

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



Enseigner la résolution de problèmes au cycle 2

Temp_s 1 de la formation

FORMATION
2018 - 2019

Objectifs des 9 h de formation

Apporter des savoirs mathématiques, théoriques, didactiques et pédagogiques pour l'enseignement de la résolution de problèmes :

- Typologies et classifications des problèmes
- Exemples de mise en œuvre
- Analyse de pratiques et de travaux d'élèves
- Difficultés des élèves et différenciation pédagogique
- Autres gestes professionnels



Tout le parcours est à suivre sur M@gistère
(ressources, dépôts de travaux, forum des questions)

MODULE de 9 h - Parcours des enseignants - Enseigner la résolution de problèmes au cycle 2

Objectifs : apports théoriques, didactiques et pistes de mise en œuvre pédagogique

Temps 1 – 3 heures
par les CPD - CPC - IEN

MathÉsciences31

1. Cadre institutionnel et mesures nationales

2. Les problèmes pour apprendre

- Classification des problèmes des champs additif et multiplicatif, *Vergnaud, Houdement*

Atelier 1: classer des problèmes

- Points de vigilance dans le choix des énoncés
- Procédures personnelles et expertes

Atelier 2: analyse de productions d'élèves

3. Les problèmes pour chercher

- Caractéristiques et scénario-type
Atelier 3: analyse de problèmes
- Des types de raisonnements (stratégies utilisées et éléments de différenciation)

4. Présentation du déroulé du temps 2

- Lectures personnelles
- Analyse à partir d'une vidéo : « enveloppes »
- Mise en œuvre dans la classe



Temps 2 – 3 heures
en équipe enseignante
et m@gistère

1. Lecture personnelle

- Extrait « Le nombre au cycle 2 », *Sceren*
- La résolution de problèmes à l'école élémentaire, note de service du 25 avril du BO n°3 du 26 avril 2018
Pour aller plus loin :
- Problèmes arithmétiques de réinvestissement, *Catherine Houdement*
- La résolution de problèmes de mathématiques au primaire, *Annie Feyfant*

2. Les problèmes pour apprendre



- Analyse en équipe enseignante d'une vidéo « les enveloppes » à l'aide d'un questionnaire
- Mise en œuvre dans sa classe de la situation-problème « enveloppes »
Recueil d'une production d'élève(s), une par école
- Mise en œuvre dans sa classe d'un problème complexe à deux étapes « ballons »
Recueil d'une production d'élève(s) une par école

3. Les problèmes pour chercher

- Mise en œuvre dans sa classe du problème « poules lapins »
Recueil d'une production d'élève(s) une par école

4. Analyse en équipe des mises en œuvre précédentes (3) à partir d'un questionnaire

Temps 3 – 3 heures
par les CPD - CPC - IEN

Retour et approfondissement sur les gestes professionnels de l'enseignant pour

- la conceptualisation des enseignements
- la mise en œuvre
- la planification

1. Problèmes pour apprendre



- Difficultés des élèves et aides : diaporama, vidéos, points de vigilance, aides adaptées
- Échanges à partir de l'analyse de la vidéo « enveloppes »
- Échanges à partir de la mise en œuvre « enveloppes » et des productions d'élèves
- Échanges à partir de la mise en œuvre « ballons » et des productions d'élèves

2. Problèmes pour chercher

- Échanges à partir de la mise en œuvre « poules lapins » et des productions d'élèves

3. Programmation et progression

- Analyse de manuels scolaires
- Exemples de programmation

4. Synthèse

Déroulement du temps 1

1. Cadre institutionnel et mesures nationales

2. Quels problèmes pour quoi faire ?

Les 4 types de problèmes et leur fonction

3. Les problèmes pour apprendre

Problèmes élémentaires et problèmes complexes

Problèmes du champ additif et du champ multiplicatif

Atelier 1 : classement de problèmes pour apprendre

Points de vigilance dans le choix des énoncés

Procédures personnelles et procédures expertes

Atelier 2 : analyse de productions d'élèves

4. Les problèmes pour chercher

Caractéristiques et scénario type

Les types de raisonnements

Atelier 3 : analyse de problèmes

5. Présentation du déroulé du temps 2

Lectures personnelles

Analyse d'une vidéo

Mise en œuvre dans la classe

6. Synthèse

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne

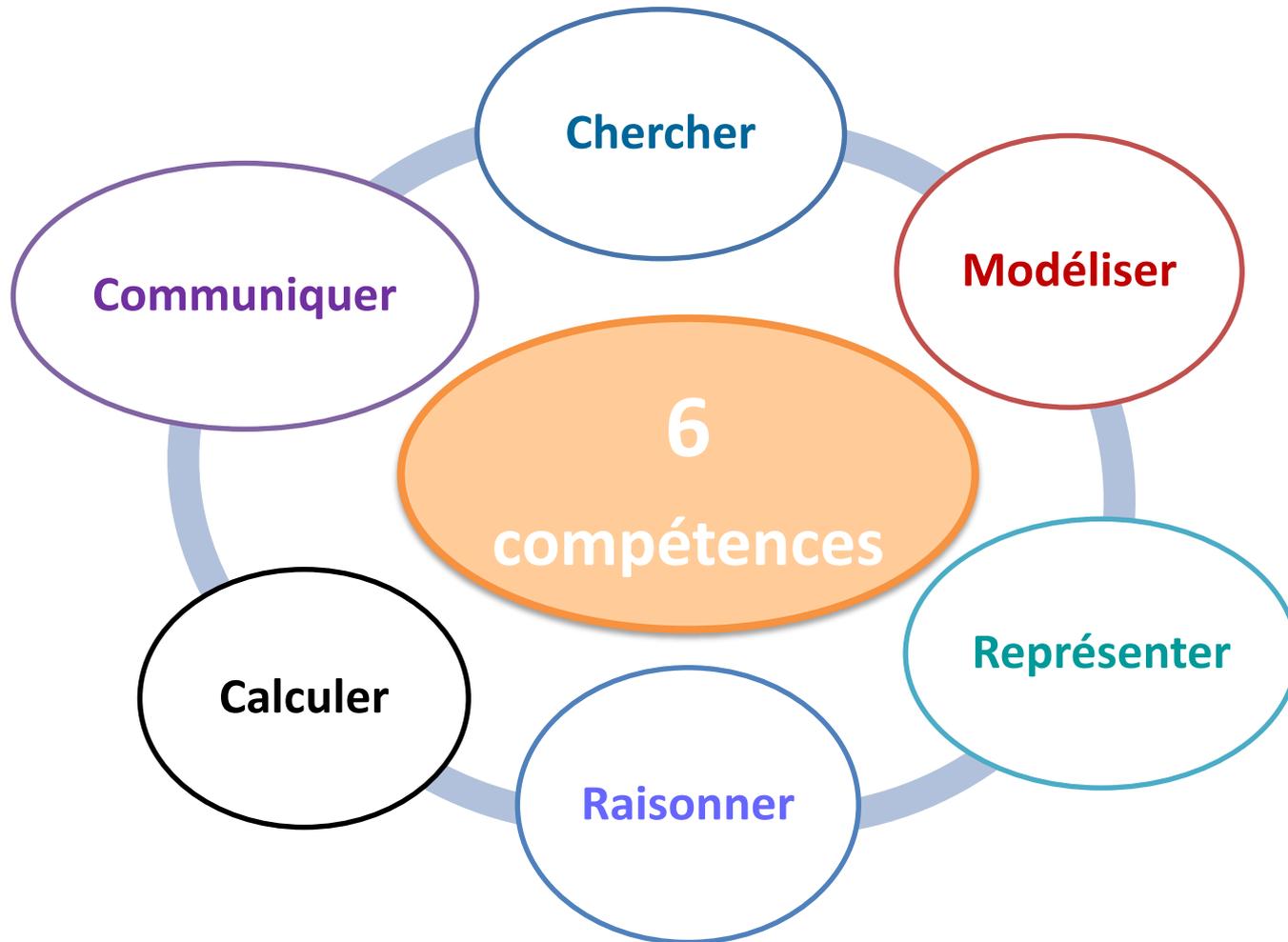


1. Cadre institutionnel et mesures nationales

Cadre institutionnel

- **Socle commun de connaissances, de compétences et de culture** BO du 23 avril 2015
et le programme BO du 26 novembre 2015
- **21 mesures pour l'enseignement des mathématiques**, rapport du 12 février 2018, par Cédric Villani et Charles Torossian
- **La résolution de problèmes à l'école élémentaire**, note de service du 25-04-2018 du BO n°3 du 26 avril 2018
- **Les ajustements des programmes**, BO n° 30 du 26 juillet 2018
- **Les repères annuels de progression** (mathématiques, français et EMC)

Les 6 compétences travaillées



Les contenus du programme

➔ Au cycle 2, la résolution de problèmes est **au centre de l'activité mathématique des élèves**, développant leurs capacités à **chercher, raisonner et communiquer**.

➔ Les problèmes permettent **d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements**. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment « Questionner le monde », ce qui contribue à renforcer le lien entre les mathématiques et les autres disciplines. Ils ont le plus souvent possible un caractère ludique.

➔ On veillera aussi à proposer aux élèves dès le CP des **problèmes pour apprendre à chercher** qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements.

