$\text{0,58} = \frac{58}{10}$$

1 2 **3**, 7 6

L'oralisation des écritures à virgule à travers l'usage social

- Dans le contexte de mesure l'unité fait percevoir le nombre décimal comme la juxtaposition de deux entiers comme sont juxtaposées les heures et les minutes.

un **euro** cinquante pour 1,50 €

Trois **mètres** vingt-cinq pour 3,25 m

**Démarrer par cet usage social ne favorise pas la compréhension des nombres décimaux !**

A partir d'une  
diapo de  
Patrice GROS,  
IEN



# DIFFICULTES

## liées à l'écriture et à la lecture des nombres

Le trait de fraction est vu comme un « séparateur » entre deux entiers, au même titre que la virgule :

Exemple d'erreur :



$$\frac{1}{4} = \mathbf{1,4}$$



► **Comparer par rapport à l'unité :**

$\frac{1}{4}$  c'est moins que  $\frac{4}{4}$  donc plus petit que l'unité.

1,4 c'est une unité et quatre dixième

► **On peut aussi recourir à un encadrement :**

$$\frac{23}{10} = \mathbf{23,10} \quad 2 < \frac{23}{10} < 3 \quad 23 > \mathbf{23,1} > 24$$

ou encore un ordre de grandeur.





# Les principales difficultés portent donc sur...

- La signification de la partie décimale
- La signification des chiffres dans l'écriture à virgule d'un décimal
- La comparaison et l'intercalation d'un nombre entre deux décimaux
- Les calculs sur les décimaux (présentiel 3)

D'après Patrice GROS

## En conclusion...

L'enseignement doit prendre en compte la rupture conceptuelle entre les entiers naturels et les décimaux.



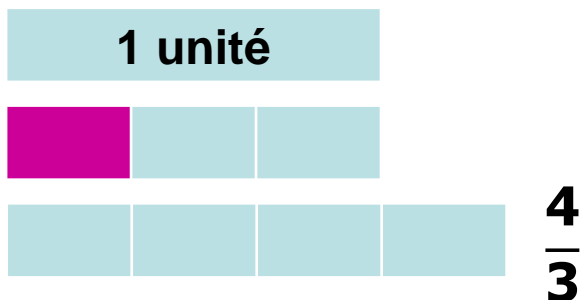
# Une fraction, qu'est-ce que c'est ?

« **Nombre rompu, brisé** »

Une **fraction** est l'écriture fractionnaire d'un nombre rationnel :  
 $\frac{a}{b}$  (numérateur, trait de fraction, dénominateur).

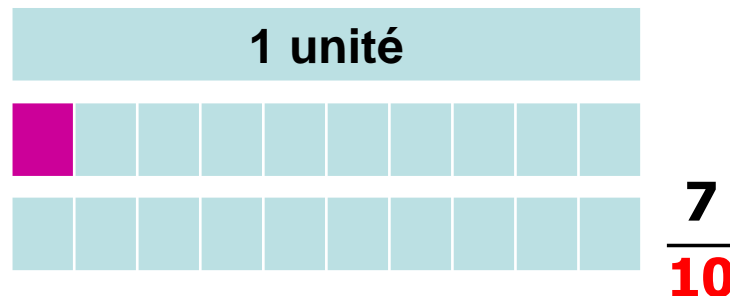
Lorsque le partage de l'unité se fait en un petit nombre de parts (2 ; 4...) et que l'on prend un petit nombre de telles parts, on parle de

**fraction simple** :  $\frac{4}{3}$



Une **fraction décimale** est une écriture fractionnaire dont le numérateur est un entier et le dénominateur est une puissance entière de 10 :

$\frac{a}{10}$  ,  $\frac{a}{100}$  ,  $\frac{a}{1000}$  ...



Une **fraction irréductible** est l'écriture fractionnaire obtenue après simplification complète :  $\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$

RAPPEL :

Fraction  
Nombre  
décimal  
Ecriture à  
virgule



# Un nombre décimal, qu'est-ce que c'est ?

Définir un nombre décimal comme un nombre pouvant s'écrire sous la forme : **d'une fraction décimale.**

RAPPEL :

Fraction  
Nombre  
décimal  
Ecriture à  
virgule

## Points de vigilance !

Eviter de définir un nombre décimal comme « ~~un nombre ayant une virgule~~ », cette définition est erronée :  
**17 est un nombre décimal**, il peut s'écrire sous la forme  $\frac{17}{1}$ ,  $\frac{170}{10}$ ,  $\frac{1700}{100}$ , etc.

On parlera plutôt **d'écriture à virgule** que de nombre à virgule.



# Une écriture à virgule, qu'est-ce que c'est ?

**L'écriture à virgule** (écriture décimale) de :

$$\frac{354}{100} \text{ ou } \frac{177}{50} \text{ est } \mathbf{3,54}.$$

La **partie entière** est 3 et la **partie décimale** est **0,54**.

**L'écriture à virgule** de :

$$\frac{22}{7} \text{ est } \mathbf{3,142867142867142867...}$$

La **partie entière** est 3 et la **partie décimale** est infinie avec une **périodicité** des chiffres.

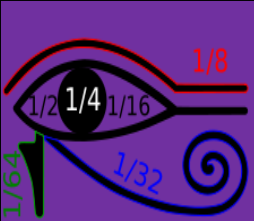
**L'écriture à virgule** de : 4 est **4,0**.

La **partie entière** est 4 et la **partie décimale** est nulle.

**2,4 se lira deux et quatre dixièmes plutôt que ~~deux virgule quatre~~.**

RAPPEL :

Fraction  
Nombre  
décimal  
Ecriture à  
virgule



# Une écriture à virgule, historique ?

Il y a à peu près 400 ans, un comptable hollandais (il s'appelait Stevin)

$$2 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} \text{ s'écrivait } 25^{\textcircled{0}}7^{\textcircled{0}}$$

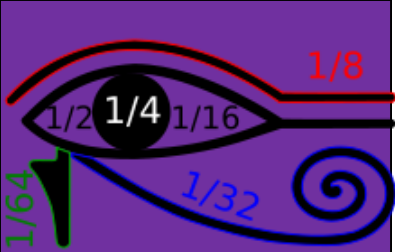
...il a fallu attendre encore 200 ans (la révolution française) pour qu'apparaisse enfin...

LA VIRGULE!

C'EST PAS TROP TÔT

$$\begin{aligned} \frac{257}{100} &= 2 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad \text{unités} \quad \text{dixièmes} \quad \text{centièmes} \\ &= 2,57 \end{aligned}$$

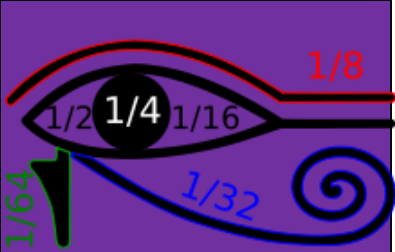
La virgule sert à repérer le chiffre des unités



## PARTIE 2 : MISE EN OEUVRE

- **Planche à clous, bouliers : quelles utilisations en classe ?**
- **Exemples de situations de référence**
- **Ateliers : Analyse d'activités de classe**

PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE

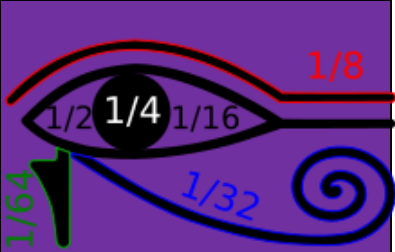


# Planche à clous, bouliers

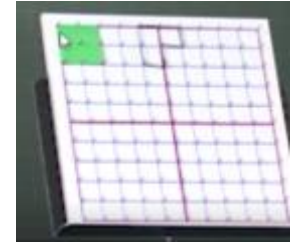
## Quelles utilisations ?

(Banque de Séquences Didactiques, CRDP, Montpellier)

PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE



# Activités numériques : la planche à clous



PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE

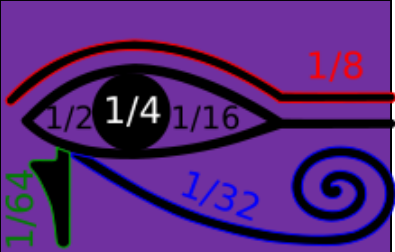
## Utilisation de la planche à clous :

**Répondre aux questions suivantes (par 2) :**

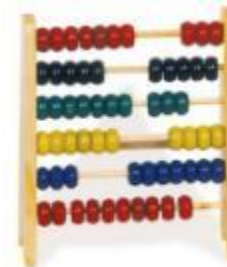
- Quelles sont les compétences en jeu dans l'utilisation de la planche à clous ?
- Pourquoi utiliser ces outils en classe ?
- Comment et quand les utiliser ?

A partir de 2 min 40 s





# Activités numériques : le boulier



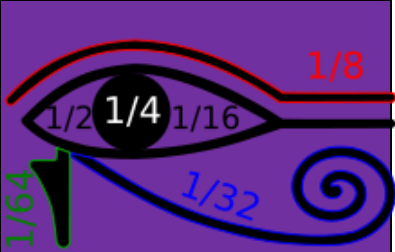
**PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE**

## Utilisation du boulier :

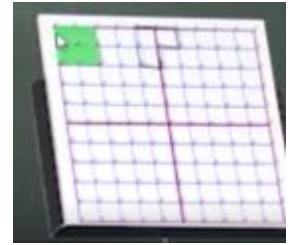
**Répondre aux questions suivantes (par 2) :**

- Quelles sont les compétences en jeu dans l'utilisation du boulier ?
- Pourquoi utiliser ces outils en classe ?
- Comment et quand les utiliser ?

