

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Enseigner la résolution de problèmes au cycle 2

FORMATION 2018 – 2019

Temps 3 : présentiel

académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



MathÉsciences31

Déroulement

1. Les problèmes pour apprendre

- Echanges à partir de l'analyse de la vidéo « les enveloppes »
- Echanges à partir des productions d'élèves recueillies (**enveloppes et ballons**)
- Difficultés des élèves et aides

2. Les problèmes pour chercher

- Echanges autour des gestes professionnels à partir du scénario
- Analyse des productions recueillies (**poules lapins**), échanges concernant les procédures et la différenciation
- Types de raisonnements

3. Programmation et progression

- Conceptualisation, programmation, progression
- Autres gestes professionnels
- Analyse de manuels

4. Synthèse

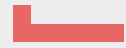
POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



1. Les problèmes pour apprendre



POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Difficultés des élèves et aides adaptées

académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



Math sciences31

Les étapes dans la résolution de problèmes

- comprendre l'énoncé
- se construire une représentation mentale de la situation (**représenter/conceptualiser**)
- résoudre :
 - traduire mathématiquement les **relations (modéliser)**
 - mettre en œuvre les procédures ou le calcul (**calculer**)
- Répondre (**communiquer**)

Les élèves rencontrent des difficultés
à chacune de ces étapes !

Quelles aides apporter aux élèves à chacune de ces étapes ?

→ Anticipation

(vocabulaire, énoncés avec une chronologie évidente, congruence...)

→ Étayage

(mimer, déplacer la question, dessiner...)

→ Remédiation

(rédiger un énoncé à partir d'illustration, choisir parmi plusieurs schémas...)

Il existe un document word
«aides» pour chacune
des étapes de la résolution

Document réalisé par les CRO mathématiques et sciences de la région Grand-Ouest, septembre 2010. 

Aides possibles pour la résolution de problèmes en cycle 2 (Temps 3 de la formation)

Éléments d'anticipation, d'étayage et de remédiation pour une aide à :

La compréhension de l'énoncé :

Anticipation

- Donner l'énoncé à l'oral ou à l'écrit
- Proposer des énoncés avec un vocabulaire maîtrisé, déjà rencontré
- Répéter des situations concrètes, liées au quotidien des élèves
- Éviter les éléments implicites

Étayage

- Reformuler, raconter et mimer
- Faire identifier les implicites s'il y en a
- « Déplacer » la question dans l'énoncé (début ou fin)
- Établir des liens entre questions et reste de l'énoncé
- Faire expliciter ce que je sais (les données) et ce que je cherche (objet de la question)

Remédiation

- Identifier un énoncé : histoire et question à laquelle l'histoire permet de répondre
- Associer le bon énoncé à la bonne question (et inversement) puis résoudre
- Écrire une [des] question[s] à partir d'un énoncé, écrire l'énoncé à partir d'une question puis résoudre
- Compléter un énoncé à trous avec des données numériques puis résoudre
- Rédiger un énoncé à partir d'une illustration, d'une vidéo puis résoudre

La représentation de l'énoncé (représenter) :

Anticipation

- Proposer des situations concrètes, liées au quotidien des élèves
- Éviter les éléments implicites
- Offrir des outils numériques

Étayage

- Raconter, mimer
- Faire expliciter la chronologie des événements s'il y en a
- Manipuler, mesurer, expérimental (science)
- Symboliser (par mathématiquement), dessiner, schématiser
- Faire expliciter les schémas
- Coder les états, les transformations, les comparaisons (avant la mise en opération...):
- flèches, regroupements...
- Faire remarquer les ressemblances ou les différences avec des problèmes déjà rencontrés
- Rechercher le plus grand, le plus petit (problèmes de comparaison)
- Pour les problèmes complexes faire écrire des questions intermédiaires possibles et leurs réponses

Remédiation

- Choisir parmi plusieurs schémas celui qui convient puis résoudre
- Raconter ou compléter un schéma puis résoudre
- Établir le lienage de quelques mots indicateurs

Document réalisé par les CRO mathématiques et sciences de la région Grand-Ouest, septembre 2010. 