Nombres et calculs

► Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

- **résoudre des problèmes** issus de situations de la vie quotidienne ou adaptés de jeux portant sur des grandeurs et leur mesure, des déplacements sur une demi-droite graduée, etc., conduisant à utiliser les quatre opérations :

>>> sens des opérations ;

>>> problèmes relevant des structures additives (addition/soustraction) ;

>>> problèmes relevant des structures multiplicatives, de partages ou de groupements (multiplication/division) ;

- **modéliser ces problèmes** à l'aide d'écritures mathématiques :

>>> sens des symboles $+$, $-$, \times , $:$

Grandeurs et mesures

➤ Résoudre des problèmes impliquant des longueurs, des masses, des contenances, des durées, des prix.

- résoudre des problèmes, notamment de mesurage et de comparaison, en utilisant les quatre opérations sur les grandeurs ou leurs mesures :

>>> addition, soustraction, multiplication par un entier ; division : recherche du nombre de parts et de la taille d'une part ;

>>> principes d'utilisation de la monnaie (en euros et centimes d'euros) ;

>>> lexique lié aux pratiques économiques ;

>>> mesurer des segments pour calculer la longueur d'une ligne brisée ou le périmètre d'un polygone.

- résoudre des problèmes impliquant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre :

>>> relations entre les unités usuelles ;

>>> lien entre les unités de mesure décimales et les unités de numération.

Les repères annuels de progression

NOMBRES ET CALCULS (suite)

Résolution de problèmes

On introduit explicitement le sens des opérations et des symboles =, +, -, × et :

Dès le début de l'année, les élèves commencent à résoudre des problèmes additifs.

À partir de la période 3, les élèves résolvent aussi quelques problèmes multiplicatifs portant sur de petits nombres et dont la résolution s'appuie sur une itération d'additions, sans aucune difficulté calculatoire mais invitant à construire en situation le sens de la multiplication.

En parallèle, dans la continuité du travail sur le sens effectué en maternelle, des problèmes de division sont initiés dans des situations très simples de partage ou de groupement.

Dès le début de l'année, les élèves consolident leur capacité à résoudre des problèmes additifs à une ou deux étapes.

À partir de la période 3, ils rencontrent de nouveaux problèmes multiplicatifs qu'ils peuvent résoudre en utilisant leurs connaissances des premières tables de multiplication (exemple de la tablette de chocolat : combien y a-t-il de carreaux dans une tablette de 3 carreaux par 6 ?).

En période 4, l'étude du sens de la division est préparée par la résolution de deux types de problèmes : ceux où l'on cherche combien de fois une grandeur contient une autre grandeur et ceux où l'on partage équitablement une grandeur en un nombre donné de grandeurs.

En parallèle, les élèves résolvent des problèmes à deux étapes mixant addition et soustraction, ou multiplication lorsque les nombres en jeu ne nécessitent pas la mise en œuvre d'un algorithme opératoire.

Dès le début de l'année, les élèves résolvent des problèmes additifs et multiplicatifs portant sur des nombres plus grands, ou des problèmes relevant de plusieurs opérations, nécessitant par exemple l'exploration d'un tableau ou d'un graphique.

Tout au long de l'année, en appui sur les compétences en calcul qui augmentent progressivement, les élèves consolident l'étude du sens de la division par la résolution de deux types de problèmes abordés au CE1 : le partage et le groupement.

Le réinvestissement dans de nombreux problèmes arithmétiques élémentaires permet ensuite aux élèves d'accéder à différentes compréhensions de chaque opération et les liens entre elles.

Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Ce l'élève sait faire en CP :

- Il résout des problèmes du champ additif (addition et soustraction) en une ou deux étapes.
- Il modélise ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques.
- Il connaît le sens des signes - et +.
- Il résout, en mobilisant ses connaissances du champ additif sur des petits nombres ou en s'aidant de manipulations, des problèmes du champ multiplicatif en une étape (recherche d'un produit ou recherche de la valeur d'une part ou du nombre de parts dans une situation d'un partage équitable). Les écritures mathématiques avec les symboles : et x ne sont pas attendues.

Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Ce l'élève sait faire en CE1 :

Les nombres sont inférieurs à 1 000

- Il résout des problèmes du champ additif (addition et soustraction) en une ou deux étapes.
- Il modélise ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques.
- Il connaît le sens des signes - et $+$.
- Il résout des problèmes du champ multiplicatif (itération d'addition).
- Il connaît le sens du signe \times
- Il résout des problèmes multiplicatifs qui mettent en jeu un produit.
- Il résout des problèmes à deux étapes mixant additions, soustractions et/ou multiplications.
- Il résout des problèmes de partage (ceux où l'on cherche combien de fois une grandeur contient une autre grandeur, ceux où l'on partage une grandeur en un nombre donné de grandeurs).
- Il possède des stratégies de lecture d'énoncé de problèmes pour pouvoir le résoudre plus facilement (recherche de la question, des données utiles...)

Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Ce l'élève sait faire en CE2 :

Les nombres sont inférieurs à 10 000

- Il résout des problèmes du champ additif (addition et soustraction) en une ou deux étapes.
- Il modélise ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques.
- Il connaît le sens des signes - et +.
- Il résout des problèmes du champ multiplicatif (itération d'addition) et du champ de la division.
- Il connaît le sens des signes \times et $:$.
- Il résout des problèmes multiplicatifs qui mettent en jeu un produit.
- Il résout des problèmes à deux étapes mixant plusieurs opérations.
- Il résout des problèmes de partage et de groupement (ceux où l'on cherche combien de fois une grandeur contient une autre grandeur, ceux où l'on partage une grandeur en un nombre donné de grandeurs).
- Il possède des stratégies de lecture d'énoncé de problèmes pour pouvoir le résoudre plus facilement.
- Il résout des problèmes nécessitant l'exploration d'un tableau ou d'un graphique.

Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

Une rubrique-outil

Exemples de réussite

Les nombres en jeu sont tous inférieurs ou égaux à 100

Exemples de problèmes additifs en une étape

- Dans un train, il y a 25 passagers dans le premier wagon, 32 passagers dans le deuxième wagon et 18 dans le troisième wagon.
Combien y-a-t-il de passagers au total dans ce train ?
- Dans mes poches, j'ai 27 billes. J'en ai 11 dans ma poche de gauche.
Combien en ai-je dans ma poche de droite ?
- Léa a 53 euros dans son porte-monnaie. Elle achète un livre à 7 euros.
Combien lui reste-t-il ?
- Léa a 53 euros dans son porte-monnaie. Elle achète un livre à 48 euros.
Combien lui reste-t-il ?
- Léa joue au jeu de l'Oie. Elle est sur la case 53 et doit reculer de 7 cases.
Sur quelle case va-t-elle poser son pion ?

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



2. Quels problèmes pour quoi faire ?

Quels problèmes pour quoi faire ?

La résolution de problèmes

critère principal de la maîtrise des connaissances
mathématiques

ET

moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit
le sens

MAIS

Quels problèmes pour l'école élémentaire ?

Fonctions et types de tâches

Deux fonctions de la résolution de problèmes à l'école primaire

la résolution de problèmes comme
moyen d'apprentissage

la résolution de problèmes comme
objectif d'apprentissage

Deux types de tâches de l'élève

l'élève a appris à résoudre
cette catégorie de problème

Il doit alors :
-identifier les étapes de la résolution
-exécuter les calculs

l'élève ne dispose pas d'un modèle
mathématique enseigné auparavant

Il doit alors :
-élaborer une procédure de résolution
-évaluer lui-même cette procédure
-améliorer ou changer sa procédure

Quels problèmes ? (1)

Types de problèmes	PROBLÈMES POUR APPRENDRE			PROBLÈMES POUR CHERCHER
Catégories de problèmes	Problèmes de découverte <i>(situations-problèmes)</i>	Problèmes d'application directe <i>(simples)</i>	Problèmes de réinvestissement transfert <i>(complexes)</i>	Problèmes de recherche <i>(ouverts)</i>
	Problème dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance ou d'un nouvel aspect d'une connaissance antérieure	Problème destiné à s'entraîner à maîtriser le sens d'une connaissance	Problème complexe nécessitant l'utilisation de plusieurs connaissances construites dans différents contextes	Problème centré sur le développement des capacités à chercher : en général, les élèves ne connaissent pas la solution experte

Jeu du garage (manipulation) : 12 voitures sont dans mon garage. J'ajoute 5 voitures. Combien ai-je de voiture dans mon garage ?

Léa distribue des stylos à 7 enfants. Elle distribue 4 stylos à chaque enfant. Combien a-t-elle distribué de stylos ?

Pierre avait 10 €. Il a acheté 1 ballon à 3 € et 2 moulinets à 2 €. Quelle somme d'argent lui reste-t-il ?

On cherche un nombre qui s'écrit avec 2 chiffres. Si on additionne les chiffres, on trouve 7. Quelles sont toutes les solutions possibles ?

Quels problèmes ? (3)

3 en 1

« J'ai 250 œufs.
Combien de boîtes de
6 sont nécessaires
pour les ranger ? »

CE1 :

**Problème
de recherche**

Les élèves ne connaissent pas la technique de la division.
Ils sont face à un défi intellectuel qu'ils doivent relever pour chercher.
Ils vont **utiliser différentes procédures personnelles** : dessin, calculs partiels...