A partir de 2 min 40 s

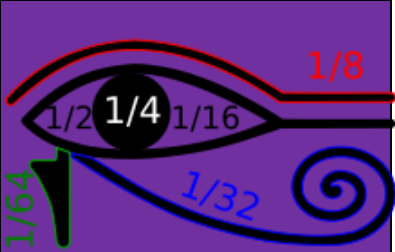


# Planche à clous

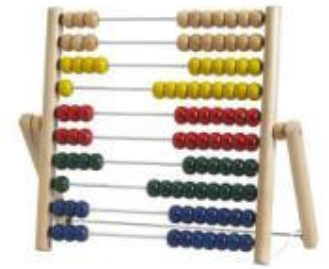


PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE

- **Compétences cycle 3 :**
  - Représenter l'unité
  - Changer d'unité
  - Représenter des fractions inférieures et supérieures à l'unité
  - Ecriture sous forme de décompositions additives de fractions décimales
- **Progression dans l'utilisation :**
  - Représenter des formes géométriques 1 fois, 2 fois plus grandes (CE1-CE2)
  - Représenter des fractions de l'unité (CM1-CM2)

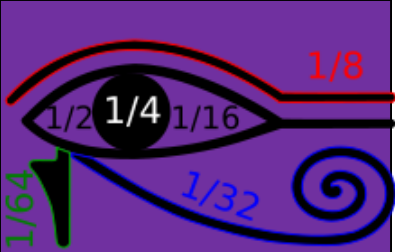


# Boulier à 100 boules



## PARTIE 2 : MISE EN OEUVRE

- **Compétences cycle 3 :**
  - Construction du dixième et du centième (groupement)
  - Passage du chiffre au nombre « 2 lignes ça fait 0,2 »
  - Production de diverses écritures de la partie décimale
  - Passage de l'une à l'autre
- **Progression dans l'utilisation par changement de la valeur du boulier :**
  - Le boulier représente 100 (CP-CE1)
  - Le boulier représente 1 (CM1-CM2)

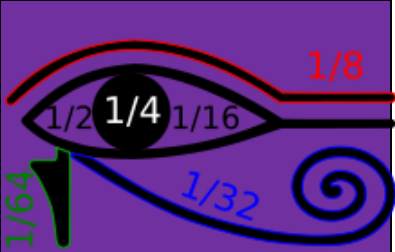


**Quand utiliser ces outils ?**

**Ces outils, pour quoi faire ?**

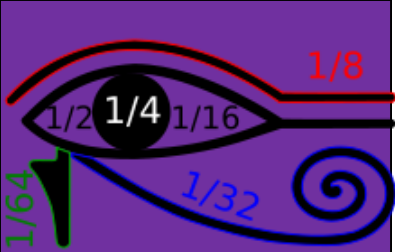
**Comment utiliser ces outils ?**

**PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE**



PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE

# Quelques exemples d'activités ritualisées et de jeux



PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE

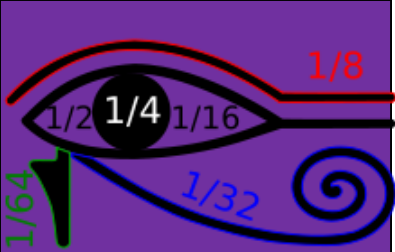
# Ateliers

## Consigne :

analyser les situations proposées en repérant les compétences travaillées et en identifiant les utilisations possibles de ces outils.

# Ateliers

	Entourer votre situation	Outils proposés dans l'atelier	Cochez les compétences mathématiques travaillées ▶▶▶▶▶					Quelles utilisations ? ▶ Dispositif ? (Atelier, groupe classe, binôme ...) ▶ Quelle intention dans la situation d'apprentissage ? (Activité de découverte, ritualisée, entraînement, remédiation, différenciation ...) ▶ Quelle évolution de l'utilisation de l'outil : dans l'année, dans le cycle ? ▶ Évaluation
			Nommer Lire diverses designations du nombre	Repérer et placer	Associer diverses designations du nombre	Comparer, encadrer, intercaler	calculer	
1	Fractions simples	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Carré</li> <li>- Disque</li> <li>- <del>Tableaux</del></li> <li>- Géoplan</li> <li>- <del>Calculatrices</del></li> <li>- Blocs géométriques</li> <li>- Dominos fractions</li> </ul>						
2	Fractions décimales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Boulier</li> <li>- <del>Multibase</del></li> <li>- Cible (<math>\frac{1}{10} ; \frac{1}{100} ; \frac{1}{1000}</math>)</li> <li>- <del>Tableaux décimaux</del></li> <li>- Chaîne de calcul</li> </ul>						
3	Écriture à virgule	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Abaque</li> <li>- Cible (0,1 – 0,01 – 0,001)</li> <li>- Droite graduée</li> <li>- Glisse-nombre</li> <li>- Jeu des 5 familles</li> <li>- Dominos des décimaux</li> </ul>						

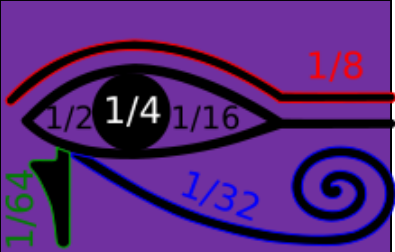


# Atelier 1 : Fractions simples

- **Planche à clous ou géoplan**
- **Le carré, le disque et le tangram**
- **Réglettes Cuisenaire**
- **Dominos des fractions**

**PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE**

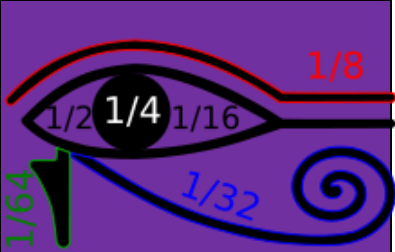




# Atelier 2 : Fractions décimales

PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE

- **Matériel multibase**
- **Jeu des 5 familles**
- **Boulier**
- **Cible**  $\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{100} - \frac{1}{1000}\right)$
- **Fabrikadécimaux**
- **Guide-âne**

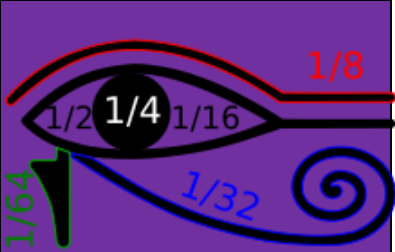


# Atelier 3 :

## Ecriture décimale

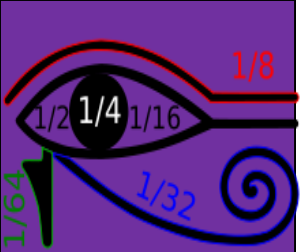
- **Abaque**
- **Cible (0,1 – 0,01 – 0,001)**
- **Droite graduée**
- **Glisse-nombre**
- **Jeu des 5 familles**
- **Dominos des décimaux**

PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE









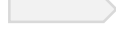

PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE

# Quelques exemples de situations de référence

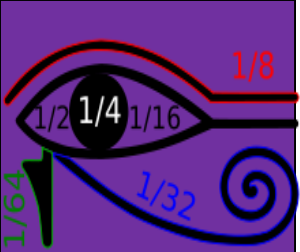








## Situations de référence : ErmeI

programmation de cycle : P1 à P5 CM1 & P6 à p 10 CM2

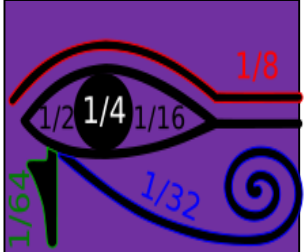
- Les Horloges (durées)  période conseillée p 1
- Bande unité (longueurs)  période conseillée P 2
- Droite graduée (graduation)  période conseillée P 3
- Comparaison de décimaux  période conseillée P 4
- Sommes et différences  période conseillée P 5
- Les fournitures  période conseillée P 5
- Place-point (graduation)  période conseillée P 5
- Chercher l'unité (aires)  période conseillée P 5

**PARTIE  
2 : MISE  
EN  
OEUVRE**



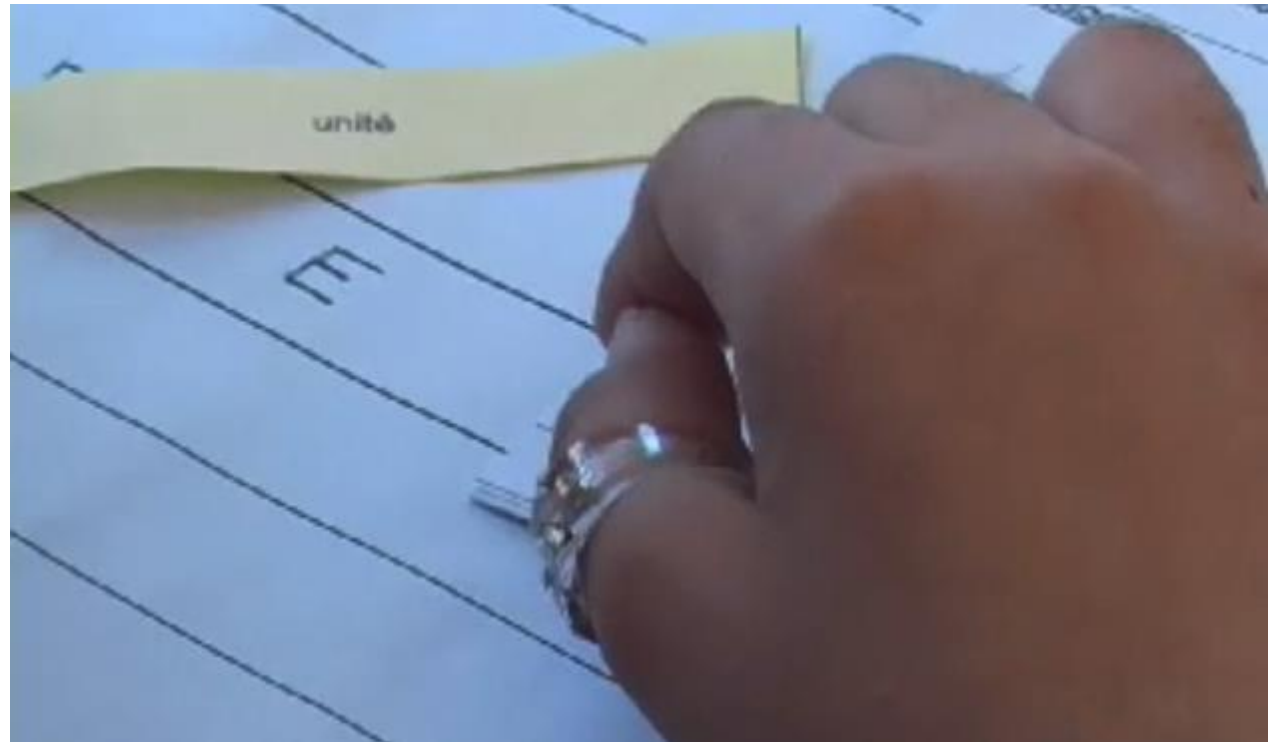
- Les bandes (longueur)  période conseillée P 6
- Graduations & Écriture à virgule  période conseillée P6
- Ça n'a pas l'air juste (aire)  période conseillée P 7
- Comparaison de décimaux  période conseillée P7/ 8
- Feuille A3 (masse)  période conseillée P7
- Écriture décimale  période conseillée P8

