

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie  
Toulouse **É**

direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne



# Enseigner la résolution de problèmes au cycle 3

FORMATION 2018 - 2019

# Objectifs des 9 h de formation

Apporter des savoirs mathématiques, théoriques, didactiques et pédagogiques pour l'enseignement de la résolution de problèmes :

- Typologies et classifications des problèmes
- Exemples de mise en œuvre
- Analyse de pratiques et de travaux d'élèves
- Difficultés des élèves et différenciation pédagogique
- Autres gestes professionnels



**Tout le parcours est à suivre sur M@gistere  
(ressources, dépôts de travaux, forum des questions)**

# MODULE de 9 h - Parcours des enseignants – Enseigner la résolution de problèmes au cycle 3

★ Temps 1 – 3 heures  
par les CPC - IEN

Partie théorique, partie didactique et pistes de mise en œuvre pédagogique

## 1. Quels problèmes pour quoi faire ?

**Atelier :** identifier les quatre types de problèmes à partir d'un corpus

## 2. Que disent les programmes

## 3. Les problèmes pour apprendre :

- classification des problèmes des champs additif et multiplicatif
- points de vigilance dans le choix des énoncés
- procédures personnelles et expertes

**Atelier :** analyse de productions d'élèves

## 4. Les problèmes pour chercher :

- caractéristiques et scénario-type



**Atelier :** analyse d'un problème pour chercher « tous à bord »

## 6. Présentation du déroulé des temps 2 et 3

- **Mise en œuvre dans sa classe** d'un problème pour apprendre et d'un problème pour chercher « carrés triangles »

- **Analyse à partir de deux vidéos :** « le train », « les lettres »



★ Temps 2 – 3 heures  
en équipe enseignante  
et m@gistère

## 1. Lecture personnelle

Doc.1 Problèmes arithmétiques de réinvestissement,  
*Catherine Houdement*



Pour aller plus loin

Doc.2 La résolution de problèmes de mathématiques au primaire, *Annie Feyfant*

## 2. Les problèmes pour apprendre :

- analyse en équipe enseignante d'une vidéo « le train » à l'aide d'un questionnaire
- mise en situation dans sa classe d'un problème  
Recueil de productions d'élèves
- analyse en équipe enseignante des productions d'élèves à l'aide d'une grille d'analyse



## 3. Les problèmes pour chercher :

-analyse en équipe enseignante d'une vidéo « les lettres » (amorcée au temps 1) à partir d'une « grille de lecture, Goigoux »



-mise en situation dans sa classe « problème carrés et triangles »

Recueil de productions d'élèves

★ Temps 3 – 3 heures  
par les CPC - IEN

Retour

et

approfondissement

## 1. Problèmes pour apprendre :

- échanges à partir de l'analyse de la vidéo « le train »
- échanges à partir de l'analyse des productions d'élèves
- difficultés des élèves et aides (diaporama)



## 2. Problèmes pour chercher

- échanges à partir de l'analyse de la vidéo « les lettres »



- analyse des productions recueillies : échanges à partir de la mise en œuvre « carrés triangles »

- d'autres types de raisonnements

**Atelier :** analyse de problèmes pour chercher à partir d'un corpus

**Synthèse :** caractéristiques, types de raisonnements, mise en œuvre d'une séance, différenciation, traces écrites

**3. Programmation** des problèmes proposés, analyse de manuels scolaires

# Déroulement

## 1. Cadre institutionnel et mesures nationales

## 2. Quels problèmes pour quoi faire ?

Définition des 4 types de problèmes

Atelier 1 : identifier des types de problèmes, mise en commun et discussion

## 3. Les problèmes pour apprendre

Problèmes élémentaires et problèmes complexes

Problèmes du champ additif et du champ multiplicatif (Vergnaud)

Points de vigilance dans le choix des énoncés

Procédures personnelles et procédures expertes

Atelier 2 : analyse de productions d'élèves

## 4. Les problèmes pour chercher

Caractéristiques

Scénario type d'une séquence

Atelier 3 : analyse d'un problème : « tous à bord »

## 5. Présentation du déroulé des temps 2 et 3

**POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE**



direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne



# 1. Cadre institutionnel et mesures nationales

# Cadre institutionnel

- **Socle commun de connaissances, de compétences et de culture** BO du 23 avril 2015  
**et le programme** BO du 26 novembre 2015
- **21 mesures pour l'enseignement des mathématiques**, rapport du 12 février 2018, par Cédric Villani et Charles Torossian
- **La résolution de problèmes à l'école élémentaire**, note de service n°2018- du 25-04-2018 du BO n°3 du 26 avril 2018
- **Les ajustements des programmes**, BO n° 30 du 26 juillet 2018

**POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE**



direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne



## 2. Quels problèmes pour quoi faire ?

# Quels problèmes ? (1)

Fonctions	PROBLÈMES POUR APPRENDRE			PROBLÈMES POUR CHERCHER
Types de problèmes	<b>Problèmes de découverte</b> (situations-problèmes)	<b>Problèmes d'application directe</b> (simples)	<b>Problèmes de réinvestissement transfert</b> (complexes)	<b>Problèmes de recherche</b> (ouverts)
	Problème dont la résolution vise la <b>construction d'une nouvelle connaissance</b> ou d'un nouvel aspect d'une connaissance antérieure	Problème destiné à <b>s'entraîner</b> à maîtriser le sens d'une connaissance	Problème complexe nécessitant <b>l'utilisation de plusieurs connaissances</b> construites dans différents contextes	Problème centré sur le <b>développement des capacités à chercher</b> : en général, les élèves ne connaissent pas la solution experte

# Quels problèmes ? (2)

## Atelier 1

**Consignes :**

En binôme :

- Prendre connaissance d'un corpus d'énoncés de problèmes
- Classer les 12 énoncés en précisant s'il s'agit :
  - d'un problème de découverte,
  - d'un problème d'application,
  - d'un problème de réinvestissement,
  - d'un problème de recherche.