CE2 :

**Problème
de découverte**

Ils ne connaissent pas encore la technique de la division.
Analyser les procédures utilisées et leurs limites.
Identifier la procédure experte pour introduire la technique opératoire de la division.

CM2 :

**Problème
d'application**

La division a été étudiée.
Les élèves sont censés reconnaître un problème de division et **utiliser la technique opératoire pour le résoudre.**

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



3. Les problèmes pour apprendre

**Problèmes élémentaires
et
problèmes complexes**

Enjeu principal de l'enseignement des problèmes

→ **Enrichir la mémoire des élèves sur les problèmes :**

- ils disposeraient ainsi de plus de schémas,
- face à un nouveau problème, ils seraient capables de pointer des analogies avec ceux déjà rencontrés.

Comment ?

→ La rencontre des élèves avec des problèmes doit être :

- fréquente (10 problèmes par semaine),**
- surtout avec des **problèmes élémentaires,**
- avec résolution et réussite individuelle.

Les problèmes « élémentaires »

→ Deux exemples

*Une salle comporte 200 places disposées en 25 rangées.
Combien y a-t-il de places dans chaque rangée ?*

*Victor Hugo est mort en 1885 à l'âge de 83 ans.
En quelle année est-il né ?*

→ Caractéristiques

- énoncé court,
- syntaxe et vocabulaire simples,
- sans information superflue,
- contexte facile à comprendre,
- 2 données, recherche d'une 3^{ème} valeur.

Résolution

→ quasi-immédiate

Où trouver de tels problèmes ?

→ peu dans les manuels, organisation pas pensée

→ structures additives et multiplicatives de Vergnaud

→ et si les programmes proposaient des exemples de problèmes élémentaires !

Des « presque » élémentaires...

Pourquoi ?

Une place de spectacle scolaire coute 4 €. Combien la classe doit-elle payer pour que les 23 élèves puissent aller voir le spectacle ?

Le 15 octobre, Jean fête ses 35 ans, il aura exactement 24 ans de plus que son neveu Julien. Quel âge a Julien ?

Cléa et Simon collectionnent des timbres. Ils ont ensemble 26 timbres. Simon en a 17. Combien en a Cléa ?

Des géraniums sont vendus par barquette de 12. Vincent achète 4 barquettes de 12 géraniums. Combien aura-t-il de géraniums à planter ?

Les problèmes complexes

→ Un exemple

Au vide-grenier, Léo vend ses jouets.

Il vend ses figurines 2 € chacune, ses sachets de billes 1 € chacun et ses petites voitures 3 € chacune.

A la fin de la journée, il a vendu 7 figurines, 5 sachets de billes et des petites voitures.

A la fin de la journée, ses ventes lui ont rapporté 31 €.

Combien a-t-il vendu de petites voitures ?

→ Caractéristiques

- composés de problèmes élémentaires,
- difficulté liée à la distance entre les informations à connecter pour construire la réponse,
- mobilisent plusieurs connaissances mathématiques.

Résoudre un problème complexe nécessite :

- **de construire des sous-problèmes calculables**
(souvent élémentaires) qui font avancer la réponse
- **de savoir résoudre ces problèmes élémentaires**
- **de qualifier** les résultats intermédiaires :
 - donner la grandeur réponse : *16 euros*,
 - explicitier le rôle que joue la grandeur : *16 € somme de la vente des figurines*
- **d'avoir pris conscience de la nécessité** de ce travail de pensée.

→ Le problème complexe

Au vide-grenier, Léo vend ses jouets.

*Il vend ses **figurines 2 €** chacune, ses **sachets de billes 1 €** chacun et ses **petites voitures 3 €** chacune.*

*A la fin de la journée, il a vendu **7 figurines**, **5 sachets de billes** et ? **petites voitures**.*

*A la fin de la journée, ses ventes lui ont rapporté **31 €**.*

*Combien a-t-il vendu de **petites voitures** ?*

→ Les sous-problèmes

Calculables

~~Nombre de figurines et de sachets de billes vendus.(13)~~

Recette de la vente des figurines.($7 \times 2 = 14$)

Recette de la vente des sachets de billes.($5 \times 1 = 5$)

Recette de la vente des figurines et des sachets de billes.($14 + 5 = 19$)

Recette de la vente des petites voitures.($31 - 19 = 12$)

Utiles

Classification de Gérard Vergnaud

Champ additif et champ multiplicatif

Classification des problèmes du champ additif

proposée par Ermel à partir de celle de Gérard Vergnaud

- Les problèmes **de transformation** d'un état initial pour aboutir à un état final
- Les problèmes **de combinaison** de deux états pour obtenir un troisième état
- Les problèmes **de comparaison** de deux états
- ~~▪ Les problèmes **de composition** de deux tra pour en former une troisième~~

Pour le cycle 3

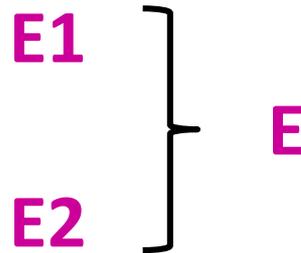
Les problèmes dans lesquels un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final (A)

$$E_i \xrightarrow{T} E_f$$

	recherche de l'état final	recherche de la valeur de la transformation	recherche de l'état initial
Transformation positive	A1 $E_i \xrightarrow{T^+} \textcircled{E_f}$	A2 $E_i \xrightarrow{\textcircled{T^+}} E_f$	A3 $\textcircled{E_i} \xrightarrow{T^+} E_f$
Transformation négative	A4 $E_i \xrightarrow{T^-} \textcircled{E_f}$	A5 $E_i \xrightarrow{\textcircled{T^-}} E_f$	A6 $\textcircled{E_i} \xrightarrow{T^-} E_f$

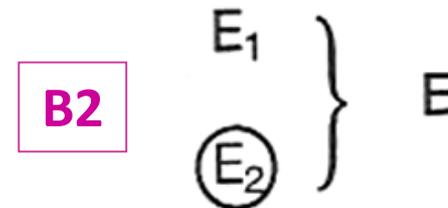
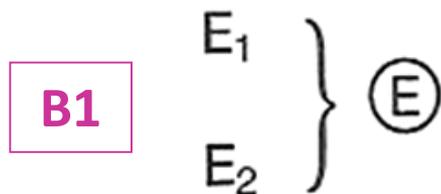
Contextes ordinal, cardinal et de mesure

Les problèmes dans lesquels deux états sont combinés pour obtenir un troisième état (B)



Il peut s'agir de la **réunion**
de deux états

Il peut s'agir de la **partition**
d'un état en deux



Recherche du tout

Recherche du complément

Les problèmes de comparaison de deux états (C)

E1 est le référent,
c'est celui auquel on compare.
E1 est placé après le mot que.

E1
↕
E2

C

E2,
c'est celui qui est comparé.

	recherche de E ₂	recherche de C	recherche de E ₁
Comparaison positive	<p>E₁ C1</p> <p>↑</p> <p>⊙E₂ C⁺</p>	<p>E₁ C2</p> <p>↕</p> <p>E₂ ⊙C</p>	<p>⊙E₁ C3</p> <p>↕</p> <p>E₂ C⁺</p>
Comparaison négative	<p>E₁ C4</p> <p>↑</p> <p>⊙E₂ C⁻</p>	<p>E₁ C5</p> <p>↕</p> <p>E₂ ⊙C</p>	<p>⊙E₁ C6</p> <p>↕</p> <p>E₂ C⁻</p>

Contextes ordinal, cardinal ou de mesures

Quels problèmes posent problème ?

→ A données numériques équivalentes :

les problèmes **les mieux réussis** sont ceux à
transformation

les problèmes **les moins bien réussis** sont ceux de
comparaison

→ Pour un même type de problème :

les problèmes **les moins bien réussis** sont ceux pour lesquels
sens et procédures vont en sens inverse

→ Poursuite de la résolution de problèmes du champ additif en cycle 3

- dans des nouveaux contextes,
- avec des nombres plus grands et des décimaux,
- en introduisant les problèmes de composition de transformations.

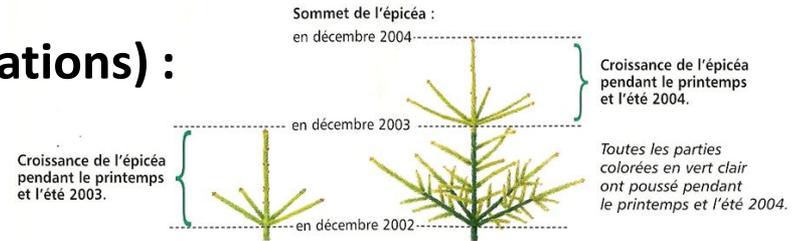
Proposer des situations en lien avec « Questionner le monde »

Le vivant :

- **Croissance des êtres vivants (élevages , plantations) :**

Problèmes de transformation positive

Problèmes de comparaison



Matière :

- **Utilisation de balances :** pesée d'un même volume de matières différentes, de volumes différents d'une même matière

Problèmes de comparaison

- **Mélanges :** mélange de deux matières (en masse ou en volume)

Problèmes de combinaison

Températures :

- **Utilisation de thermomètres :** relevés de températures

-au même moment à différents endroits (la classe, la cour...)