**PARTIE  
2 : MISE  
EN  
OEUVRE**



# Situation de référence : Les bandes Ermel

PARTIE  
2 : MISE  
EN  
OEUVRE



Jusqu'à 1mn 20s

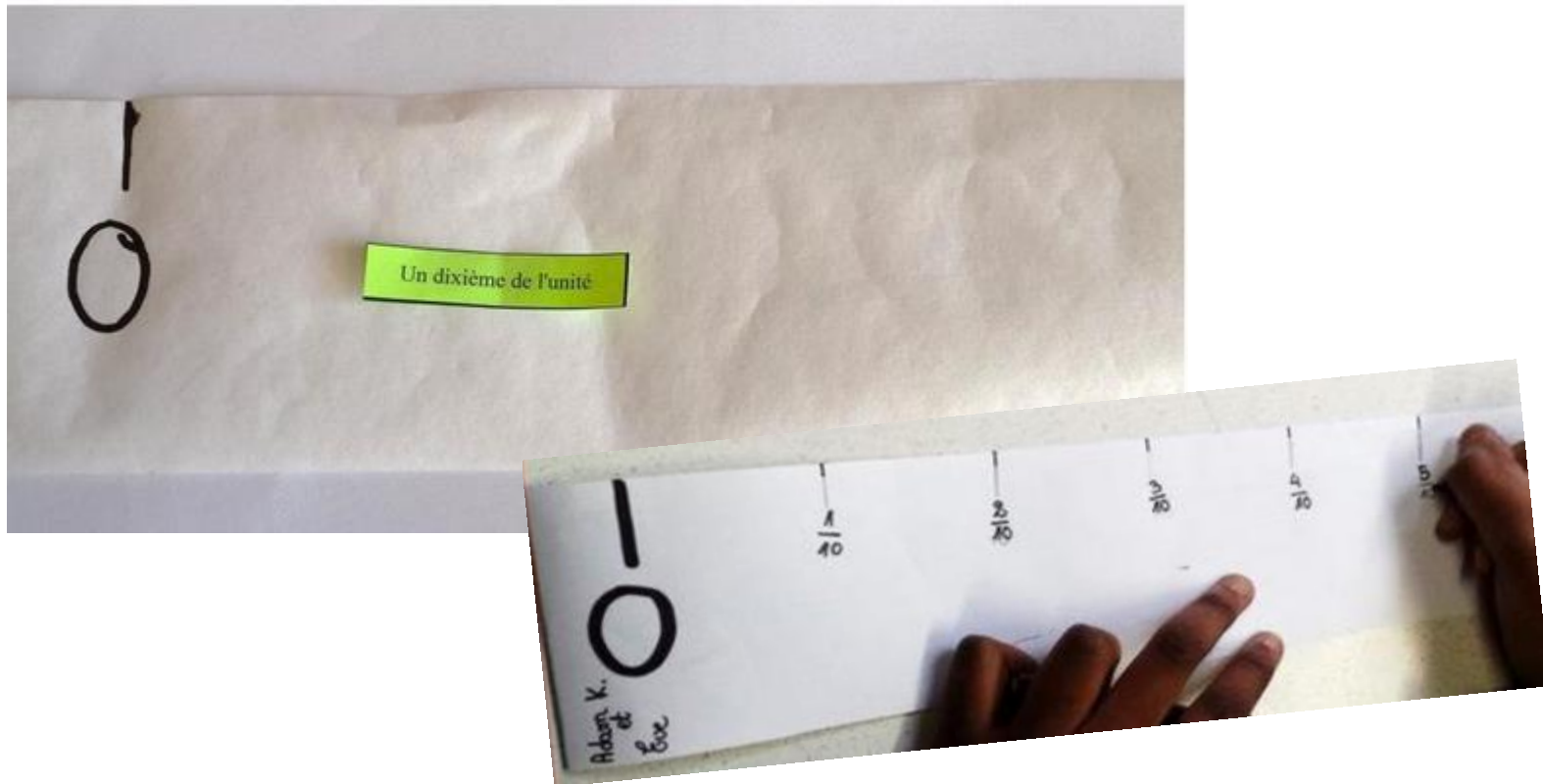


## Ex. de situation de référence : la droite graduée CM2 (Ermel)

- Description rapide :
- fractions simples ► **fractions décimales** ► nombres décimaux

### Activité 1 – construction de l'unité

A partir du **dixième** de l'unité donné, placer une unité sur la bande



PARTIE 2 :  
MISE EN  
ŒUVRE

Planche à clous  
Bouliers

Ateliers

Exemples de  
situations de  
référence



## Ex. de situation de référence : la droite graduée CM2 (Ermel)

- Description rapide :
- fractions simples ► **fractions décimales** ► nombres décimaux

### Activité 2 – placer un nombre sur la droite graduée

Utilisation des unités placées et du dixième

$$\frac{8}{10}$$

$$\frac{27}{10}$$



PARTIE 2 :  
MISE EN  
ŒUVRE

Planche à clous  
Bouliers

Ateliers

Exemples de  
situations de  
référence



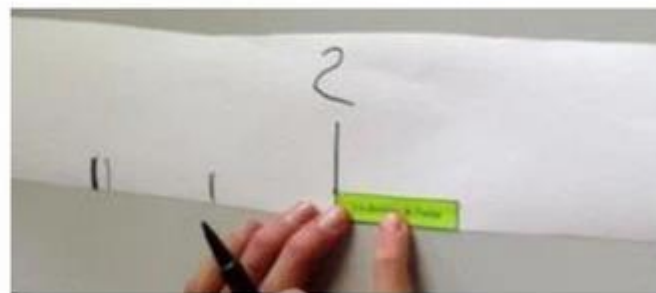


## Ex. de situation de référence : la droite graduée CM2 (Ermel)

- Description rapide :
- fractions simples ► fractions décimales ► **nombre**s décimaux

### Activité 3 – travail sur les différentes égalités

$$\frac{10}{10} = 1$$
$$\frac{8}{10} = 1 - \frac{2}{10}$$
$$\frac{27}{10} = 2 + \frac{7}{10}$$



**Cette écriture prépare l'introduction de l'écriture à virgule des nombres décimaux « 2,7 »**

PARTIE 2 :  
MISE EN  
ŒUVRE

Planche à clous  
Bouliers

Ateliers

Exemples de  
situations de  
référence



## Ex. de situation de référence : la droite graduée CM2 (Ermel)

- Description rapide :
- fractions simples ► **fractions décimales** ► nombres décimaux

### Activité 4 – aborder les centièmes

Appui sur les écritures et les **décompositions**,  
explicitation des **relations** utilisées

$$\frac{137}{100}$$

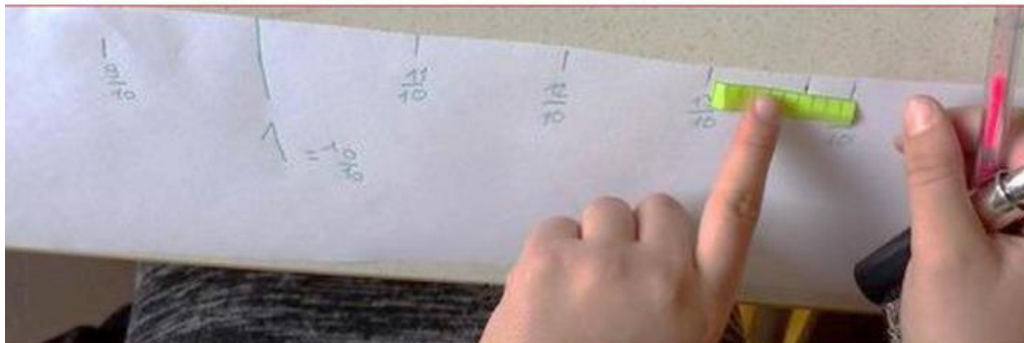
- "C'est plus grand que l'unité !
- On ne peut pas être précis.
- C'est 37/100 après 1.
- On le place après 13/10."

$$\frac{100}{100} = 1$$

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

$$\frac{137}{100} = 1 + \frac{37}{100}$$

$$\frac{137}{100} = \frac{13}{10} + \frac{7}{100}$$



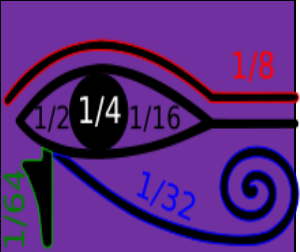
**Utilisation d'un dixième gradué en centièmes**