**Mise en commun**

# Quels problèmes ? (3)

**3 en 1**

<b>« J'ai 250 œufs. Combien de boîtes de 6 sont nécessaires pour les ranger ? »</b>	<b>CE1 :</b>  <b>Problème de recherche</b>	Les élèves ne connaissent pas la technique de la division. Ils sont face à un défi intellectuel qu'ils doivent relever pour chercher. Ils vont <b>utiliser différentes procédures personnelles</b> : dessin, calculs partiels...
	<b>CE2 :</b>  <b>Problème de découverte</b>	Ils ne connaissent pas encore la technique de la division. <b>Analyser les procédures utilisées</b> et leurs limites. <b>Identifier la procédure experte</b> pour introduire la technique opératoire de la division.
	<b>CM2 :</b>  <b>Problème d'application</b>	La division a été étudiée. Les élèves sont censés reconnaître un problème de division et <b>utiliser la technique opératoire pour le résoudre.</b>

**POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE**



direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne



## **3. Les problèmes pour apprendre**

**Problèmes élémentaires  
et  
problèmes complexes**

# Enjeu principal de l'enseignement des problèmes

→ **Enrichir la mémoire des élèves sur les problèmes :**

- ils disposeraient ainsi de plus de schémas,
- face à un nouveau problème, ils seraient capables de pointer des analogies avec ceux déjà rencontrés.

## Comment ?

→ La rencontre des élèves avec des problèmes doit être :

- fréquente** (10 problèmes par semaine),
- surtout avec des **problèmes élémentaires**,
- avec résolution et réussite individuelle.

# Les problèmes « élémentaires »

## → Deux exemples

*Une salle comporte 400 places disposées en 25 rangées.  
Combien y a-t-il de places dans chaque rangée ?*

*Léonard de Vinci est mort en 1519 à l'âge de 67 ans.  
En quelle année est-il né ?*

## → Caractéristiques

- énoncé court,
- syntaxe et vocabulaire simples,
- sans information superflue,
- contexte facile à comprendre,
- 2 données, recherche d'une 3<sup>ème</sup> valeur,
- $2n+1$  données, (proportionnalité)

# Résolution

→ quasi-immédiate

## Où trouver de tels problèmes ?

→ peu dans les manuels, organisation pas pensée

→ structures additives et multiplicatives de Vergnaud

→ et si les programmes proposaient des exemples de problèmes élémentaires !

## Des « presque » élémentaires... Pourquoi ?

*Une place de spectacle scolaire coute 4 €. Combien l'école doit-elle payer pour que les 123 élèves puissent aller voir le spectacle ?*

*Le 15 octobre, Jean fête ses 65 ans, il aura exactement 33 ans de plus que son neveu Julien. Quel âge a Julien ?*

*Cléa et Simon collectionnent des timbres. Ils ont ensemble 246 timbres. Simon en a 97. Combien en a Cléa ?*

*Des géraniums sont vendus par barquette de 12. Vincent achète 24 barquettes de 12 géraniums. Combien aura-t-il de géraniums à planter ?*

# Les problèmes complexes

## → Un exemple

*Au cinéma 'Royal Ciné' un adulte paye 6 € par séance et un enfant paye 4 € par séance.*

*A la séance de l'après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants.*

*A la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants.*

*La recette de la journée est 542 €*

*Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi ?*

## → Caractéristiques

- composés de problèmes élémentaires,
- difficulté liée à la distance entre les informations à connecter pour construire la réponse,
- mobilisent plusieurs connaissances mathématiques.

# Résoudre un problème complexe nécessite :

- **de construire des sous-problèmes calculables**  
(souvent élémentaires) qui font avancer la réponse
- **de savoir résoudre ces problèmes élémentaires**
- **de qualifier** les résultats intermédiaires :
  - donner la grandeur réponse : *80 euros*,
  - expliciter le rôle que joue la grandeur : *80 € prix qu'ont payé les enfants à la séance du soir*
- **d'avoir pris conscience de la nécessité** de ce travail de pensée.

## → Le problème complexe

Au cinéma 'Royal Ciné' un adulte paye **6 €** par séance et un enfant paye **4 €** par séance.

A la séance de l'après-midi, il y avait **50 adultes** et **?** enfants.

A la séance du soir, il y avait **15 adultes** et **20 enfants**.

La recette de la journée est **542 €**.

Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi ?

## → Les sous-problèmes

### Calculables

Séance de l'a-m : prix que payent les adultes

Séance du soir : nombre de personnes

Séance du soir : prix que payent les adultes

Séance du soir : prix que payent les enfants

Séance du soir : recette de la séance du soir

Deux séances : nombre d'adultes

Deux séances : recette venant des adultes

### Utiles

Recette de la séance du soir et prix que payent les adultes l'a-m

### OU

Recette venant des adultes et prix que payent les enfants le soir

# **Classification de Vergnaud**

Champ additif et champ multiplicatif

# **Classification des problèmes du champ additif**

(structures additive et soustractive)

# Classification proposée par Ermel à partir de celle de Gérard Vergnaud

- Les problèmes où un état initial subit **une transformation** pour aboutir à un état final
- Les problèmes **de combinaison de deux états** pour obtenir un troisième état
- Les problèmes de **comparaison**
- Les problèmes **de composition de deux transformations** pour en former une troisième

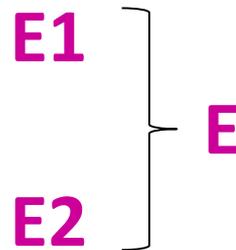
# Les problèmes dans lesquels un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final

$$E_i \xrightarrow{T} E_f$$

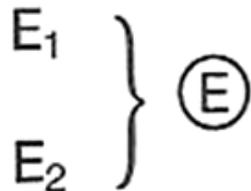
	recherche de l'état final	recherche de la valeur de la transformation	recherche de l'état initial
Transformation positive	$E_i \xrightarrow{T^+} \textcircled{E_f}$	$E_i \xrightarrow{\textcircled{T^+}} E_f$	$\textcircled{E_i} \xrightarrow{T^+} E_f$
Transformation négative	$E_i \xrightarrow{T^-} \textcircled{E_f}$	$E_i \xrightarrow{\textcircled{T^-}} E_f$	$\textcircled{E_i} \xrightarrow{T^-} E_f$