Problèmes de comparaison

-à différents moments au même endroit

Problèmes de transformations positives et négatives

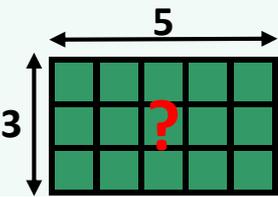
Classification des problèmes du champ multiplicatif

de Gérard Vergnaud

- **Les problèmes ternaires** → de multiplication
(2 données, recherche de la 3^{ième} valeur)
- **Les problèmes quaternaires** → de multiplication
→ de division
(3 données, recherche de la 4^{ième} valeur)

Les problèmes ternaires (D)

→ configuration rectangulaire : «a x b»

Schéma	Structure mathématique	Énoncé
	Multiplication	Un rectangle de papier quadrillé a 3 carreaux sur un côté et 5 carreaux sur l'autre côté. Combien y a-t-il de carreaux sur cette feuille ?

D1

Les problèmes quaternaires (E)

→ une des trois données est égale à 1

	Schéma	Structure mathématique	Énoncé
E1	$1 \rightarrow 3$ $12 \rightarrow ?$	Multiplication	L'enseignant distribue 3 stylos à chaque élève. Il y a 12 élèves. Combien a-t-il distribué de stylos en tout ?
E2	$4 \rightarrow 52$ $1 \rightarrow ?$	Division partition (valeur d'une part)	Un jeu contient 52 cartes. Il y a 4 joueurs. Chaque joueur reçoit le même nombre de cartes. Combien de cartes reçoit chaque joueur ?
E3	$1 \rightarrow 5$ $? \rightarrow 75$	Division quotient (nombre de parts)	Un enfant a 75 billes. Il les range par paquet de 5 . Combien de paquets a-t-il fait ?

Intérêts

Ces classifications sont **des outils pour l'enseignant** :

- pour se repérer dans des ouvrages pédagogiques qui y font explicitement référence,
- pour analyser les propositions des manuels,
- pour construire des séries de problèmes ressemblants,
- pour hiérarchiser les difficultés et établir une progression,
- pour prévoir les évaluations.

Point de vigilance

Les schémas de Vergnaud associés à ces problèmes ne sont pas proposés pour faire l'objet d'un enseignement.

Classement des problèmes

Atelier 1

n°	Texte de l'énoncé	Type
1	Pablo sort en récréation avec 27 billes. Il revient de récréation avec 43 billes. Combien a-t-il gagné de billes ?	
2	Medhi mesure 135 cm. Julia mesure 7 cm de moins que Medhi. Combien mesure Julia ?	
3	Dans une boîte rectangulaire plate, on range 4 cubes sur la largeur et 6 cubes sur la longueur. Combien a-t-on rangé de cubes dans cette boîte ?	
4	Marion a une collection d'images. Elle a donné 8 images. Elle en a maintenant 19. Combien avait-elle d'images au départ ?	
5	Camille avait 23 €. Elle a donné 9 € à son frère. Combien a-t-elle d'argent maintenant ?	
6	Dans une classe de 28 élèves, il y a 15 filles. Combien y a-t-il de garçons dans cette classe ?	
7	Léo a acheté 42 œufs. Les œufs sont vendus par boîte de 6. Combien Léo a-t-il acheté de boîtes ?	
8	Sarah a 45 billes. Anne en a 27. Combien Anne a-t-elle de billes de moins que Sarah ?	
9	Jules a dormi 8 heures. Medhi a dormi 3 heures de plus que Jules. Combien de temps Medhi a-t-il dormi ?	
10	Célia et Romain ont cueilli des pommes. Romain a 26 pommes. Romain a 12 pommes de moins que Célia. Combien Célia a-t-elle de pommes ?	
11	5 livres coûtent 15 euros. Combien coûte un livre ?	
12	Dans un bus il y avait 27 passagers. Après le premier arrêt, il y a 18 passagers dans le bus. Combien de passagers sont descendus du bus ?	
13	Sophie a 46 ans. Elle a 31 ans de plus que son fils Louis. Quel âge a Louis ?	
14	Dans une boîte il y a 15 cubes rouges et 13 cubes verts. Combien y a-t-il de cubes dans cette boîte ?	
15	Marie range toujours ses jouets dans une caisse. Aujourd'hui, elle rajoute 8 jouets dans sa caisse. Il y a maintenant 19 jouets dans sa caisse. Combien avait-elle de jouets dans sa caisse ?	
16	Nino achète 3 paquets de 6 gâteaux. Combien a-t-il acheté de gâteaux ?	
17	Claude a 32 arbres dans son jardin. Sonia, sa voisine, en a 27. Combien d'arbres Claude a-t-il de plus que Sonia ?	
18	A la récréation du matin, il faisait 15 °C dans la cour de l'école. A la récréation de l'après-midi, la température avait augmenté de 8 °C. Quelle température faisait-il à la récréation de l'après-midi ?	

Consigne (en binôme) :

Identifier à quelle catégorie de problèmes de la classification de Vergnaud appartient chacun des problèmes du corpus.

Utiliser les codes :

A1, A2, A3, A4, A5, A6,
B1, B2,
C1, C2, C3, C4, C5, C6
D1,
E1, E2, E3



n°	Texte de l'énoncé	Type
1	Pablo sort en récréation avec 27 billes. Il revient de récréation avec 43 billes. Combien a-t-il gagné de billes ?	A2
2	Medhi mesure 135 cm. Julia mesure 7 cm de moins que Medhi. Combien mesure Julia ?	C4
3	Dans une boîte rectangulaire plate, on range 4 cubes sur la largeur et 6 cubes sur la longueur. Combien a-t-on rangé de cubes dans cette boîte ?	D1
4	Marion a une collection d'images. Elle a donné 8 images. Elle en a maintenant 19. Combien avait-elle d'images au départ ?	A6
5	Camille avait 23 €. Elle a donné 9 € à son frère. Combien a-t-elle d'argent maintenant ?	A4
6	Dans une classe de 28 élèves, il y a 15 filles. Combien y a-t-il de garçons dans cette classe ?	B2
7	Léo a acheté 42 œufs. Les œufs sont vendus par boîte de 6. Combien Léo a-t-il acheté de boîtes ?	E3
8	Sarah a 45 billes. Anne en a 27. Combien Anne a-t-elle de billes de moins que Sarah ?	C5
9	Jules a dormi 8 heures. Medhi a dormi 3 heures de plus que Jules. Combien de temps Medhi a-t-il dormi ?	C1
10	Célia et Romain ont cueilli des pommes. Romain a 26 pommes. Romain a 12 pommes de moins que Célia. Combien Célia a-t-elle de pommes ?	C6
11	5 livres coûtent 15 euros. Combien coûte un livre ?	E2
12	Dans un bus il y avait 27 passagers. Après le premier arrêt, il y a 18 passagers dans le bus. Combien de passagers sont descendus du bus ?	A5
13	Sophie a 46 ans. Elle a 31 ans de plus que son fils Louis. Quel âge a Louis ?	C3
14	Dans une boîte il y a 15 cubes rouges et 13 cubes verts. Combien y a-t-il de cubes dans cette boîte ?	B1
15	Marie range toujours ses jouets dans une caisse. Aujourd'hui, elle rajoute 8 jouets dans sa caisse. Il y a maintenant 19 jouets dans sa caisse. Combien avait-elle de jouets dans sa caisse ?	A3
16	Nino achète 3 paquets de 6 gâteaux. Combien a-t-il acheté de gâteaux ?	E1
17	Claude a 32 arbres dans son jardin. Sonia, sa voisine en a 27. Combien d'arbres Claude a-t-il de plus que Sonia ?	C2
18	A la récréation du matin, il faisait 15 °C dans la cour de l'école. A la récréation de l'après-midi, la température a augmenté de 8 °C. Quelle température fait-il dans la cour à la récréation de l'après-midi ?	A1

Points de vigilance dans le choix des énoncés

1. L'ordre de présentation des données et les mots inducteurs

Énoncé	Opération
<p>Aujourd'hui, il fait 3 degrés à Troyes et 12 degrés à Nice. Il fait plus chaud à Nice qu'à Troyes. De combien de degrés ?</p>	$12 - 3 = ?$
<p>Organisation énonciative 3 → 12 Indicateur sémantique : « plus qu' »</p>	<p>Organisation opérative 12 → 3 Signe de l'opération : –</p>
<p>non congruence conversion difficile</p>	

2. Les implicites

Considérons les deux énoncés suivants :

Énoncé 1 :

Jean a gagné 3 billes.

Maintenant, il a 5 billes

Combien Jean avait-il de billes au début ?

Énoncé 2 :

Jean avait quelques billes.

Il a gagné 3 billes.

Maintenant, il a 5 billes.

Combien avait-il de billes au début ?

Taux de réussite :

en CP

Énoncé 1 : 13 %

Énoncé 2 : 33 %

en CE1

Énoncé 1 : 61 %

Énoncé 2 : 79 %

3. Le vocabulaire

Mots polysémiques : solde, recette, pièce...

Mots spécifiques : abonnement, prise en charge...

4. La place de la question

➔ Le placement en tête de la question entraîne une amélioration systématique des scores, cela à tout âge et pour tout type de problèmes additifs (Michel Fayol).

5. Le contexte

La variation de contexte influe favorablement sur les performances de résolution de problèmes ayant les mêmes caractéristiques.

Sur un jeu de piste, mon pion était sur une case.