PARTIE 2 :  
MISE EN  
ŒUVRE

Planche à clous  
Bouliers

Ateliers

Exemples de  
situations de  
référence

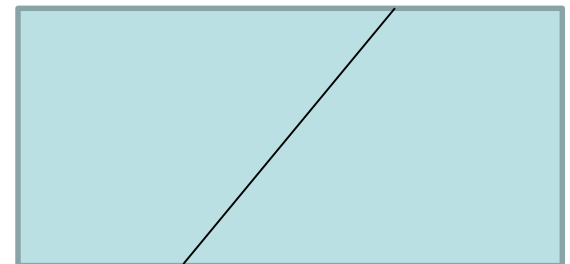
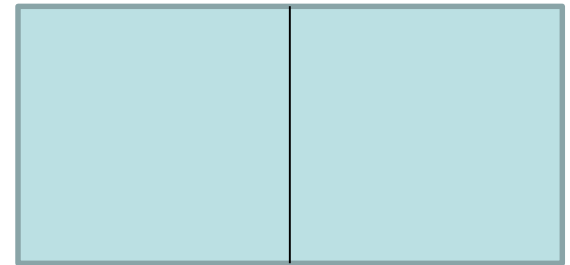
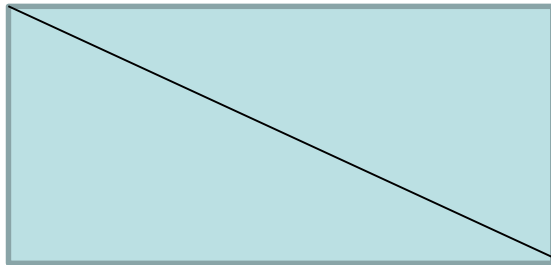


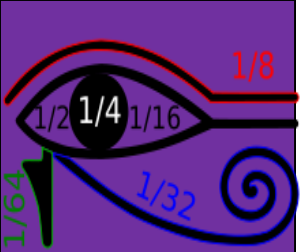
# Situation de référence : ça n'a pas l'air juste ! Ermel

- Description rapide (2séances) : (après séquence aire et périmètre)

Deux activités et deux problèmes différents :

- Partager un rectangle en 2 puis 4 parties de mêmes aires.
- Un partage est donné : il s'agit de prouver si les aires sont égales ou non.

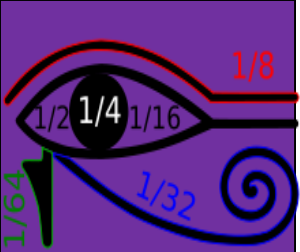




# Situation de référence : la feuille A3 Ermel

- Description rapide : (2 séances de 40')
  1. Appropriation de la situation
  2. Partager en 10
  3. Trouver sans manipulation matérielle, comment obtenir à partir d'une feuille A3 qui pèse 10g, un morceau qui pèse 1,4 g
  4. puis 3,5
  5. puis 6,08....

PARTIE  
2 : MISE  
EN  
OEUVRE

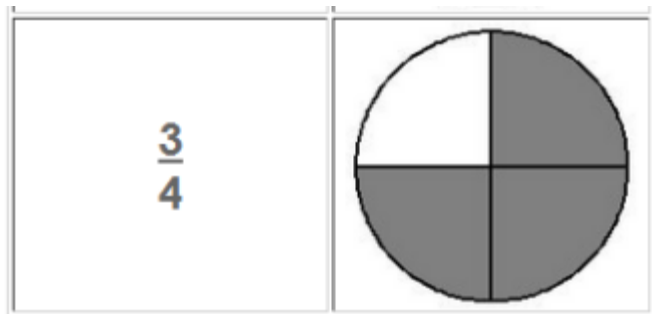
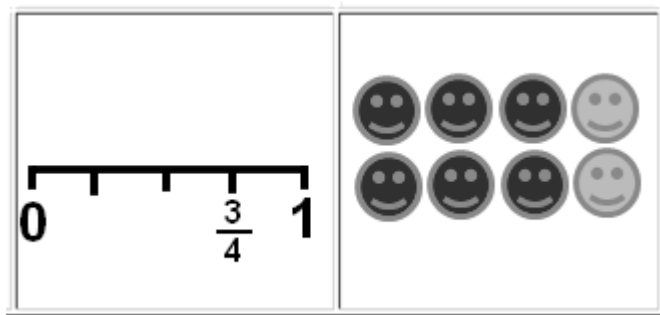


PARTIE  
2 : MISE  
EN  
OEUVRE

# Quelques exemples de traces écrites

# Les traces écrites

trois quarts	0,75
--------------	------



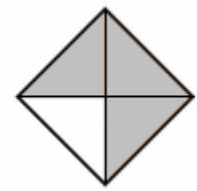
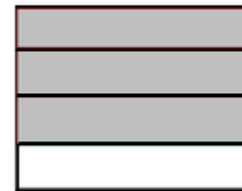
## Les cartes d'identité

C'est la moitié plus un quart.

Il en faut 4 pour faire 3.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$3 \times \frac{1}{4}$$