Contextes cardinal, ordinal et de mesure

# Les problèmes de combinaison de deux états pour obtenir un troisième état

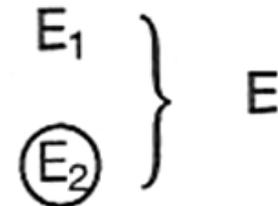


Il peut s'agir de la **réunion**  
de deux états



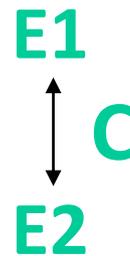
Recherche du tout

Il peut s'agir de la **partition**  
d'un état en deux



Recherche du complément

# Les problèmes de comparaison

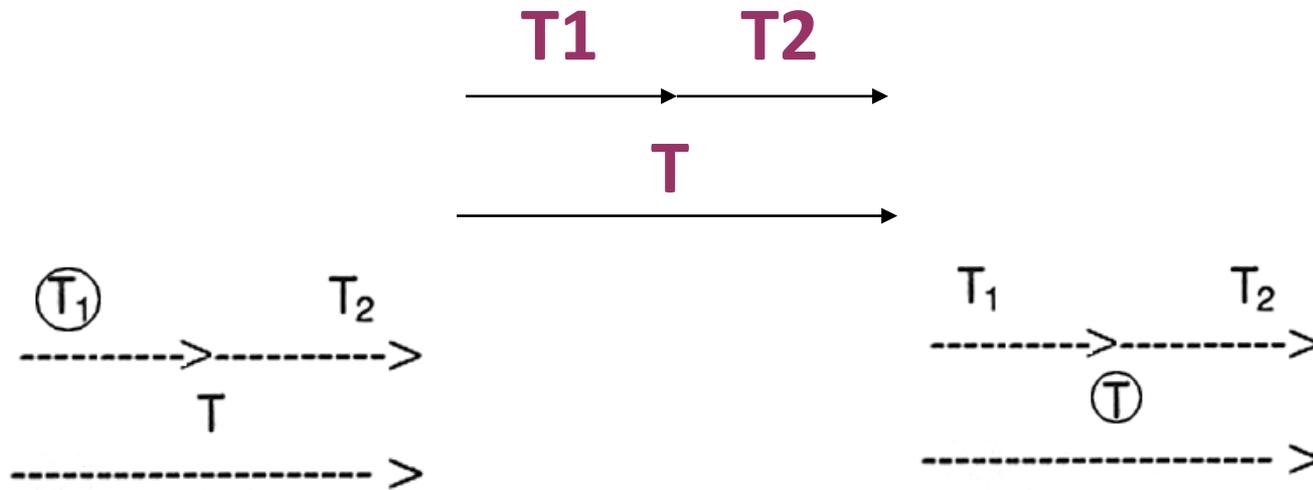


E1 est le référent, celui auquel on compare (après le mot « que »)

	recherche de E <sub>2</sub>	recherche de C	recherche de E <sub>1</sub>
Comparaison positive	$E_1$ $\uparrow$ $\textcircled{E_2}$ C <sup>+</sup>	$E_1$ $\updownarrow$ $E_2$ $\textcircled{C^+}$	$\textcircled{E_1}$ $\updownarrow$ $E_2$ C <sup>+</sup>
Comparaison négative	$E_1$ $\uparrow$ $\textcircled{E_2}$ C <sup>-</sup>	$E_1$ $\updownarrow$ $E_2$ $\textcircled{C^-}$	$\textcircled{E_1}$ $\updownarrow$ $E_2$ C <sup>-</sup>

Contexte ordinal, cardinal ou de mesure

# Les problèmes de composition de deux transformations pour en former une troisième



**Recherche d'une des deux transformations**

**Recherche de la transformation résultante**

**Contexte ordinal, cardinal ou de mesure**  
**Transformations positives ou négatives**

# Quels problèmes posent problème ?

→ A données numériques équivalentes :

les problèmes **les mieux réussis** sont ceux à  
**transformation**

les problèmes **les moins bien réussis** sont ceux de  
**comparaison**

→ Pour un même type de problème :

les problèmes **les moins bien réussis** sont ceux pour lesquels  
**sens et procédures vont en sens inverse**

Poursuite de la résolution de problèmes du champ additif en cycle 3 :

-dans des nouveaux contextes,

-avec des nombres plus grands et des décimaux.

# **Classification des problèmes du champ multiplicatif**

(de multiplication, de division, de proportionnalité)

# **Classification**

## **à partir de celle de Gérard Vergnaud**

**Les problèmes de comparaison**

**Les problèmes de proportionnalité**

# Les problèmes de comparaison

«n fois plus» ou «n fois moins»

Comparaison	Énoncé	Structure mathématique	Congruence sémantique et procédurale
Positive	J'ai 28 images. Marie en a <b>2 fois plus</b> que moi. Combien Marie a-t-elle d'images ?	Multiplication	oui
Positive	Marie a 28 images. Elle en a <b>2 fois plus</b> que moi. Combien ai-je d'images ?	Division	non
Négative	J'ai 28 images. Marie en a <b>2 fois moins</b> que moi. Combien Marie a-t-elle d'images ?	Division	oui
Négative	Marie a 28 images. Elle en a <b>2 fois moins</b> que moi. Combien ai-je d'images ?	Multiplication	non

# Les problèmes de proportionnalité simple

## Une des trois données est égale à 1

Schéma	Structure mathématique	Énoncé
$1 \rightarrow a$ $b \rightarrow ?$	<b>Multiplication</b>	Un livre coûte 3 euros. Combien coûtent 5 livres ?
$c \rightarrow d$ $1 \rightarrow ?$	<b>Division partition</b> (valeur d'une part)	5 livres coûtent 15 euros. Combien coûte un livre ?
$1 \rightarrow e$ $? \rightarrow f$	<b>Division quotient</b> (nombre de parts)	Un livre coûte 3 euros. Je paie 15 euros. Combien ai-je acheté de livres ?

## Aucune des données n'est égale à 1

Schéma	Structure mathématique	Énoncé
$g \rightarrow h$ $i \rightarrow ?$	<b>Quatrième de proportionnelle</b>	Trois livres coûtent 15 euros. Combien coûtent 4 livres ?