Je l'ai avancé de 5 cases. Il est maintenant sur la case 23.

Sur quelle case se trouvait-il avant ?

J'avais des billes. J'en ai gagnées 5. J'en ai maintenant 23.

Combien avais-je de billes avant ?

J'ai mesuré mon chiot l'année dernière. Depuis il a grandi de 5 cm.

Il mesure maintenant 23 cm.

Combien mesurait-il l'année dernière ?

J'avais une certaine somme d'argent. Mon oncle m'a donné 5 €.

J'ai maintenant 23 €.

Quelle somme d'argent ai-je maintenant ?

Un problème est mieux réussi lorsqu'il a été choisi dans une liste de problèmes « ressemblants » que lorsqu'il était présenté seul.

**Productions d'élèves :
solutions personnelles
et
solutions expertes**

Exemple d'un problème de partage

- en GS : recours au dessin ou au dénombrement
 - en CE1 : utilisation de soustractions successives ou essais multiplicatifs
- ➔ **des solutions personnelles**

- en CM1 : utilisation de la division
- ➔ **la solution experte**

DONC si l'élève...

- détermine les étapes de résolution,
- utilise le même raisonnement et les mêmes calculs que ceux d'une personne experte ➔ **solution experte**
- a compris la situation et la question posée
- il utilise un mode de résolution correct mais différent de celui d'une personne experte ➔ **solution personnelle**

Deux exemples de problèmes de combinaison

*Un autocar qui peut transporter 60 personnes est complet.
45 adultes y sont installés. Tous les autres passagers sont des enfants.
Combien y a-t-il d'enfants dans l'autocar ?*

→ Une personne experte calcule mentalement le complément de 45 à 60 **ou** la différence entre 60 et 45 : ce sont **deux solutions expertes**.

*Un train qui peut transporter 926 personnes est complet.
389 adultes y sont installés. Tous les autres passagers sont des enfants.
Combien y a-t-il d'enfants dans le train ?*

→ Une personne experte munie d'une calculatrice ou d'un papier et d'un crayon utiliserait la soustraction.

DONC...

L'expertise se caractérise par le fait qu'elle va permettre :

- de reconnaître la validité de plusieurs résolutions différentes, et donc leur équivalence du point de vue de leur adéquation au problème posé,
- de juger de l'économie de chaque solution pour faire un choix adapté.

Analyse de travaux d'élèves

Atelier 2

L'énoncé

*Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles.
La maîtresse distribue 2 ballons à chaque enfant.
Combien de ballons la maîtresse distribue-t-elle ?*

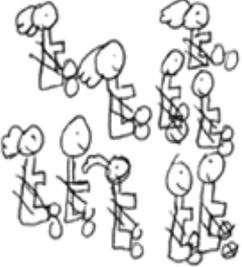
Analyse et anticipation

- Quelles sont les caractéristiques de ce problème ?
- Quelles sont les compétences mobilisées dans sa résolution ?
- Quelles difficultés peut-on anticiper ?
- Quelles pistes d'étayage peut-on proposer ?

Des productions d'élèves de CP

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ? 20



1

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ?

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 20$$

2

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ? 12



3

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ?

$$\begin{array}{l} \circ \circ \circ \circ \circ \circ = 20 \\ \circ \circ \circ \circ \circ \circ \end{array}$$

4

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ?

$$5 + 5 = 10$$

$$10 + 10 = 20$$

5

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ?



$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

$$20$$

6

Analyse des productions

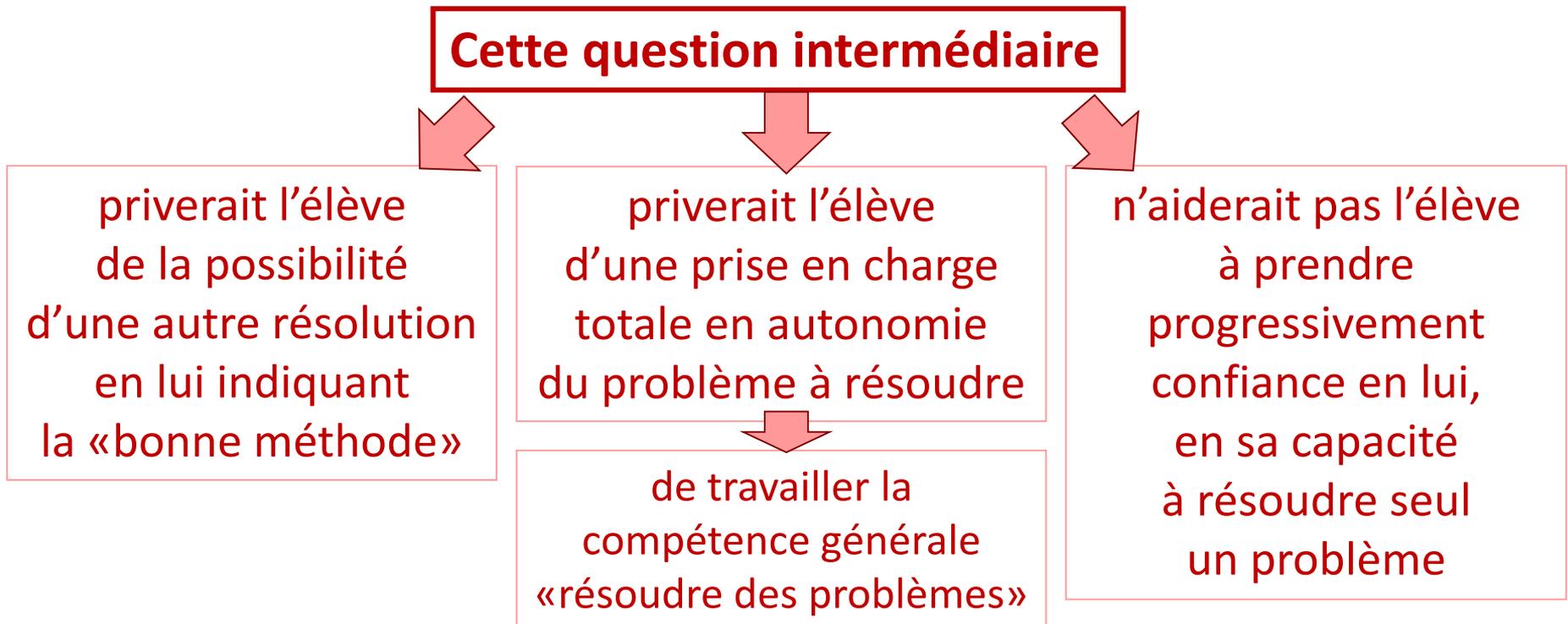
Par 4 :

Analyser les six productions d'élèves de CP.

Productions des élèves	Procédures des élèves	Propositions pour amener les élèves vers la procédure experte avec modélisation par des écritures mathématiques
Production 1		
Production 2		
Production 3		
Production 4		
Production 5		
Production 6		

La question des questions intermédiaires

- Complexité générale du problème
 - Nécessité de mettre en œuvre deux opérations distinctes (dans le cas d'un traitement opératoire)
- ➔ ajouter une question intermédiaire :
« Combien y a-t-il d'enfants dans l'équipe ? »



POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



4. Les problèmes pour chercher

**Quelles sont les caractéristiques
d'un problème pour chercher ?**

Le problème ouvert ou problème pour chercher

Ses caractéristiques :

- Un énoncé court
- Un énoncé qui n'induit ni la méthode, ni la solution, sans question intermédiaire
- Une solution qui ne peut se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats de cours
- Un problème qui se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité.

Développer
les capacités
à chercher

- ▶ **Présente une certaine « résistance ».**
- ▶ **Lance un défi.**
- ▶ **Permet :**
 - **la prise de possession de la situation**
 - **l'engagement dans des essais, des conjectures, des projets de résolution**

**Comment mettre en œuvre
un problème pour chercher ?**

La mise en œuvre du « problème pour chercher »

Les différentes phases

- 1) Présentation du problème**
 - dévolution, présentation
 - reformulation
- 2) Recherche en deux temps**
 - individuelle
 - en petits groupes
- 3) Mise en commun**
 - échanges, débats
 - validation
- 4) Synthèse**
- 5) Reprise**

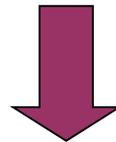
1. Présentation du problème

A l'oral ou à l'écrit à partir :

- d'un énoncé oral
- d'un énoncé écrit (textes, schémas, tableaux, illustrations)
- **d'une vidéo**
- d'une situation de la vie de la classe / vie quotidienne
- d'un défi
- **de matériel : jeux de cartes, pions...**

Rôle de l'enseignant ?

- ▶ Il donne toutes les indications pour que le problème soit clairement défini.
- ▶ Il n'apporte aucune indication qui puisse orienter vers une procédure.



Il s'agit de se représenter ce que l'on cherche.

2. Recherche en deux temps

1

Recherche individuelle (5 à 10 min)
Pour une appropriation de la situation



Rôle de l'enseignant ?

- ▶ Il répond aux questions concernant la compréhension de la situation, observe, encourage, note.
- ▶ Il n'intervient pas sur la validité d'une procédure, n'oriente pas dans une voie.

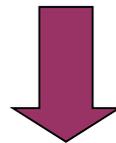
2

Recherche en petits groupes (15 à 25 min)
Pour confronter les procédures personnelles



Rôle de l'enseignant ?