# Les traces écrites

Ecriture décimale

$$23,95 = 23 + 0,95$$



Partie  
entière



Partie  
décimale



**Attention : Cet affichage renforce la conception du nombre décimal comme étant la juxtaposition de deux entiers.**

# Les traces écrites

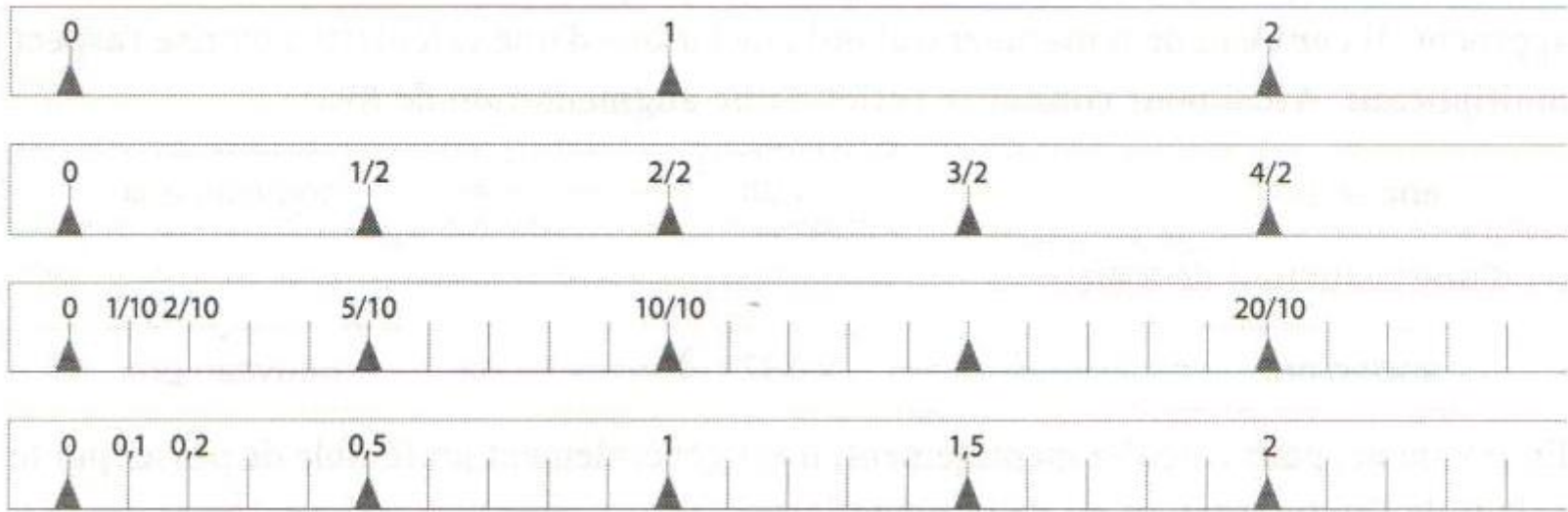
## Tableau de numération

100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
	7	3	5	8	



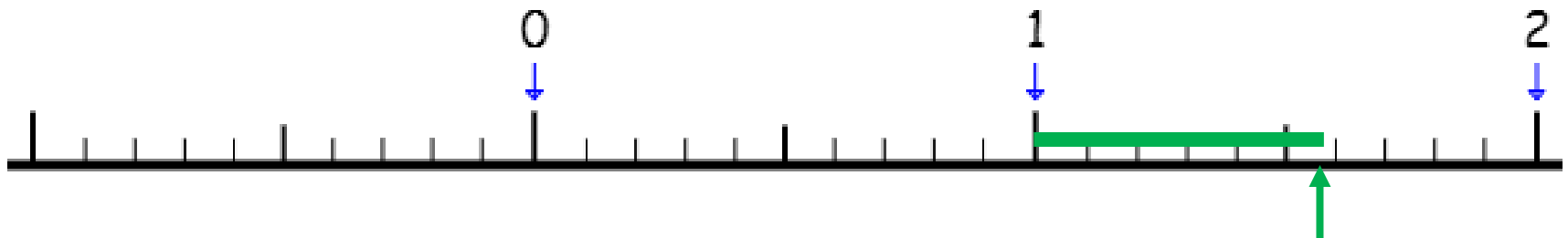
# Les traces écrites

## Les droites graduées



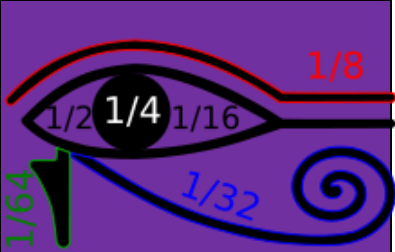
**Placer 1, 57**

**La partie décimale est 0, 57  
C'est 1,57 moins la partie  
entière 1**



**La partie entière est 1**

**1, 57**

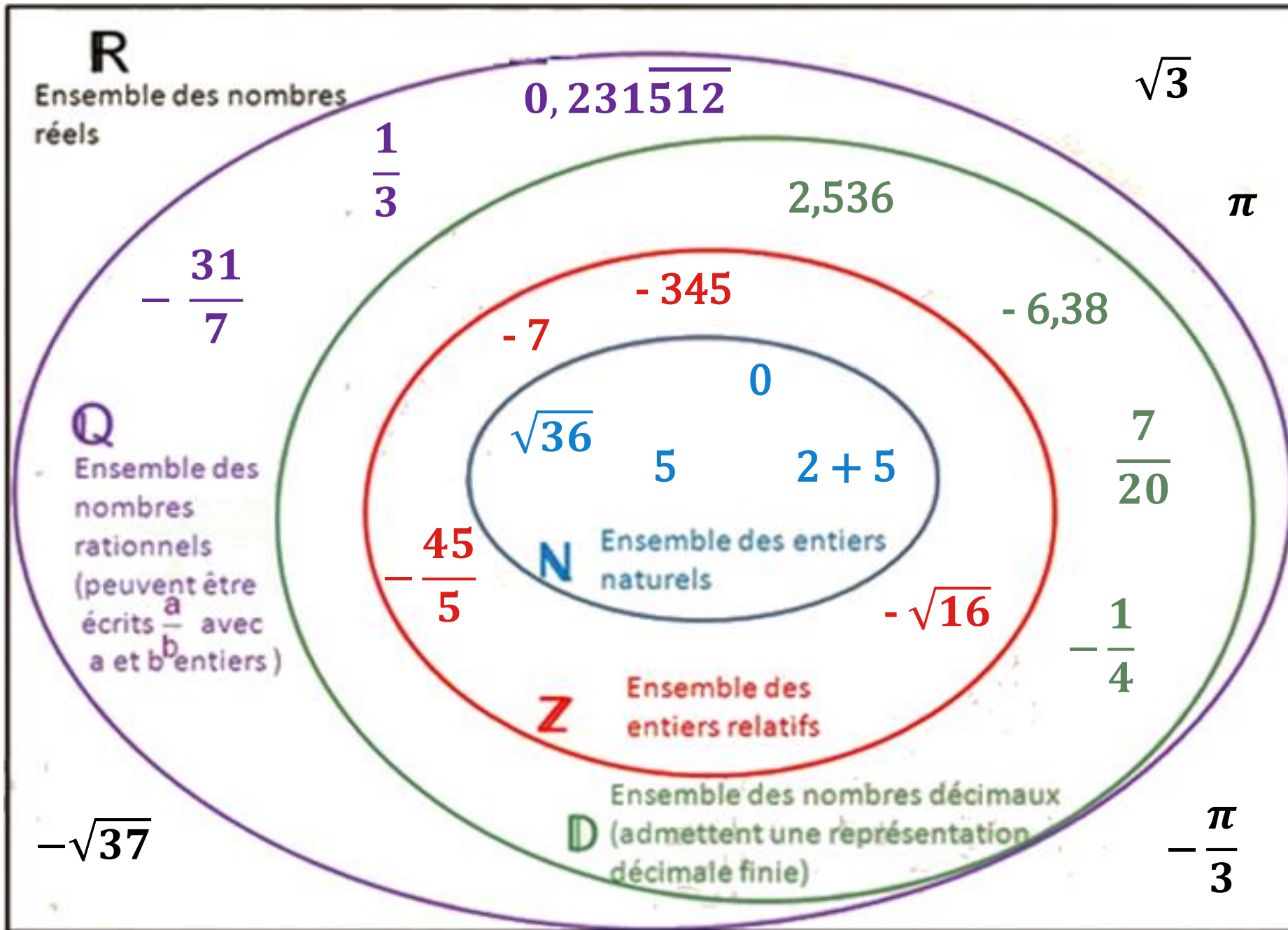


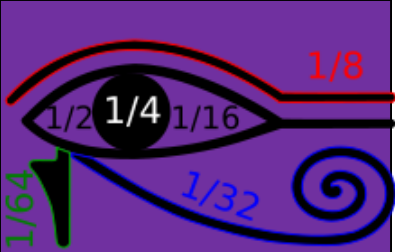
PARTIE 3

: APPORTS  
THEORIQUES ET  
DIDACTIQUES

# PARTIE 3 : APPORTS THEORIQUES ET DIDACTIQUES

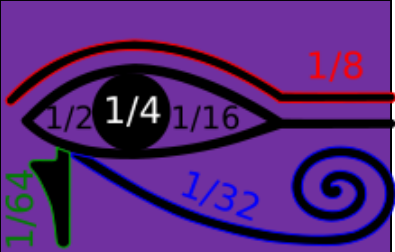
- Connaissances mathématiques :  
les ensembles de nombres
- Enseigner les décimaux :  
Passage par les fractions  
Continuité avec les entiers





## Les enjeux didactiques

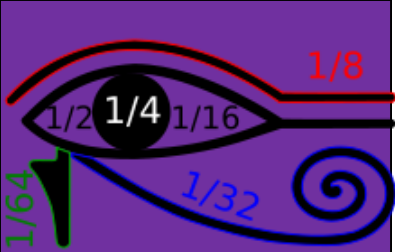
- Donner du sens à ces nouveaux nombres
- Résoudre de nouveaux problèmes
- Rupture et continuité avec les entiers



# Les situations d'apprentissage pour introduire et donner du sens à ces nouveaux nombres

- exprimer le résultat d'un **mesurage** (masse, longueur, aire , capacité...)
- **grader** plus finement la droite numérique ;
- résoudre des **problèmes de partage** et des problèmes de **calcul de quotients**.

Les enjeux didactiques



# Les deux contextes d'introduction des fractions

PARTIE 3

: APPORTS  
THEORIQUES ET  
DIDACTIQUES

- **Contexte de partage**

Partage équitable → part de même valeur

- **Contexte de codage de mesures**

Mesure d'une grandeur continue, en utilisant un étalon



# Contexte de partage

## Partager 3 tartes identiques entre deux personnes

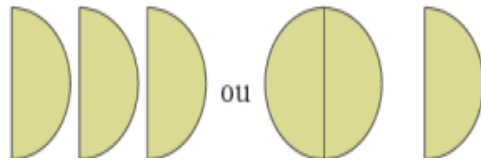
Partage de chaque objet



Résultat du partage :



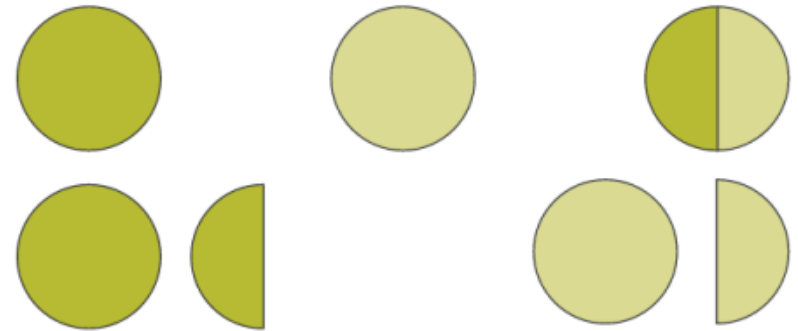
et



$$\frac{1}{2} T + \frac{1}{2} T + \frac{1}{2} T = \frac{3}{2} T,$$

Partage de la totalité

Résultat du partage :



$$1 T + \frac{1}{2} T,$$

PARTIE 3

: APPORTS  
THEORIQU  
ES ET  
DIDACTIQU  
ES

# Contexte de codage de mesures

## Mesurer un segment S avec un segment unité U



Mesurage par fractionnement de l'unité



$$\frac{1}{3} U$$



$$\frac{1}{3} U \quad \frac{1}{3} U$$

$$S = \frac{1}{3} U + \frac{1}{3} U = \frac{2}{3} U$$

Mesurage par commensuration



$$2 U$$

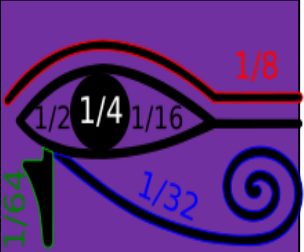
$$3S = 2U$$

$$S = \frac{1}{3} \times 2 U = \frac{2}{3} U$$



**Ces deux approches sont complémentaires.**





# Avant d'aborder les fractions...

## • Quelques notions à conforter :

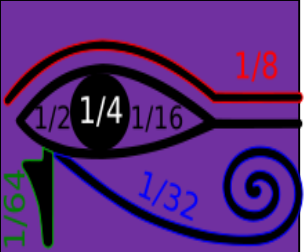
→ La notion de double, moitié, triple et quart