# Les problèmes de proportionnalité simple de comparaison

Énoncé	Structure mathématique
<p>Dans la bouteille A, je mets 12 verres d'eau et 10 morceaux de sucre. Dans la bouteille B, je mets 4 verres d'eau et 2 morceaux de sucre. Quelle bouteille contient l'eau la plus sucrée ?</p>	Multiplication Division

# Les problèmes de proportionnalité de produit de mesures

→ **cartésien** : «a x b»

Énoncé	Structure mathématique
Je possède 3 vestes et 4 pantalons. Combien puis-je former de tenues différentes ?	Multiplication
Avec mes 3 vestes et mes pantalons, je peux former 12 tenues différentes. Combien ai-je de pantalons ?	Division

→ **configuration rectangulaire** : «a x b»

Énoncé	Structure mathématique
Ma feuille de papier mesure 30 cm de long et 21 cm de large. Quelle est son aire ?	Multiplication
Ma feuille de papier mesure 30 cm de long. Son aire est de 630 cm <sup>2</sup> . Quelle est sa largeur ?	Division

# Les problèmes de proportionnalité simple composée

Schéma	Structure mathématique	Énoncé
$g \longleftrightarrow h$ $h' \longleftrightarrow i'$ $? \longleftrightarrow i''$	Multiplication Division	<p>Avec 100 kg de blé, on fait 75 kg de farine et avec 25 kg de farine, on fait 30 kg de pain.</p> <p>Quelle est la masse de blé nécessaire pour faire 450 kg de pain ?</p>

# Les problèmes de proportionnalité multiple

Schéma	Structure mathématique	Énoncé
$j \longleftrightarrow k$ $k' \longleftrightarrow l'$ $j'' \longleftrightarrow l''$ 	Multiplication	<p>Des élèves préparent une classe de neige pour 50 enfants qui durera 28 jours. Il faut compter 3,5 kg de sucre par semaine pour 10 enfants.</p> <p>Quelle est la consommation de sucre à prévoir ?</p>

# Intérêts

Ces classifications sont **des outils pour l'enseignant** :

- pour construire des séries de problèmes ressemblants,
- pour analyser les propositions des manuels,
- pour hiérarchiser les difficultés et établir une progression,
- pour prévoir les évaluations.

## Point de vigilance

Les schémas Vergnaud associés à ces problèmes ne sont pas proposés pour faire l'objet d'un enseignement.

# Points de vigilance dans le choix des énoncés

# 1. L'ordre de présentation des données et les mots inducteurs

Énoncé	Opération
<p>Aujourd'hui, il fait 3 degrés à Troyes et 12 degrés à Nice. Il fait plus chaud à Nice qu'à Troyes. De combien de degrés ?</p>	$12 - 3 = ?$
<p>Organisation énonciative 3 → 12 Indicateur sémantique : « plus qu' »</p>	<p>Organisation opérative 12 → 3 Signe de l'opération : –</p>
<p>non congruence conversion difficile</p>	

## 2. Les implicites

Considérons les deux énoncés suivants :

Énoncé 1 :

*Jean a gagné 3 billes.*

*Maintenant, il a 5 billes*

*Combien Jean avait-il de billes au début ?*

Énoncé 2 :

*Jean avait quelques billes.*

*Il a gagné 3 billes.*

*Maintenant, il a 5 billes.*

*Combien avait-il de billes au début ?*

Taux de réussite :

en CP

**Énoncé 1 : 13 %**

**Énoncé 2 : 33 %**

en CE1

**Énoncé 1 : 61 %**

**Énoncé 2 : 79 %**

# 3. Le contexte

## Hypothèse :

La variation de contexte influe favorablement sur les performances de résolution de problèmes ayant les mêmes caractéristiques

### 1. *L'anniversaire de Stéphanie.*

*Stéphanie prépare une boisson avec du sucre et des oranges pour son anniversaire. Pour 7 oranges, il faut 12 g de sucre. Elle utilise 35 oranges. Quelle masse de sucre lui faut-il pour réussir son mélange ?*

### 2. *Les briques de Léa.*

*Léa empile des briques identiques d'un jeu de construction. Avec 7 briques, on obtient une hauteur de 12 cm. Léa empile 35 briques. Quelle hauteur obtient-elle ?*

### 3. *Les pains au chocolat de Pierre.*

*Pierre veut acheter des pains au chocolat dans une pâtisserie. 7 pains au chocolat coûtent 12 euros. Pierre veut 35 pains au chocolat. Combien va-t-il payer ?*

## Protocole :

Les trois problèmes proposés : l'élève en choisit celui qu'il va résoudre.

Un seul problème proposé : l'élève doit le résoudre

Les trois problèmes sont proposés : l'élève doit résoudre les trois (dans l'ordre qu'il veut).

## **Conclusion :**

➔ Le problème dont le contexte semble le plus familier (Le pain au chocolat de Pierre) a toujours été mieux résolu.

➔ Pour chaque problème, les élèves l'ont mieux réussi lorsqu'ils l'ont choisi dans une liste de trois problèmes « ressemblants » que lorsqu'il était présenté seul.

## 4. Le vocabulaire

Mots polysémiques : solde, recette, pièce...

Mots spécifiques : abonnement, prise en charge...

## 5. La place de la question

➔ Le placement en tête de la question entraîne une amélioration systématique des scores, cela à tout âge et pour tout type de problèmes additifs (Michel Fayol).

# Les productions d'élèves

**Solutions personnelles  
et  
solutions expertes**

# Exemple d'un problème de partage

- en GS : recours au dessin ou au dénombrement
- en CE1 : utilisation de soustractions successives ou essais multiplicatifs

→ des solutions personnelles

- en CM1 : utilisation de la division

→ la solution experte

**DONC..**

**Si élève :**

-détermine les étapes de résolution,

-utilise le même raisonnement et les mêmes calculs que ceux d'une personne experte → **solution experte**

-a compris la situation et la question posée

-il utilise un mode de résolution correct mais différent de celui d'une personne experte → **solution personnelle**

# Deux exemples de problèmes de combinaison

*Un autocar qui peut transporter 60 personnes est complet.  
45 adultes y sont installés. Tous les autres passagers sont des enfants.  
Combien y a-t-il d'enfants dans l'autocar ?*

→ Une personne experte calcule mentalement le complément de 45 à 60 **ou** la différence entre 60 et 45 : ce sont **deux solutions expertes**.

*Un train qui peut transporter 926 personnes est complet.  
389 adultes y sont installés. Tous les autres passagers sont des enfants.  
Combien y a-t-il d'enfants dans le train ?*

→ Une personne experte munie d'une calculatrice ou d'un papier et d'un crayon utiliserait la soustraction.

**DONC...**

**L'expertise se caractérise par le fait qu'elle va permettre :**

- de reconnaître la validité de plusieurs résolutions différentes, et donc leur équivalence du point de vue de leur adéquation au problème posé,
- de juger de l'économie de chaque solution pour faire un choix adapté.

# **Analyse de travaux d'élèves**

## Atelier 2

# L'énoncé

*Lise a 10 €. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49 €.  
Une bouteille de soda coûte 1,29 €.  
Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?*

## Analyse et anticipation

- Quelles sont les caractéristiques de ce problème ?
- Quelles sont les compétences mobilisées dans sa résolution ?
- Quelles difficultés peut-on anticiper ?
- Quelles pistes d'étayage peut-on proposer ?