- ▶ Il favorise les échanges, permet la confrontation des points de vue et l'émergence d'éléments de preuve.



Il s'agit de proposer une solution commune au sein du groupe

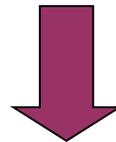
3. Mise en commun

Les échanges ont pour objectifs de :

- rapprocher les propositions identiques / confronter celles qui sont différentes
- analyser les procédures erronées
- valider les procédures par les élèves (souhaitable)
- contrôler les résultats (avec le matériel si possible)

Rôle de l'enseignant ?

- ▶ Il choisit l'ordre de passage reposant sur ses observations.
- ▶ Il oriente l'observation.
- ▶ Il permet un échange véritable.



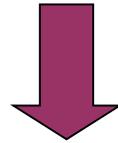
Il s'agit de proposer une stratégie commune de résolution plus qu'une solution commune.

4. Synthèse

Conclure la séance avec des échanges.

Réaliser **une affiche de référence** comportant :

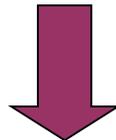
- les procédures de résolution possibles,
- des méthodes d'organisation,
- des formes de présentation,
- une chronologie des recherches...



Il s'agit de se mettre d'accord sur des comportements essentiels et des stratégies intéressantes.

5. Reprise

Les données sont modifiées et adaptées au niveau des élèves.



Il s'agit d'améliorer les propositions antérieures.

Analyse de problèmes

Atelier 3

Différents types de raisonnement pour résoudre des problèmes pour chercher

Trois types de raisonnement

```
graph TD; A[Trois types de raisonnement] --- B[1- Essais et ajustements]; A --- C[2- Organisation pour obtenir toutes les possibilités]; A --- D[3- Recours à la déduction];
```

**1- Essais
et ajustements**

**2- Organisation
pour obtenir
toutes les
possibilités**

**3- Recours
à la déduction**

Consigne (par binôme) :

- résoudre un problème de chaque série ;
- échanger sur les procédures ;
- identifier le type de raisonnement mis en jeu.

Série A : Kader et ses amis

le loup, la chèvre et le chou

Série B : les poignées de main

les costumes du clown

Série C : la sortie en mer

les cartes de Patricia

Série A : Kader et ses amis
le loup, la chèvre et le chou

**3- Recours
à la déduction**

Série B : les poignées de main
les costumes du clown

**2- Organisation
pour obtenir
toutes les
possibilités**

Série C : la sortie en mer
les cartes de Patricia

**1- Essais
et ajustements**

Exemples de problèmes

Exemples de problèmes pour chercher

Type de raisonnement		Exemples
1. Par essais et ajustements	2 équations à 2 inconnues	Poules et lapins* Vaches et canards Hiboux et huppés La tirelire
	Répartition	La sortie en mer L'anniversaire de Pauline La compote Les cartes de Patricia
2. Par organisation pour obtenir toutes les possibilités	Combinaison	Tous les nombres à deux chiffres Tous les nombres avec 1, 2 et 4 Les poignées de main Les costumes du clown Poules, renards et vipères
3. Par recours à la déduction	Logique	Pipo, Coco et Bill Kader et ses amis Le loup, la chèvre et le chou Le code secret Tintin

1. Résolution par essais et ajustements

Répartition

La sortie
en mer

L'anniversaire
de Pauline

La
compote

Les cartes de
Patricia

Résolution du problème
puis **reprise** avec des
données modifiées et
adaptées au niveau des
élèves

Réinvestissement
nouveau contexte
avec différenciation

Prolongement
nouveau contexte

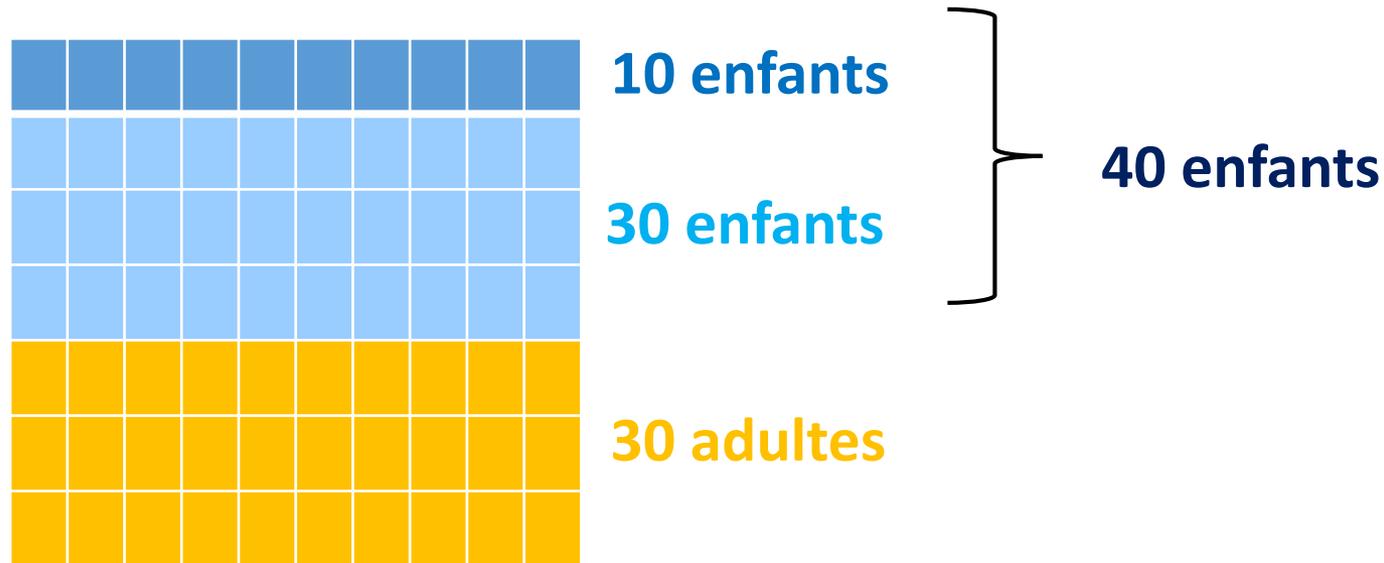
Prolongement
autre contexte



Sortie en mer

La capitaine du bateau compte les personnes qui montent à bord.
En tout elle trouve **70** passagers. Il y a **10** enfants de plus que d'adultes.
Combien y a-t-il d'enfants, combien y a-t-il d'adultes sur le bateau ?

Quelle stratégie de résolution ?



$$70 = 10 + 60 = (10 + 30) + 30$$



Comment différencier ?

Nombre de passagers

20

50

60

70

33

Nombre d'enfants de plus

10

$$20 = 10 + 5 + 5$$

10

$$50 = 10 + 20 + 20$$

10

$$60 = 10 + 25 + 25$$

10

$$70 = 10 + 30 + 30$$

7

$$33 = 7 + 13 + 13$$

Les cartes de Patricia

Prolongement autre contexte

Lors d'un voyage, Patricia a expédié 50 cartes postales en 5 mois, soit de janvier à mai. Chaque mois, elle a expédié une carte de plus que le mois précédent.
Combien Patricia a-t-elle expédié de cartes postales pendant le mois de mai ?

Quelle stratégie de résolution ?

Si 10 cartes en janvier :

$$10 + (10+1) + (10+2) + (10+3) + (10+4) = 50 + 10 = 60 \text{ c'est trop grand}$$

Si 9 cartes en janvier :

$$9 + (9+1) + \dots = 45 + 10 = 55 \text{ c'est trop grand}$$

Si 8 cartes en janvier :

$$8 + (8+1) + \dots = 40 + 10 = 50 \text{ c'est bon}$$

janvier	février	mars	avril	mai	
Cartes	Cartes + 1	Cartes + 2	Cartes + 3	Cartes + 4	50 cartes

$$50 \text{ cartes} = x \text{ cartes} + 10 \text{ cartes} = 40 \text{ cartes} + 10 \text{ cartes}$$