→ Diviser par 2 ou par 5

→ Relations entre 5, 10, 25, 50, 100  
entre 15, 30, 60

PARTIE 3

: APPORTS  
THEORIQU  
ES ET  
DIDACTIQU  
ES



# Comment assurer la continuité avec les nombres entiers ?

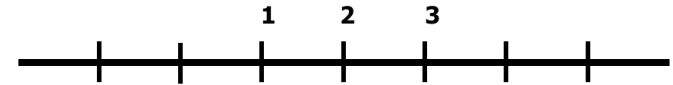
## PARTIE 3

: APPORTS  
THEORIQUE  
S ET  
DIDACTIQUE  
S

- Outils en commun



- Support d'écriture commun



100	10	1	10	1	100
Centaines	Dizaines	Unités	Dizaines	Centaines	Milliers
	7	3	5	8	

- Des procédures communes :
  - Comparer
  - Multiplier ou diviser

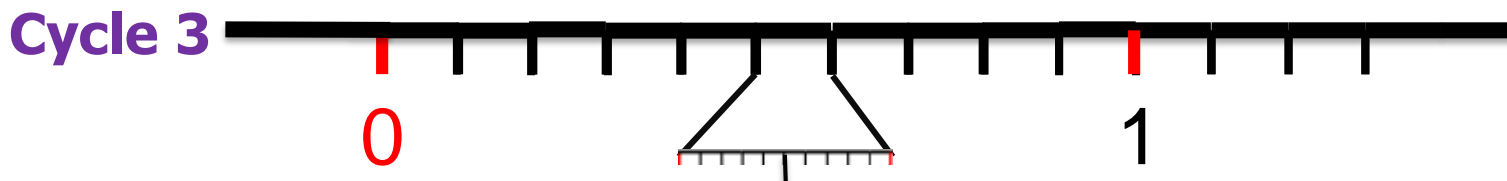
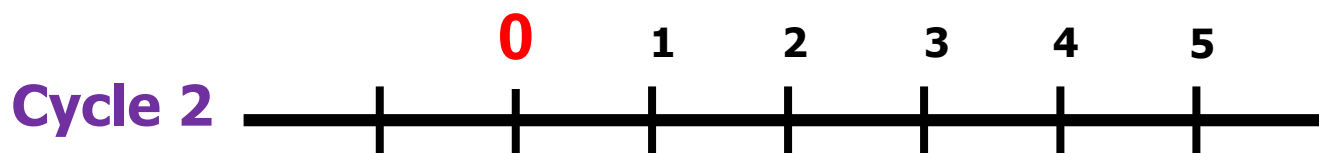


# De la bande numérique à la droite graduée

PARTIE 3

: APPORTS  
THEORIQU  
ES ET  
DIDACTIQU  
ES

Cycle 1 **1** **2** **3** **4**



**Construire la droite graduée : un apprentissage progressif**



# Comparer, ranger, encadrer : les relations d'ordre

Une seule procédure pour comparer entiers et  
décimaux !

PARTIE 3

: APPORTS  
THÉORIQU  
ES ET  
DIDACTIQU  
ES

**Pourquoi  $856 > 839$  ?**

Parce que 5 dizaines c'est plus que 39 unités

*En effet 5 dizaines = 50 unités*

**Pourquoi  $7,\underline{8} > 7,56$  ?**

Parce que 8 dixièmes c'est plus que 56 centièmes

*En effet 8 dixièmes = 80 centièmes*



# Multiplier un nombre décimal par 10, 100

- Utilisation du tableau de numération
- Utilisation du glisse-nombre dès le cycle 2

Conclusion :

**Quand on multiplie un nombre par 10, chaque chiffre prend une valeur "10 fois plus grande "**

# Enjeux majeurs de l'enseignement des fractions et des décimaux

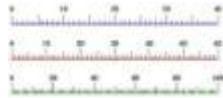

$\frac{1}{2}$  C'est la moitié de 1. "un demi"

0,5

0,500

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{4}$

$\frac{0}{4}$



**Varier les représentations du nombre**  
(triple code : oral, écrit, analogique)

**Donner du sens à ces nouveaux nombres :**

- Mesurage
- Graduer + finement
- Problèmes de partage ou de quotient

travailler de façon **spiralair**e au sein de la classe et du cycle

**Enseignement long, Commencer tôt dans le cycle**

**3 Contextes**

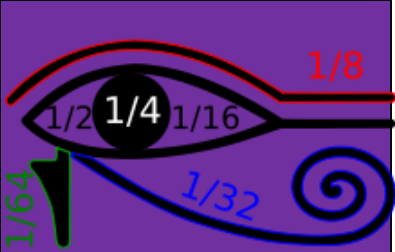
- partage
- opérateur
- codage mesure



**les types d'activités :**

- Situations de référence
- Activités ritualisées
- Entraînement / réinvestissement
- Consolidation ....

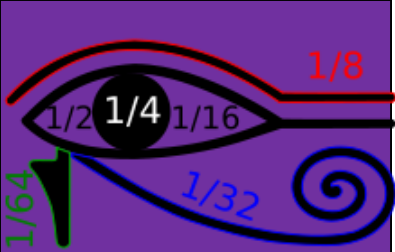
**Veiller à une continuité avec les nombres entiers**



## PARTIE 4

# PARTIE 4

- En conclusion
- Pour la prochaine fois...



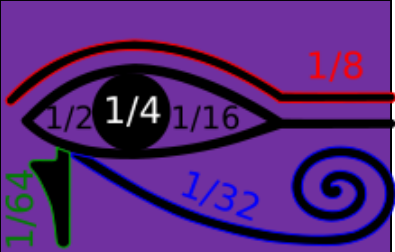
# Temps 2 et 3 de la formation

## PARTIE 4

**Temps 2 : à distance (4 h)**

**Temps 3 : en présentiel (2 h)**



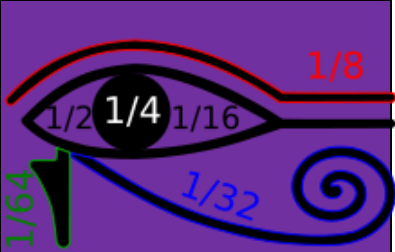


# Temps 2 : à distance (4 h)

## PARTIE 4

**Lecture personnelle** (temps estimé : 1h)

- Documents Eduscol :  
« Fractions et nombre décimaux au cycle 3 » +  
5 Annexes
  
- Recommandations de la conférence de  
Consensus  
(Facultatif : Pour aller plus loin...)



# Temps 2 : à distance (4 h)

**En équipe** (temps estimé : 1h)

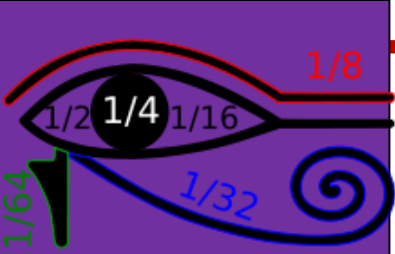
Visionnage et analyse d'une vidéo :

« Séance d'exercices sur les nombres décimaux en CM2 »

Analyse des pratiques observées :

- Ce qui est commun avec votre propre pratique
- Ce que vous trouvez positif dans la pratique observée
- Ce qui vous pose question
- Ce que vous apporteriez comme conseil(s)

66



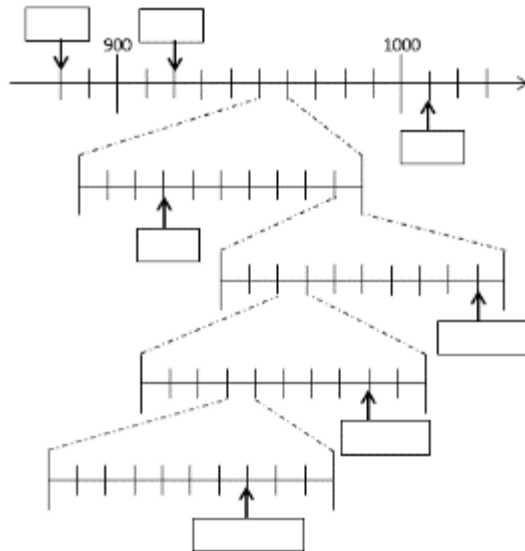
1/8

# Temps 2 : à distance (4 h)

## Mise en œuvre dans sa classe d'une situation (individuel)

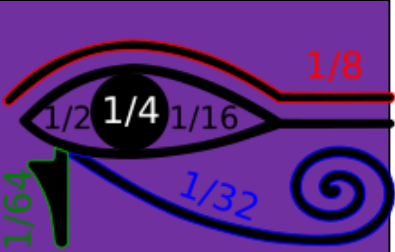
Lire le document d'aide à l'analyse de mise en œuvre en classe.  
 Mettre en œuvre dans sa classe les deux situations suivantes.  
 Compléter le document d'aide à l'analyse de la mise en œuvre.  
 Recueillir des travaux d'élèves.

### PARTIE 4



Compléter les étiquettes ci-dessous avec des fractions :





# Temps 2 : à distance (4 h)

**En équipe** (temps estimé : 2h)

Sélectionner certains travaux d'élèves à envoyer au CPC de votre circonscription.

Analyser ces travaux avec la grille ci-dessous à apporter le jour du temps 3 de la formation (deuxième présentiel).

## PARTIE 4

Situations	Réussites des élèves	Types d'erreurs	Obstacles (représentations)	Remédiations envisagées
<p>Compléter les étiquettes ci-dessous avec des fractions :</p>				

# Que disent les programmes ?

# Attendus de fin de cycle

## Nombres et calculs

- **Utiliser et représenter** les grands nombres entiers, **des fractions simples, les nombres décimaux.**
- **Calculer avec** des nombres entiers et **des nombres décimaux.**
- **Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.**

# Utiliser et représenter des fractions simples

- **Comprendre et utiliser la notion de fractions simples.**
  - **Écritures** fractionnaires.
  - **Diverses désignations** des fractions (orales, écrites et décompositions).
- **Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.**
  - Une première extension de la **relation d'ordre**.
- **Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.**
- **Établir des égalités entre des fractions simples.**

# Utiliser et représenter les nombres décimaux

- **Comprendre et utiliser la notion de nombre décimal.**
  - **Spécificités** des nombres décimaux.
- **Associer diverses désignations d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule et décompositions).**
- **Repérer et placer des décimaux sur une demi-droite graduée adaptée.**
- **Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres décimaux.**
  - **Ordre** sur les nombres décimaux.



# Repères de progressivité

## Fractions et décimaux

**Les fractions** sont à la fois **objet d'étude** et **support** pour l'introduction et l'apprentissage des **nombre décimaux**.