# Des productions d'élèves de CM2

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€. Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 1,29 \\ \hline 4,78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,9 \\ + 2,9 \\ \hline 7,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 1,29 \\ + 1,29 \\ \hline 9,96 \end{array}$$

1

$$\begin{array}{r} 9,96 \\ + 4,78 \\ \hline 14,74 \end{array}$$

Il lui manque 4,34

Les achats

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€. Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 1,29 \\ \times 3 \\ \hline 3,87 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ \times 2 \\ \hline 6,98 \end{array}$$

Je cherche le nombre de argent qui lui manque.

$$\begin{array}{r} 6,98 \\ + 3,87 \\ \hline 10,85 \end{array}$$

2

Il lui manque 95 centimes.

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€. Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

Je cherche la somme de paquet gâteaux et de bouteille de Soda

calcul

$$\begin{array}{r} 3,49€ \\ - 1,29€ \\ \hline 2,20€ \\ - 1,0€ \\ \hline 2,10€ \end{array}$$

3

il lui manque 2,10 pour le gateau et le soda

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€. Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ \times 2 \\ \hline 6,98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,29 \\ \times 3 \\ \hline 3,87 \end{array}$$

4

Il lui manque 6,98€ pour le gâteau  
Il lui manque 3,87€ pour les bouteilles de soda

# Analyse des productions

Par 4 : *Analyser les quatre productions d'élèves en repérant les réussites, les erreurs et les aides à apporter en situation.*

<b>Productions des élèves</b>	<b>Réussites des élèves</b>	<b>Propositions d'analyse des erreurs</b>	<b>Propositions d'aides pendant la résolution du problème</b>
<b>Production 1</b>			
<b>Production 2</b>			
<b>Production 3</b>			
<b>Production 4</b>			

**POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE**



direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne



## 4. Les problèmes pour chercher

**Quelles sont les caractéristiques  
d'un problème pour chercher ?**

# Le problème ouvert ou problème pour chercher

## Ses caractéristiques :

- Un énoncé court
- Un énoncé qui n'induit ni la méthode, ni la solution, sans question intermédiaire
- Une solution qui ne peut se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats de cours
- Un problème qui se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité.

Développer  
les capacités  
à chercher

- ▶ **Présente une certaine « résistance ».**
- ▶ **Lance un défi.**
- ▶ **Permet :**
  - **la prise de possession de la situation**
  - **l'engagement dans des essais, des conjectures, des projets de résolution**

**Comment mettre en œuvre  
un problème pour chercher ?**

# La mise en œuvre du « problème pour chercher »

## Les différentes phases

### **1) Présentation du problème**

- dévolution, présentation
- reformulation

### **2) Recherche en deux temps**

- individuelle
- en petits groupes

### **3) Mise en commun**

- échanges, débats
- validation

### **4) Synthèse**

### **5) Reprise**

# 1. Présentation et dévolution du problème

A l'oral ou à l'écrit à partir de :

énoncé  
oral

vidéo

situation de  
vie de  
classe ou  
quotidienne

énoncé  
écrit :  
textes,  
schéma

défi

matériel :  
cartes ...

Rôle de l'enseignant ?

► L'enseignant donne toutes les indications pour que le problème soit clairement défini.

► L'enseignant n'apporte aucune indication qui puisse orienter vers une procédure.



Il s'agit de se représenter ce que l'on cherche.

## 2. Recherche en deux temps

1

**Recherche individuelle** (5 à 10 min)  
Pour une appropriation de la situation



### Rôle de l'enseignant ?

- ▶ Il répond aux questions concernant la compréhension de la situation, observe, encourage, note.
- ▶ Il n'intervient pas sur la validité d'une procédure, n'oriente pas dans une voie.

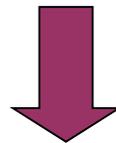
2

**Recherche en petits groupes** (15 à 25 min)  
Pour confronter les procédures personnelles



### Rôle de l'enseignant ?

- ▶ Il favorise les échanges, permet la confrontation des points de vue et l'émergence d'éléments de preuve.



Il s'agit de proposer une solution commune au sein du groupe

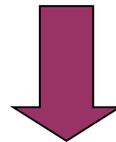
## 3. Mise en commun

**Les échanges ont pour objectifs de :**

- rapprocher les propositions identiques / confronter celles qui sont différentes
- analyser les procédures erronées
- valider les procédures par les élèves (souhaitable)
- contrôler les résultats (avec le matériel si possible)

### Rôle de l'enseignant ?

- ▶ Il choisit l'ordre de passage reposant sur ses observations.
- ▶ Il oriente l'observation.
- ▶ Il permet un échange véritable.



**Il s'agit de proposer une stratégie commune de résolution plus qu'une solution commune.**

## 4. Synthèse

Conclure la séance avec des échanges.

Réaliser **une affiche de référence** comportant :

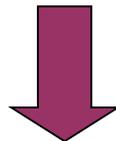
- les procédures de résolution possibles,
- des méthodes d'organisation,
- des formes de présentation,
- une chronologie des recherches...



**Il s'agit de se mettre d'accord sur des comportements essentiels et des stratégies intéressantes.**

## 5. Reprise

Les données sont modifiées et adaptées au niveau des élèves.



**Il s'agit d'améliorer les propositions antérieures.**

# 1. Résolution par essais et ajustements - par répartition

## Bateaux, tous à bord !



### Consignes

- Résoudre le problème
- Préciser les **caractéristiques** de ce type de problèmes
- Échanger sur les **procédures** mises en œuvre
- Quels moyens de différenciation ?

# Séance 1 : premières traces individuelles

Lola  
CM1

32	
100	
65+	
85+	
45+	
50+	
25+	
70+	
<hr/>	
440	< 450

A

3bateau

100	65	85	45	50	25	70
X	X				X	X

Noémie 150 P

B

100+50    ~~70+45~~    ~~25+65~~    Jehan

25+45

25	25	85
+45	+85	+50
+85	+65	+25
<hr/>	<hr/>	<hr/>
155	175	0

50	100	65
+25	+45	+85
+70	<hr/>	<hr/>
145	145	150

C

Yasmine  
CM2

150 bateau

100 persone

65	1	2	3
85	100		
45		65	
50	50		45
25		85	25
70			70

D

# Séance 1 : traces collectives

A



B

100  
65  
85  
45  
50  
25  
70

1<sup>er</sup> possibilités

Il y a 3 bateaux et le max de personne est de 150 par bateau.  
Chacun des groupes peuvent rester ensemble.