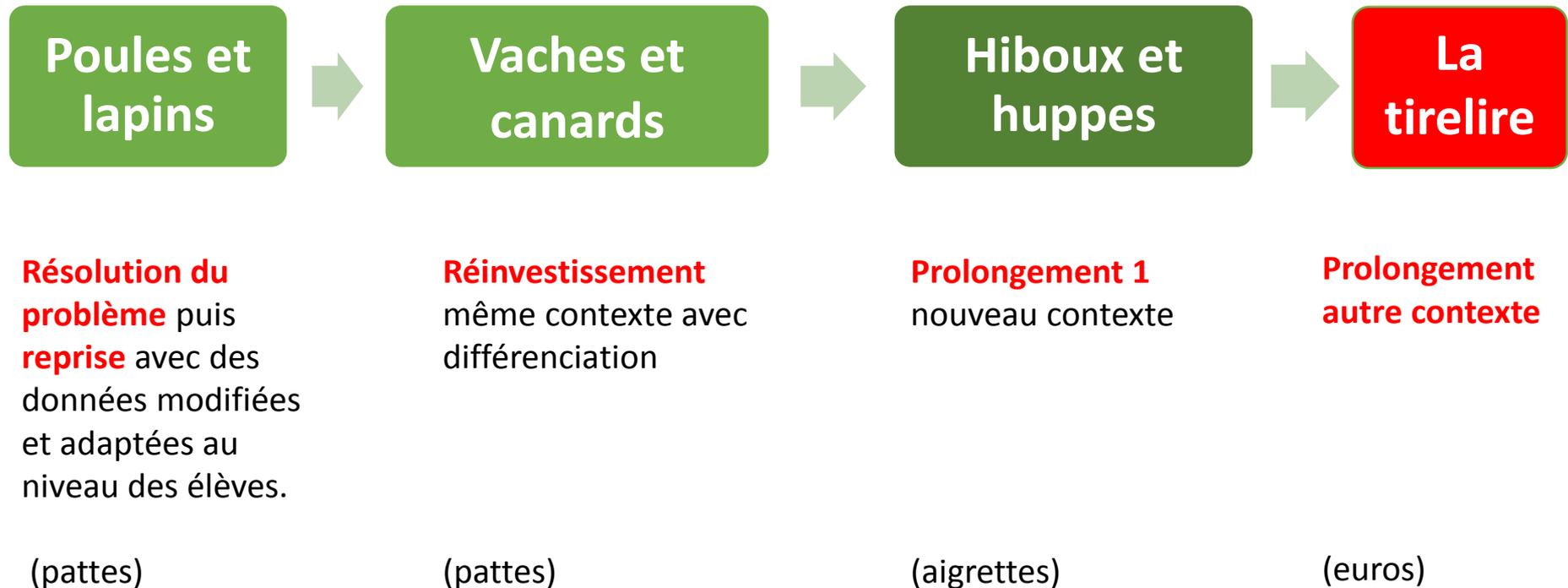
$40 : 5 = 8$ Il y a donc 8 cartes en janvier

8+1 soit 9 cartes en février

8+2 soit 10 cartes en mars ...

1. Résolution par essais et ajustements

2 équations à 2 inconnues





Poules et lapins

Niveau 3



Un fermier a des poules et des lapins.

*En regardant tous les animaux, il voit **25 têtes** et **66 pattes**.*

Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?



Poules et lapins



Résolution

Un fermier a des poules et des lapins.

*En regardant tous les animaux, il voit **25 têtes** et **66 pattes**.*

Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?

Procédure experte : résolution d'un système deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} p + l = 25 \\ 2p + 4l = 66 \end{cases} \quad \begin{cases} l = 25 - p \\ 2p + 4(25 - p) = 66 \end{cases} \quad \begin{cases} l = 25 - p \\ 100 - 2p = 66 \end{cases} \quad \begin{cases} l = 8 \\ p = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p + l = 25 \\ 2p + 4l = 66 \end{cases} \quad \begin{cases} 2p + 2l = 50 \\ 2p + 4l = 66 \end{cases} \quad \begin{cases} 2l = 16 \\ p = 25 - l \end{cases} \quad \begin{cases} l = 8 \\ p = 17 \end{cases}$$

Une seule solution : 8 lapins et 17 poules

Cette procédure n'est pas accessible à l'école primaire.



Poules et lapins



Mise en œuvre

Présentation de la situation

Rappel du nombre de pattes de chacun des animaux.

Manipulation de cartes animaux si nécessaires.

Question sur l'objet de la recherche : le nombre d'animaux de chaque sorte

Écriture au tableau des 2 contraintes.

Recherche

Individuelle puis collective **avec** bilan intermédiaire / Production d'affiches.

Sans intervention de l'enseignant.

Mise en commun

Par affichage et explicitation des procédures du groupe par un rapporteur.

Synthèse :

Elle doit permettre de faire prendre conscience de la nécessité :

▶ de prendre en compte les informations apportées par les **essais successifs** pour engager un nouvel essai.

▶ **d'écrire des résultats provisoires** qui peuvent s'avérer inutiles pour la réponse mais en revanche très utiles pour la recherche.

▶ **contrôler sa proposition** pour vérifier si elle respecte les contraintes du problème.

En conclusion, il faut être méthodique et organisé.



Poules et lapins



Comment différencier ?

Un fermier a des poules et des lapins.

*En regardant tous les animaux, il voit **25 têtes** et **66 pattes**.*

Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?

En proposant

un nombre d'animaux plus petit

et

un nombre voisin de poules et de lapins

25 têtes
(66 pattes)

Niveau 3

15 têtes
(44 pattes)

Niveau 2

5 têtes
(14 pattes)

Niveau 1

écart de 9
8 lapins et 17 poules

écart de 4
6 lapins et 10 poules

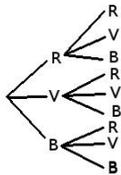
écart de 1
2 lapins et 3 poules

2. Résolution par organisation pour obtenir toutes les possibilités

Combinaison



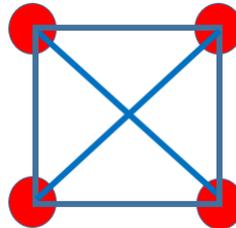
Résolution du problème
puis **reprise** avec des données modifiées



Réinvestissement même contexte
autre procédure

1	1
1	2
1	3
2	1
2	2
2	3
3	1
3	2
3	3

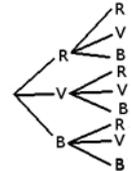
Réinvestissement nouveau contexte



Prolongement autre contexte

1.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
2.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
3.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
4.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
5.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
6.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
7.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
8.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
9.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
10.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
11.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
12.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE

Prolongement nouveau contexte



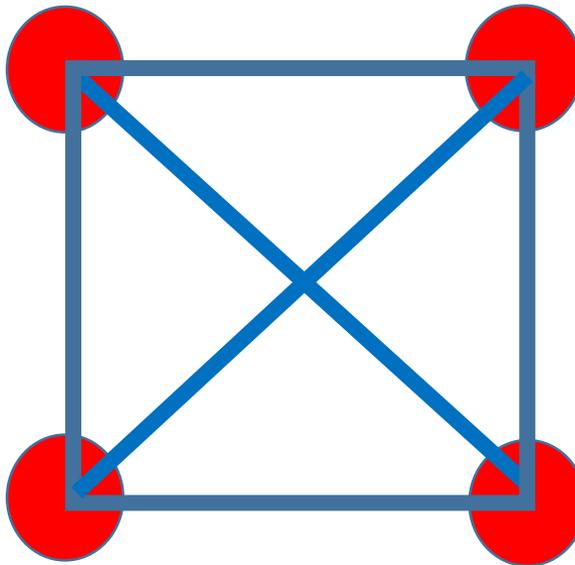
Les poignées de main

Réinvestissement nouveau contexte

*Quatre amis se rencontrent et se serrent la main.
Combien de poignées de main se donnent-ils ?*

Quelle stratégie de résolution ?

*Possibilité de faire
une représentation
en réseau.*



Les costumes du clown

Prolongement autre contexte

Pour se déguiser, un clown dispose de :

- 2 chapeaux (un rouge, un bleu) ;
- 2 vestes (une violette, une jaune) ;
- 3 pantalons (un marron, un noir, un vert)

Combien de costumes différents le clown peut-il faire ?

1	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
2	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
3	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
4	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
5	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
6	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
7	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
8	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
9	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
10	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
11	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
12	CHAPEAU	PANTALON	VESTE

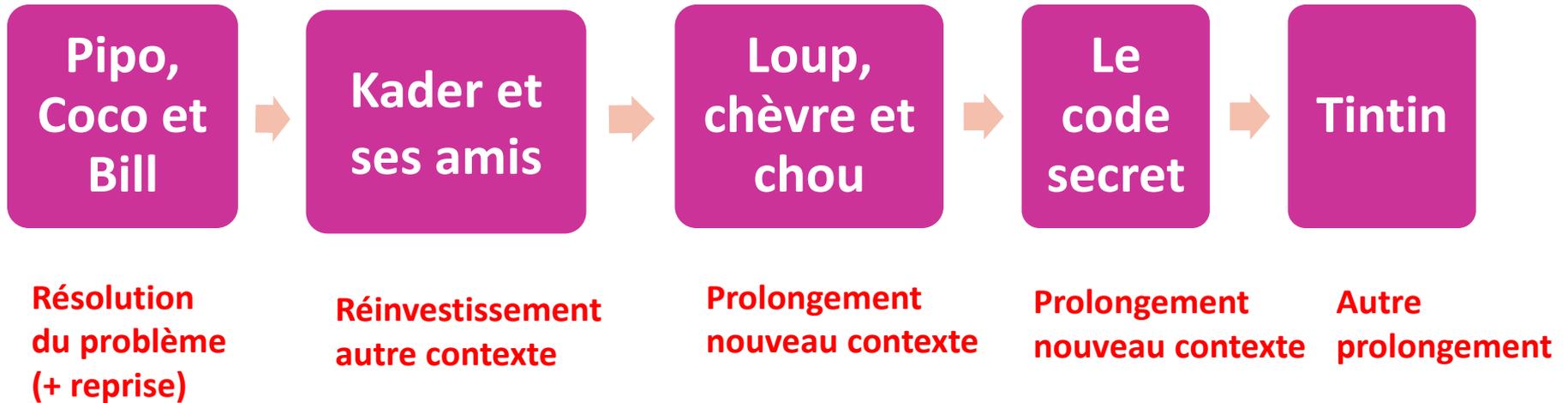


Extrait de Christian Enaff,
Résoudre des problèmes,
CE1, p.28, Retz

Au total, le clown peut composer 12 costumes.