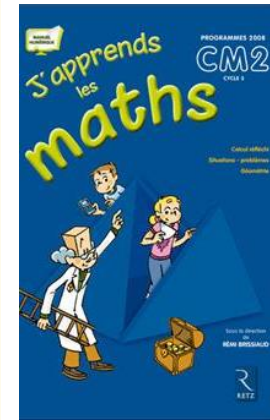
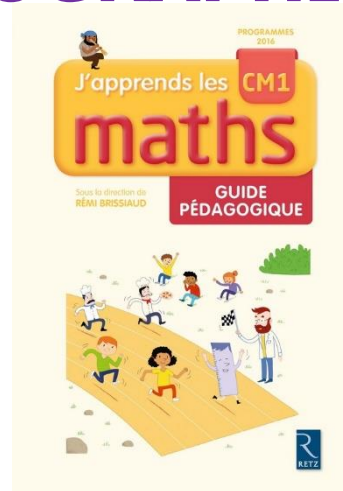
Pour cette raison, on commence **dès le CM1** l'étude des fractions simples (comme  $\frac{2}{3}$  ;  $\frac{1}{4}$  ;  $\frac{5}{2}$  ) et des fractions décimales.

**Du CM1 à la 6e**, on aborde **différentes conceptions** possibles de la fraction, du **partage** de grandeurs jusqu'au **quotient de deux nombres entiers, qui sera étudié en 6e**.

Pour les nombres décimaux, les activités peuvent se limiter aux centièmes en début de cycle pour s'étendre **aux dix-millièmes en 6e**.



# BIBLIOGRAPHIE



# SITOGRAPHIE

<http://eduscol.education.fr/cid101461/ressources-maths-cycle-3.html>



Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Pour que les élèves comprennent pleinement les notions mathématiques relatives aux fractions et aux nombres décimaux, il convient d'insérer ces notions dans la résolution de problèmes, sur première approche de ces notions sans attendre. Elle doit d'abord s'appuyer sur des activités liées à la mesure et à la comparaison des longueurs, des masses, des surfaces, des volumes, etc.

### Introduction

**Fractions**  
Enfin au cycle 3, on introduit les fractions à l'aide de parts égales et l'on prend un nombre entier de ces parts. On introduit ainsi le concept de fraction et l'on introduit les fractions à l'aide de parts égales.  
Le barbon [ ] est à deux tiers sa, nous mange d'un pain de trois parts égales puis de la part de deux de ces parts.  
L'ensemble de parts de pain se fait un pain nombre de parts (2, 3, 4, ...) et que l'on prend un pain nombre de parts, on parle de fraction simple:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ , etc.  
L'ensemble de parts de pain se fait un nombre de parts (2, 3, 4, ...) et que l'on prend un pain nombre de parts, on parle de fraction décimale:  $\frac{2}{10}$ ,  $\frac{3}{10}$ , etc.

<https://padlet.com/eloisecapron/droitegraduee>

MDP : sequence-DG

<https://micetf.fr/Fractions/generateur/>

# Fin

## Merci de votre attention



# En résumé

Points de vigilance lors de la construction d'une programmation de cycle.

Temps trop important consacré aux nombres entiers en début de CM1 et CM2

Introduction tardive de l'écriture décimale

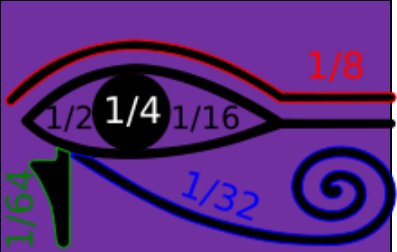
Programmation segmentée

Penser à la transition école-collège

## Conclusion

Rebrassage/enrichissement progressif/rétroaction

⇒ Une même notion est revisitée et enrichie à plusieurs reprises au cours des cycles.

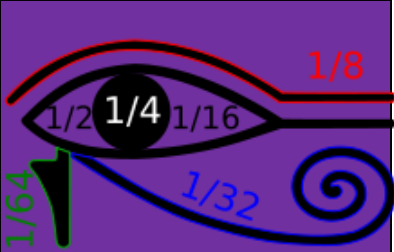


POUR ALLER + LOIN

# Les fractions :

## aspects et contextes d'introduction

Les fractions		Deux contextes d'introduction	
		Partage	Codage de mesures
Trois aspects	$a/b$ ièmes	Partage de l'objet	Mesurage par fractionnement de l'unité
	$a \div b$	Partage de la totalité	Mesurage par commensuration*
	fonctionnel	Prendre les $a/b$ d'une grandeur (La fraction est ici un opérateur)	Proportionnalité entre des mesures (coefficient de proportionnalité)



## Quand utiliser ces outils ?

- le plus tôt possible
- le plus régulièrement possible
- en continuité d'un cycle à l'autre
- tant que les élèves en ont besoin

## Ces outils, pour quoi faire ?

- pour des manipulations individuelles
- pour une différenciation pédagogique (aide personnalisée)
- pour des exercices structuraux collectifs pendant lesquels le maître :
  - relève toutes les propositions des élèves
  - laisse les élèves expliciter, justifier, argumenter
- pour évaluer les capacités d'un élève
- pour placer les élèves en situation de réussite et susciter du plaisir
- pour «recapter» l'attention des élèves

## Comment utiliser ces outils ?

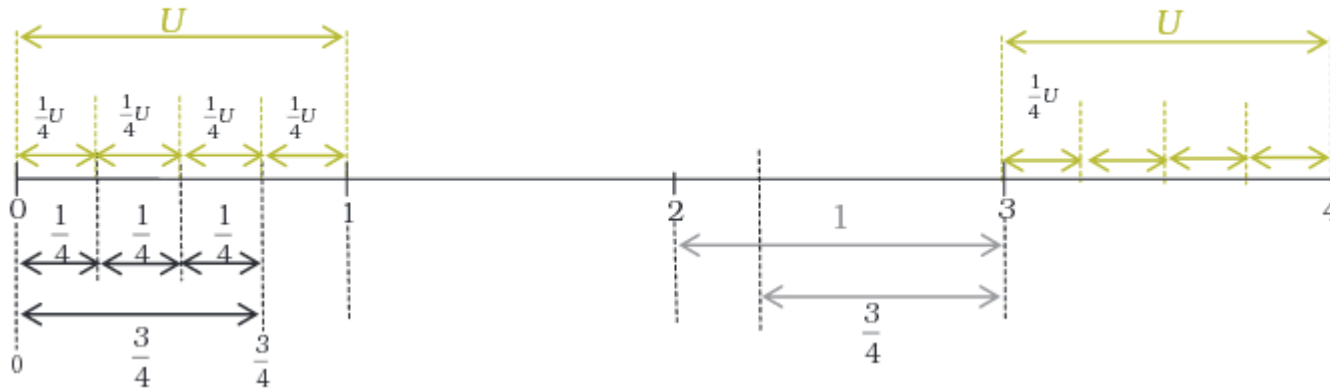
- en parallèle d'outils complémentaires (cubes)

**PARTIE 2 :  
MISE EN  
OEUVRE**

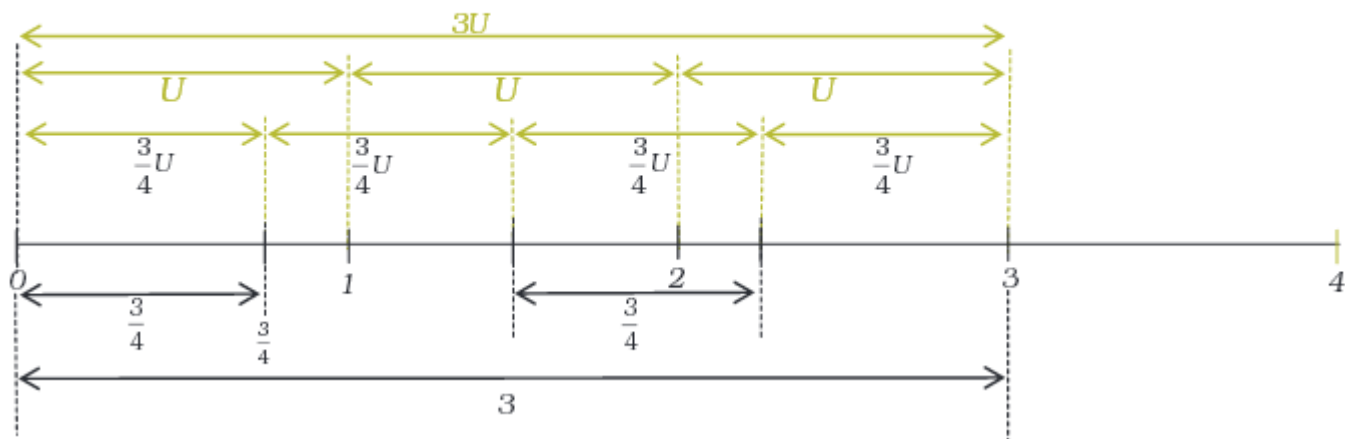
# En lien avec les graduations

## Exemple pour la fraction 3/4

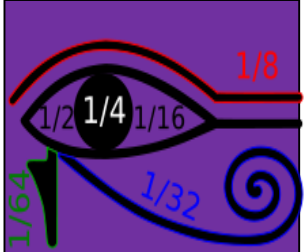
- $\frac{3}{4}$  sous son aspect  $a \times b$  (perçu comme trois quarts  $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$ )



- $\frac{3}{4}$  sous son aspect  $a \div b$  (perçu comme le quotient  $3 \div 4$ )







# Situation de référence : Les bandes Ermel

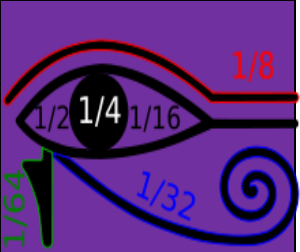
- Description rapide :

Les élèves vont devoir trouver et exprimer la longueur de segments à l'aide de fraction d'une unité de longueur  $u$  matérialisée par une bande de papier. Les fractions et la notation fractionnaire seront introduites pour formuler les démarches et les résultats des mesurages

- Objectifs :

- Utiliser des fractions élémentaires et des écritures additives telles que :  $\frac{1}{2}$  ;  $\frac{1}{4}$  ;  $\frac{1}{8}$  ;  $\frac{3}{8}$  ;  $\frac{5}{8}$  ;
- Utiliser les notations et le vocabulaire associé.
- Concevoir qu'une mesure peut s'exprimer de différentes façons et établir ainsi des équivalences entre fractions

PARTIE  
2 : MISE  
EN  
OEUVRE



# Situation de référence : Droite graduée Ermel

- Description rapide :

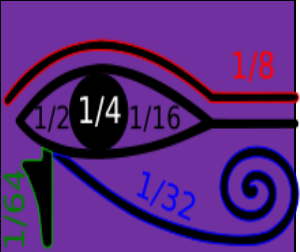
Les élèves vont travailler sur des demi-droites graduées, ils devront :

- Associer un nombre à certains points de la graduation.
- Placer des points associés à des nombres donnés.
- Trouver la distance séparant certains points de la graduation.