Joaquim - Florie - Célian  
- Jeremy - Valentin (CM2)

2<sup>eme</sup> possibilités

Chacun des groupes peuvent rester ensemble et rentrer dans les trois bateaux.

The work for part B is divided into two sections by a horizontal line. The top section, labeled '1<sup>er</sup> possibilités', shows three boat diagrams. The first boat contains  $100 + 50 = 150$ . The second boat contains  $65 + 85 = 150$ . The third boat contains  $45 + 25 + 70 = 140$ . The bottom section, labeled '2<sup>eme</sup> possibilités', shows three boat diagrams. The first boat contains  $100 + 45 = 145$ , with this calculation circled in red and a red arrow pointing to it. The second boat contains  $65 + 85 = 150$ . The third boat contains  $50 + 25 + 70 = 145$ . To the right of the boats, there is a list of names: 'Joaquim - Florie - Célian' and '- Jeremy - Valentin (CM2)'. At the top right, there is a small note 'CM2'. At the bottom, there is a sentence: 'Chacun des groupes peuvent rester ensemble et rentrer dans les trois bateaux.'

# Reprise du même problème avec des données modifiées et adaptées au niveau des élèves (différenciation)

## Niveau 1

90 20 45 35 60 55 70 65

Trouver **LA** solution



Quels supports de « différenciation » pour les élèves en difficulté ?

## Niveau 2

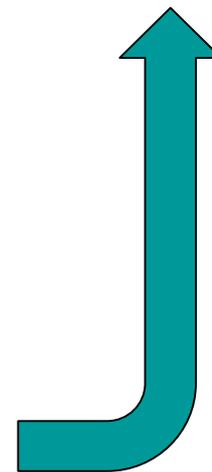
20 45 35 60 55 70 **81**

**Pas** de solution au problème supérieur à 450

90 55 27 58 70 65 56 22

**Niveau 3** : Trouver le **maximum** de solutions parmi **les 6 possibles**

**Niveau 4** : Trouver **toutes les solutions (6)**



# Quel support de différenciation ? Coup de pouce !

Autres : voir annexes

90	20	45	35
60	55	70	65

90	20	45	35
60	55	70	65

Bateau 1	Bateau 2	Bateau 3
90	70	65
60	55	45
	20	35
150	145	145

➔ Autres outils de différenciation : répertoires multiplicatifs, calculettes



# Séance 2 : problème identique, données différentes selon les élèves (différenciation)

## Traces individuelles niveau 3 (6 solutions)

Flavie CM2

①

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 55 \\ \hline 145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 58 \\ + 22 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 56 \\ + 27 \\ \hline 148 \end{array}$$

②

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 55 \\ \hline 145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ + 22 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 58 \\ + 27 \\ \hline 150 \end{array}$$

③

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ + 27 \\ \hline 175 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 55 \\ + 22 \\ \hline 147 \end{array}$$

④

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 55 \\ + 22 \\ \hline 147 \end{array}$$

⑤

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 55 \\ + 27 \\ \hline 147 \end{array}$$

⑥

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 55 \\ + 27 \\ \hline 147 \end{array}$$

$\begin{array}{r} 90 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 55 \\ \hline 147 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 58 \\ + 27 \\ \hline 150 \end{array}$
90	70	65
56	55 = 58	58
146	147	150

$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 55 \\ + 27 \\ \hline 147 \end{array}$
90	70	65
58	56 = 55	58
148	146	147

$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 55 \\ \hline 147 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$
90	70	65
58	55 = 56	56
148	147	146

$\begin{array}{r} 90 \\ + 55 \\ \hline 145 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$
90	70	65
55	58	56
145	148	146

$\begin{array}{r} 90 \\ + 55 \\ \hline 145 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 58 \\ \hline 146 \end{array}$
90	70	65
55	56	58
145	146	146

# Phase de structuration, quelle trace écrite, quel outil ?

Quelles **stratégies** peux-tu utiliser pour résoudre le problème de façon efficace ?

Comment peux-tu **organiser** ta recherche ?

► **Je note le nombre de passagers** de chaque groupe sur ma feuille



► **Avant de commencer à répartir les groupes** dans les trois bateaux, **je vérifie s'il y a bien une solution au problème**, que le nombre total de passagers est bien inférieur ou égal à la capacité de l'ensemble des trois bateaux. **Si** ce n'est pas le cas **alors** le problème est terminé, il n'y a pas de solution possible.

$$(3 \times 150 = 450)$$

Les trois bateaux peuvent accueillir **450** passagers.

$$(25 + 50 + 65 + 70 + 85 + 100 + 45 = 440)$$

Il y a **440** passagers à répartir.

440 est bien inférieur à 450, il restera 10 places de disponibles.

## Phase de structuration, quelle trace écrite ?

▶ Puis lorsque j'ai placé un groupe dans un bateau, **je le barre** pour éviter de compter deux fois un groupe ou d'en oublier un.

▶ Je relis bien l'énoncé pour **vérifier si toutes les contraintes sont satisfaites** :

- j'ai bien représenté 3 bateaux ;
- je n'ai pas mis plus de **150** passagers dans chaque bateau ;
- je n'ai pas séparé les passagers d'un même groupe ;
- je peux vérifier mes calculs avec une calculatrice.

▶ Je regarde comment compléter les groupes de 100 et 85 de façon à ce qu'il y ait **peu de places libres**.

▶ **Je garde une trace écrite** de mes essais antérieurs pour éviter de refaire des calculs.

▶ **J'organise mes essais** sous forme de **tableau** pour trouver toutes les solutions en **inversant les nombres** de passagers.

# Phase de transfert ou réinvestissement dans un nouveau contexte



## Le monte-charge

Dans un magasin, on doit transporter des colis du rez-de-chaussée au premier étage avec un monte-charge. On ne peut pas mettre plus de **225 kg** à la fois dans le monte-charge.