3. Résolution par recours à la déduction

Logique



Kader et ses amis

Réinvestissement autre contexte



Kader, Blandine, Félix et Stella se placent autour d'une table carrée. Stella a pour voisins Kader et Felix ; elle est à gauche de Félix. Qui est à la droite de Blandine ?

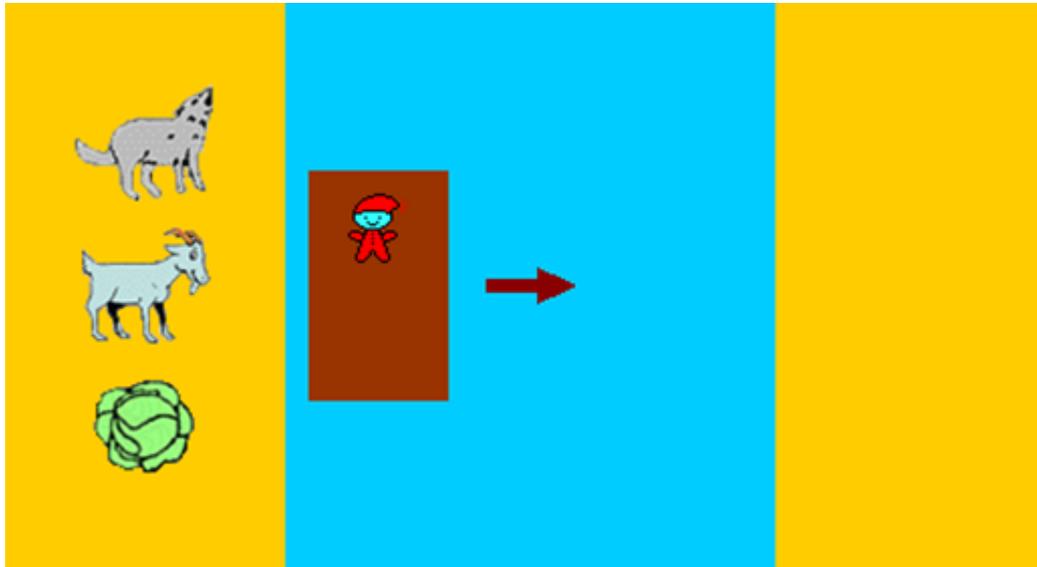


Le loup, la chèvre et le chou

Prolongement nouveau contexte

Tu es sur une île avec un loup, une chèvre et un chou. Tu dois au moyen d'une barque les emmener tous les trois sur une autre île. La barque est très petite, tu ne peux malheureusement, n'en transporter qu'un à la fois.

Comment dois-tu organiser les traversées afin qu'aucun ne se fasse dévorer par un autre ?



Tintin à la brocante

Prolongement nouveau contexte



A la brocante, Tintin, le capitaine Haddock, le professeur Tournesol, Milou et les Dupont et Dupond ont réalisé chacun un achat différent : tableau, sculpture, livres, meuble, timbres de collection.

Trouve ce que chacun a acheté en utilisant les indications suivantes :

- le professeur Tournesol a en horreur la peinture et la lecture ;*
- les timbres ont été choisis par deux personnes portant le même nom ;*
- ce n'est pas un homme qui s'est offert la sculpture ;*
- le capitaine Haddock n'a pas résisté à la vue du portrait de son ancêtre.*

Tintin à la brocante



- le professeur Tournesol a en horreur la peinture et la lecture ;
- les timbres ont été choisis par deux personnes portant le même nom ;
- ce n'est pas un homme qui s'est offert la sculpture ;
- le capitaine Haddock n'a pas résisté à la vue du portrait de son ancêtre.

	Tintin	Haddock	Tournesol	Milou	Dupondt
tableau	NON	<u>OUI</u>	NON	NON	NON
sculpture	NON	NON	NON	<u>OUI</u>	NON
livres	<u>OUI</u>	NON	NON	NON	NON
meuble	NON	NON	<u>OUI</u>	NON	NON
timbres	NON	NON	NON	NON	<u>OUI</u>

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



5. Présentation du déroulé du temps 2

A distance : le temps 2 en 3 temps !

1. Lectures personnelles (1 h)

2. Analyse d'une vidéo en équipe (45 min)

3. Analyse des mises en œuvre (1 h 15)

Lectures personnelles

- **Problèmes additifs, soustractifs et multiplicatifs,**
Le nombre au cycle 2, pages 51 à 74
- **La résolution de problèmes à l'école élémentaire,**
note de service du 25-04-2018
du BO n°3 du 26 avril 2018

Pour aller plus loin :

- Problèmes arithmétiques de réinvestissement,
Catherine Houdement
- La résolution de problèmes de mathématiques au primaire,
Annie Feyfant

Analyse d'une vidéo en équipe

Les enveloppes

Description de la situation : Les élèves ont reçu une enveloppe du facteur contenant des jetons. La maîtresse ajoute 5 jetons dans chaque enveloppe. Elle demande aux élèves de trouver le nombre de jetons avant l'ajout.

Dispositif : travail individuel avec 5 élèves

Etapas : compréhension de la situation, recherche individuelle avec schématisation, production d'une affiche de référence, passage à l'écriture mathématique....

➔ Lire les questions :

- A quelles étapes de la résolution et comment l'enseignante apporte-t-elle un étayage ?
- Quels sont les intérêts et les limites de la manipulation ?

➔ Visionner la [vidéo](#)

➔ Répondre aux questions (en binôme par exemple)

Mise en œuvre dans la classe

→ Une situation-problème : les enveloppes

(Extraite d'Ermel CE1)

→ Un problème complexe à deux étapes : les ballons

→ Un problème pour chercher : les poules et les lapins

Situations-problèmes : les enveloppes

CP	CE1	CE2
<p>Document « Situation les enveloppes » Mettre en œuvre uniquement l'activité 1 : Transformation positive Adaptations pour le CP : Recherche de l'état final (Ef) Ei : 7 T+ : 4 Ef : ? OU Recherche de la transformation positive (Tf) Ei : 7 T+ : ? Ef : 11 <u>Organisation</u> : groupes de 2 <u>Matériel</u> : bandes numériques</p>	<p>Document « Situation les enveloppes » Mettre en œuvre uniquement l'activité 1 : Transformation positive Recherche de l'état initial Adaptations des données numériques Ei : ? T+ : 5 Ef : 16 <u>Organisation</u> : groupes de 3 <u>Matériel</u> : bandes numériques</p>	<p>Document « Situation les enveloppes » Mettre en œuvre uniquement l'activité 1 : Transformation positive Recherche de l'état initial Adaptations des données numériques Ei : ? T+ : 25 Ef : 56 <u>Organisation</u> : groupes de 4 <u>Matériel</u> : matériel base 10 ou cubes-unions</p>

Problèmes complexes à deux étapes : les ballons

CP	CE1	CE2
<p>Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maîtresse distribue 2 ballons à chaque enfant. Combien la maîtresse distribue-t-elle de ballons ?</p>	<p>Dans une équipe, il y a 5 garçons et 7 filles. La maîtresse distribue 3 ballons à chaque enfant. Combien la maîtresse distribue-t-elle de ballons ?</p>	<p>Dans une classe, il y a 11 garçons et 13 filles. La maîtresse distribue 5 ballons à chaque enfant. Combien la maîtresse distribue-t-elle de ballons ?</p>

Problèmes pour chercher : les poules et les lapins

CP (niveau 1)	CE1 (niveau 2)	CE2 (niveau 3)
<p>Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit 5 têtes et 14 pattes. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?</p>	<p>Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit 15 têtes et 42 pattes. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?</p>	<p>Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit 25 têtes et 66 pattes. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?</p>

Retour sur la mise en œuvre

➔ Répondre au questionnaire « retour sur ma mise en œuvre ».

Les enveloppes :

Quels étayages avez-vous apporté ?

Quelles traces écrites ont été produites lors de cette séance ?

Les ballons :

Quelle proportion d'élèves a trouvé une solution correcte (personnelle ou experte) ?

Quelles sont les erreurs les plus fréquentes ?

Les poules et les lapins :

Quelles sont les différentes procédures que les élèves ont utilisées pour résoudre ce problème ?

Quel dispositif avez-vous mis en place pour aider les élèves en difficulté ?

➔ Sélectionner une seule production d'élève pertinente par école et par situation et poster ces 3 productions sur Magistère.

➔ Rapporter ce questionnaire complété et les 3 productions recueillies agrandies sur papier A3.

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



6. Synthèse

En résumé ...

- 1. Fréquence** → 10 par semaines
- 2. Accessibilité** → Modifier, réécrire les problèmes si besoin
- 3. Progressivité** → Sens et procédure : congruence ou non
- 4. Variété** → Jouer sur :
 - **La fonction :** - pour apprendre / pour chercher
 - **Le champ conceptuel :** - additif / multiplicatif
 - **Le type de problèmes :** - transformation / combinaison / comparaison
- multiplication / division
- essais-ajustements / combinaison / déduction
 - **Les nombres en jeu :** - taille et relation
- travail sur la numération puis le calcul
 - **Le nombre d'étapes :** - une / plusieurs explicites / plusieurs à construire
 - **Le contexte général :** - cardinal / ordinal / mesure

MERCI

de votre attention

et

de votre participation