- Objectifs :

- Utiliser des fractions et les écritures additives pour situer des points sur une demi-droite graduée et pour exprimer des distances.
- Concevoir qu'une position ou une distance peut s'exprimer de différentes façons et établir ainsi des égalités et des décompositions
- Prendre conscience que la moitié de  $\frac{1}{5}$  est  $\frac{1}{10}$ , que  $\frac{1}{6}$  est la moitié de  $\frac{1}{3}$ , que  $\frac{1}{6}$  n'est pas le double de  $\frac{1}{3}$ .

PARTIE  
2 : MISE  
EN  
OEUVRE



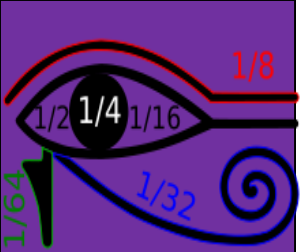
# Situation de référence : ça n'a pas l'air juste ! Ermel

- Description rapide : (après séquence aire et périmètre)

Deux activités et deux problèmes différents:

- Partager un rectangle en 2 ou 4 parties de mêmes aires.
  - Un partage est donné : il s'agit de prouver si les aires sont égales ou non.
- Objectifs :
    - Comprendre qu'une même fraction représente l'aire de parties du rectangle de formes différentes.
    - Visualiser des surfaces ayant pour aire  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{1}{4}$
    - Comparer des aires non superposables
    - Composition et décomposition des aires

PARTIE  
2 : MISE  
EN  
OEUVRE



# Situation de référence : la feuille A3 Ermel

- Description rapide : (2 séances de 40')
  - Trouver sans manipulation matérielle, comment obtenir à partir d'une feuille A3 qui pèse 10g, un morceau qui pèse 1,4 g, puis 3,5 puis 6,08.
- Objectifs :
  - Articuler dans un contexte de masse, écritures décimales et fractions décimales.
  - Mettre en œuvre et expliciter des relations entre unités, dixièmes, centièmes.

PARTIE  
2 : MISE  
EN  
ŒUVRE

# Les traces écrites

- Mettre en évidence les relations arithmétiques.
- Proposer différentes écritures.
- Proposer différentes représentations.



$\frac{1}{2}$  C'est la moitié de 1. "un demi"

0,5

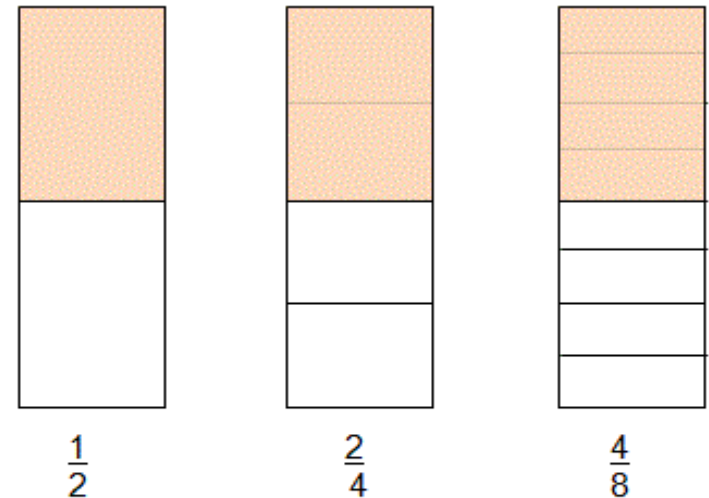
0,500

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{4}$

$\frac{2}{4}$

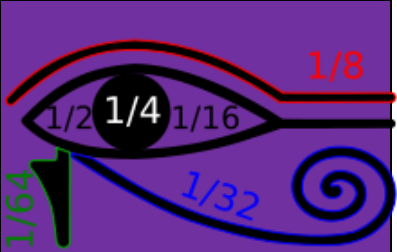


## Les cartes d'identité



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

C'est le nombre qui multiplié par 2 donne 1.



PARTIE 3

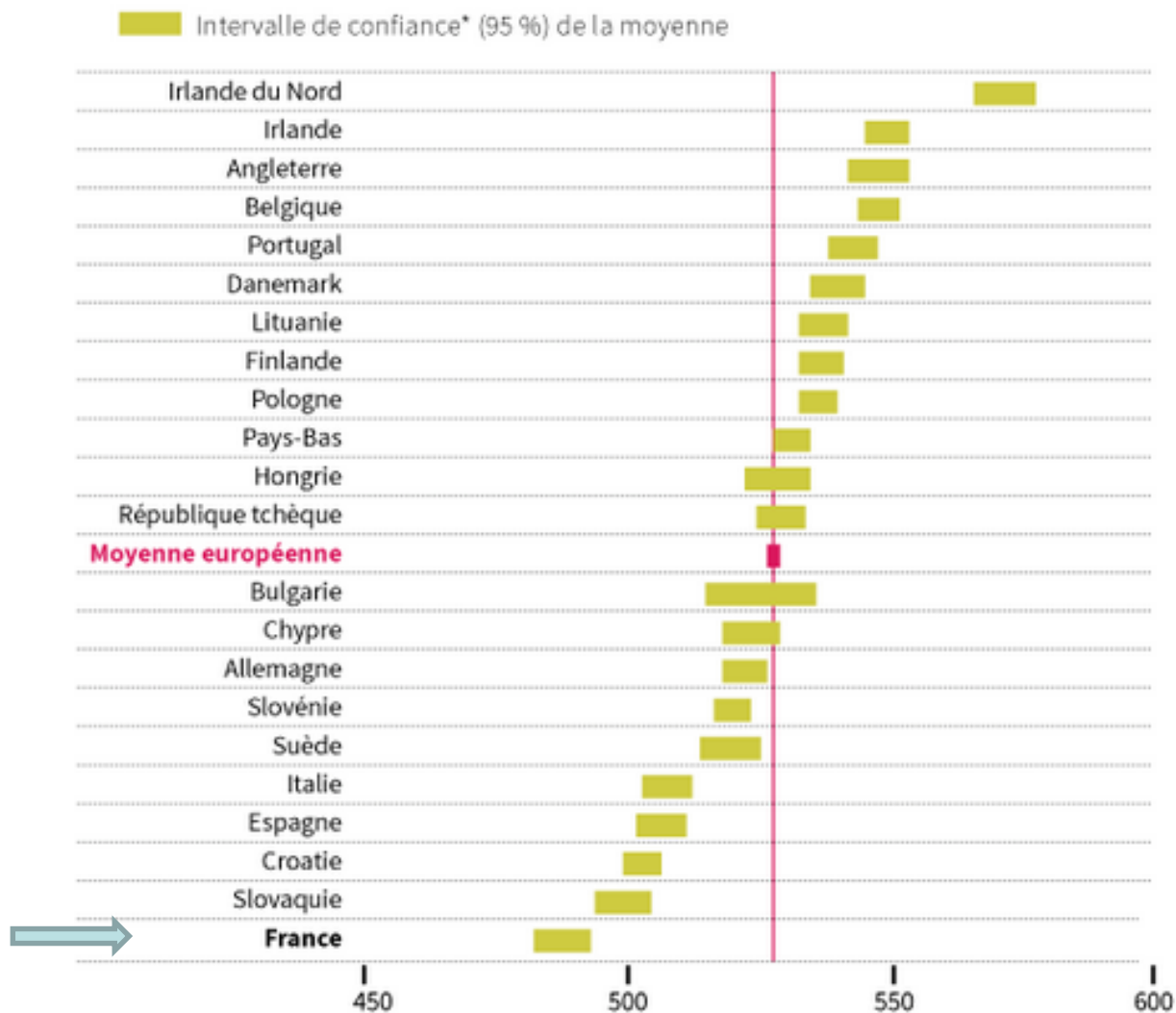
: APPORTS  
THEORIQUES ET  
DIDACTIQUES

# Ce nombre est ... ?

	$\frac{49}{14}$	$\sqrt{2}$	$\frac{28}{4}$	$\pi$	7,52	$\sqrt{5+4}$
Entier			×			×
Décimal	×		×		×	×
Rationnel	×		×		×	×
Réel	×	×	×	×	×	×

# Etat des lieux : Résultats TIMSS 2015

Elle décrit une chute des performances en terminale S et de lourdes difficultés en **CM1**.



4 870 élèves français de CM1 ont participé à l'évaluation internationale TIMSS qui a réuni 49 pays en 2015. En moyenne, ils ont obtenu un score de 488 points en mathématiques.