Voici les poids en kg des colis à transporter :

**40 90 75 105 125 150 70**

**Peut-on monter tous les colis en 3 voyages ?**

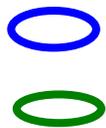
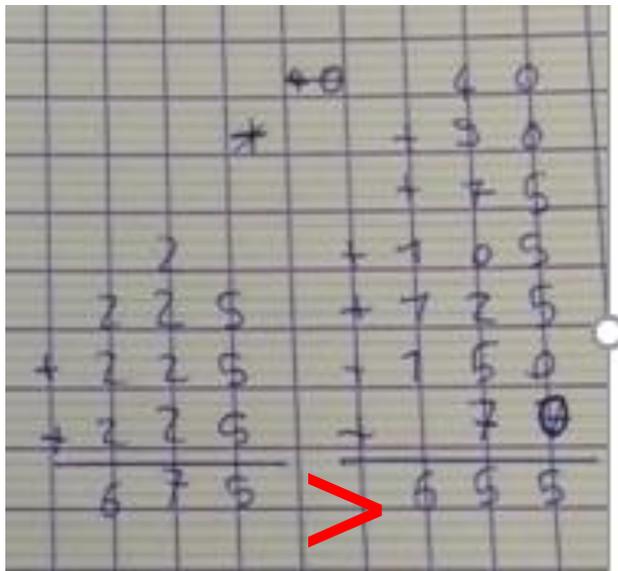
**Quel support de différenciation ?**

Voir annexe

**Exemple : le monte-charge, réalisé une semaine plus tard, sans aide. Durée 20 minutes**

**Les colis sont barrés au fur et à mesure**

**Inversion des nombres pour trouver toutes les solutions possibles**



Dans un magasin, on doit transporter des colis du rez-de-chaussée au premier étage avec un monte-charge. On ne peut pas mettre plus de 225 kg à la fois dans le monte-charge. Voici les poids en kg des colis à transporter : 40 90 75 105 125 150 70. Peut-on monter tous les colis en 3 voyages ? Ermel

**Anticipation** : la faisabilité du problème est vérifiée avant de commencer

1) solution

150	125	105
+ 70	+ 90	+ 20
<hr/>		
220	215	220

2) solution

150	125	105
+ 70	+ 90	+ 20
<hr/>		
220	215	215

Notes: In the first solution, the first box contains 220kg, the second 215kg, and the third 220kg. In the second solution, the first box contains 225kg, the second 215kg, and the third 215kg.

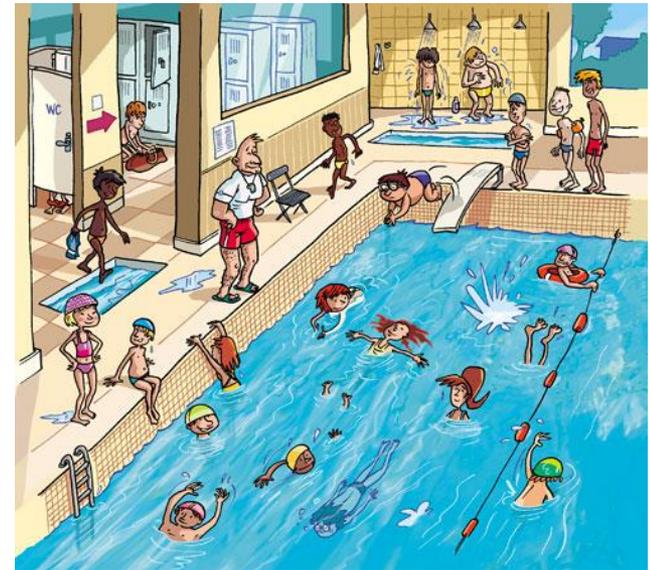
**Les trois colis sont représentés**

## Prolongement : nouveau contexte

# La piscine

Les élèves d'une école ont la possibilité de choisir l'activité piscine une fois par semaine. La piscine où ils se rendent ne peut accueillir plus de **180 enfants** à la fois. Le maître responsable de cette activité doit organiser le planning de façon à retenir le minimum de créneaux à la piscine. Le maître veut savoir comment il va répartir les groupes, sans séparer les élèves d'un même niveau. Dans l'école, il y a :

25 élèves de PS,  
45 élèves de MS,  
85 élèves de GS,  
115 élèves de CP,  
75 élèves de CE1,  
65 élèves de CE2,  
35 élèves de CM1 et  
95 élèves de CM2



*Remarque : ici, les nombres choisis obligent à saturer la piscine à 180.*

*(ERMEL CM1, page 70)*

**POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE**



direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne



# 5. Présentation du déroulé du temps 2

**Mise en œuvre dans la classe  
d'une séance de résolution  
d'un problème complexe**

# Lectures personnelles

- **Problèmes arithmétiques de réinvestissement, Catherine Houdement**
- **La résolution de problèmes à l'école élémentaire, note de service n°2018- du 25-04-2018 du BO n°3 du 26 avril 2018**

Pour aller plus loin : La résolution de problèmes de mathématiques au primaire, Annie Feyfant

# Avant la séance de classe

## → Choisir un problème.

CM1	CM2
<p>1- Lise a 4 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,50 €. Un stylo coûte 1,30 €.</p> <p>Combien lui manque-t-il pour acheter un magazine et un stylo ?</p>	<p>1- Lise a 10 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,49 €. Un stylo coûte 1,29 €.</p> <p>Combien lui manque-t-il pour acheter deux magazines et trois stylos ?</p>
<p>2- Luc passe un examen pour devenir pilote. Cet examen comporte deux épreuves de 100 questions chacune. Il doit avoir un minimum de 175 bonnes réponses en tout pour que l'examen soit réussi. Il obtient 84 bonnes réponses dans la première épreuve.</p> <p>Combien doit-il obtenir de bonnes réponses à la deuxième épreuve pour réussir l'examen ?</p>	<p>2- Luc passe un examen pour devenir pilote. Cet examen comporte deux épreuves de 100 questions chacune. Il doit avoir un minimum de 175 bonnes réponses en tout pour que l'examen soit réussi. Il obtient 84 bonnes réponses dans la première épreuve.</p> <p>Quel nombre maximum d'erreurs peut-il faire à la deuxième épreuve pour réussir l'examen ?</p>
<p>3- Monsieur Martin dispose d'un bidon d'essence vide pesant 1,240 kg. Il va à la station essence où il remplit son bidon en y mettant 10 L d'essence sans plomb 95.</p> <p>On sait qu'un litre d'essence sans plomb 95 pèse 0,73 kg.</p> <p>Combien pèse maintenant le bidon de monsieur Martin ?</p>	<p>3- Monsieur Martin dispose d'un bidon d'essence vide pesant 1,240 kg. Il va à la station essence où il remplit son bidon en y mettant 16 L d'essence sans plomb 95.</p> <p>On sait qu'un litre d'essence sans plomb 95 pèse 0,73 kg.</p> <p>Combien pèse maintenant le bidon de monsieur Martin ?</p>
<p>4. Le maître achète une série de livres pour les 27 élèves de sa classe. Le libraire vend le lot de 27 livres 100 €.</p> <p>Chaque élève paye son livre 3 €. Le reste est payé par la coopérative de l'école.</p> <p>Combien la coopérative doit-elle payer ?</p>	<p>4. Le maître achète une série de livres pour les 26 élèves de sa classe. Le libraire vend le lot de 26 livres 100 €.</p> <p>Chaque élève paye son livre 3,50 €. Le reste est payé par la coopérative de l'école.</p> <p>Combien la coopérative doit-elle payer ?</p>

# Avant la séance de classe

➔ Lire le questionnaire « retour sur ma mise en œuvre ».

- Quels étayages avez-vous utilisés lors de cette mise en œuvre ?
- Quelle proportion d'élèves n'a eu besoin d'aucun accompagnement ?
- Quelle est la proportion d'élèves qui a réussi ?
- Combien de temps en minutes avez-vous consacré à cette mise en œuvre ?
- Combien de temps en minutes avez-vous consacré à la recherche individuelle ?
- Avez-vous proposé une phase de recherche en groupe ?
- Comment avez-vous corrigé ?
- Quelle trace reste-t-il ?
- Sous quelle forme ?
- Autre(s) remarque(s)

# Avant la séance de classe

➔ Relire la grille d'analyse de productions d'élèves.

<b>Productions des élèves</b>	<b>Réussites des élèves</b>	<b>Propositions d'analyse des erreurs</b>	<b>Propositions d'aides pendant la résolution du problème</b>
Prénom élève 1			
Prénom élève 2			
Prénom élève 3			
Prénom élève 4			
Prénom élève 5			
Etc			

## Pendant la séance

→ Commencer à compléter la grille d'analyse de productions d'élèves.

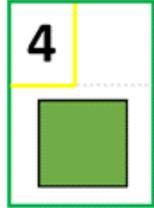
## Après la séance

→ Finir de compléter la grille d'analyse de productions d'élèves à partir des écrits et des observations des élèves.

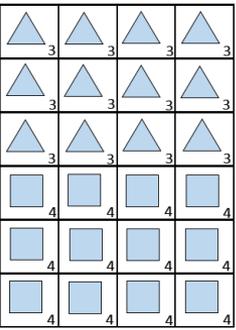
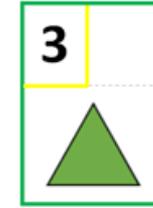
→ Compléter le questionnaire « Retour sur ma mise en œuvre ».

**Mise en œuvre dans la classe  
d'une séance de résolution  
d'un problème pour chercher**

# 1. Résolution par essais et ajustements type 2 équations / 2 inconnues



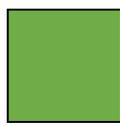
Carrés et triangles



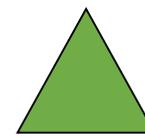
On dispose d'un jeu de cartes avec sur chaque carte soit un carré dessiné (4 côtés), soit un triangle dessiné (3 côtés). 12 cartes sont piochées.

Le nombre total de côtés des cartes est compté par l'enseignant et annoncé « **41** ».

**Trouver le nombre de cartes portant des carrés et le nombre de cartes portant des triangles.**



# Carrés et triangles



## Mise en œuvre :

### Présentation de la situation

- Manipulation collective du jeu de carte
- Rappel du nombre de côtés de chaque figure géométrique
- Écriture au tableau des 2 contraintes

**Recherche :** individuelle puis collective avec bilan intermédiaire (production d'affiches)

**Mise en commun :** par affichage et explicitation des procédures du groupe par un rapporteur

**Synthèse :** elle doit permettre de faire prendre conscience de la nécessité :

- de prendre en compte les informations apportées par les **essais successifs** pour engager un nouvel essai.
- **d'écrire des résultats provisoires** qui peuvent s'avérer inutiles pour la réponse mais en revanche très utiles pour la recherche.
  - **contrôler sa proposition** pour vérifier si elle respecte les contraintes du problème.

**En conclusion : il faut être méthodique et organisé**

**En équipe enseignante**

# Mission 1

## A partir de la mise en œuvre dans les classes

1. A partir des questionnaires « Retour sur ma mise en œuvre ».

→ Echanger sur la mise en œuvre.

2. A partir des grilles complétées d'analyse de productions d'élèves.

→ Echanger sur les erreurs récurrentes et les aides apportées.

# Mission 2 - A partir d'une séance filmée

(BSD, CANOPE de Montpellier)

## 1. Avant le visionnage

➔ Lire le questionnaire.

- Comment l'enseignante s'y prend-elle pour impliquer tous les élèves ?
- Que fait-elle pour amener les élèves à faire des liens avec les problèmes déjà rencontrés ?
- Quel prolongement pourriez-vous proposer pour arriver à une trace écrite de référence ?

## 2. Visionnage : séance de résolution de problème en CM1

## 3. Après le visionnage

➔ Par 2, compléter le questionnaire.

➔ Echanger sur les deux points observés et mettre en commun les prolongements possibles pour la réalisation d'une trace écrite.

## Vidéo « les lettres »

**Résolution d'un  
problème ouvert**

# Grille d'analyse de la vidéo « les lettres »

## Questions de métier

Proposition de la grille vidéo analysée pour les formateurs :				
Description de l'activité	Description activité de l'enseignant(e)	Description activité des élèves	Questions de métier	Focales de GOIGOUX
1. mise en route  partie réalisée lors du temps 1 en présentiel avec les enseignants	L'enseignante présente le dispositif « comme d'habitude ... » : - Il s'agira de découvrir le problème en groupe classe. - Elle explique le matériel à disposition. - Les élèves ont le droit de raturer, essayer, recommencer... - Il faudra présenter un écrit de recherche, 2 élèves du groupe viendront expliquer.	Ils écoutent en groupe dans le coin regroupement.	Lancement d'une activité : expliciter quoi ? Comment ? Les règles du déroulement général	Organisation matérielle  Explicitation des tâches de l'apprentissage
2. dévolution du problème				Enrôlement des élèves
3. phase de recherche individuelle				Enrôlement des élèves
4. phase de recherche en groupes de 3 ou 4				Explication des procédures et stratégies utilisées Régulation étayage  Régulation Coopération et entraide

**MERCI**  
**de votre attention**  
**et**  
**de votre participation**