La traduction mathématique (modéliser) :

Anticipation

- Concevoir une progression dans les problèmes d'un même type, en faisant évoluer :
 - les nombres (plus ou moins grands, relations entre les nombres)
 - les opérations (addition, soustraction, produit, de mesure)
 - la difficulté (sans et procédure dans le même sens ou en sens inverse)

Étayage

- Identifier les éléments de l'énoncé qui permettent de répondre à la question
- Identifier les éléments (et leurs représentations dans le schéma par ex) et les relations à établir entre eux ou les transformations qu'ils subissent
- Passer du schéma au symbolisme mathématique : coder certains éléments en nombres et les relations ou les transformations en signes opératoires
- Tracer des traits de correspondance entre les éléments du schéma et ceux de l'opération
- S'assurer que le résultat obtenu est vraisemblable
- Faire qualifier le résultat : « Qu'est-ce calculé ? »

Remédiation

- Choisir parmi plusieurs opérations celle qui correspond à la modélisation du problème : opérations inverses (+/-), nombres incorrects, nombres corrects mais mal placés, etc.
- Produire une affiche de référence pour chaque type de problèmes

La réponse (communiquer) :

Étayage

- Relire la question avant d'écrire la réponse
- S'assurer que la phrase réponse a du sens
- Répéter les éléments de la question pour écrire la phrase réponse
- Inclure le résultat obtenu en vérifiant sa cohérence avec la question
- Vérifier la vraisemblance du résultat
- Vérifier l'unité

Remédiation

- Choisir parmi plusieurs phrases réponses celle qui convient à un énoncé
- Compléter une phrase réponse à trous (résultat numérique, éléments de la question)

Comment aider les élèves à se représenter un problème ?

Un enseignement explicite

Des **références** construites avec les élèves = modèles ;
dans le **cahier de référence** en mathématiques

= des exemples-types → « C'est comme »

Idéalement communes à l'école



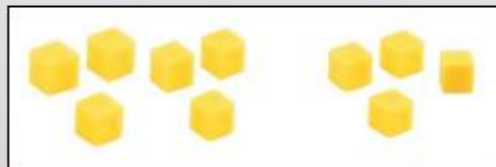
Introduire des représentations

Compétence « représenter » :

dessins, schémas, tableaux, diagrammes, graphiques, droite numérique, écritures avec parenthèses

MANIPULER → représenter

Dans la trousse de Jules, il y a 10 feutres.
4 feutres ne fonctionnent plus.
Combien de feutres fonctionnent encore ?
Evaluation CP - 2018



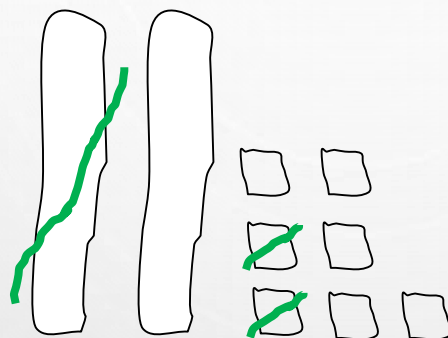
« Un schéma est un « dessin ne comportant que les traits essentiels de la figure représentée, afin d'indiquer non sa forme, mais ses **relations** et son fonctionnement ». Larousse

Compétence « représenter » :

dessins, schémas, tableaux, graphiques, droite numérique, écritures avec parenthèses

EXEMPLES DE SCHÉMATISATION

Kevin avait 27 jetons ; il en a donné 12 à Agathe.
Combien de jetons a Kevin maintenant ?



$(27 ; 12) \rightarrow (123 ; 47)$

123

jetons qu'avait Kevin



jetons donnés à Agathe

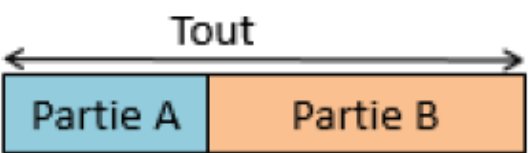
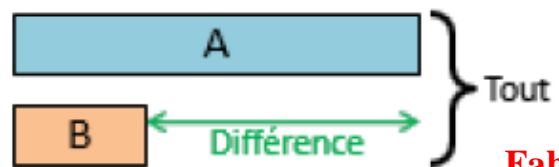
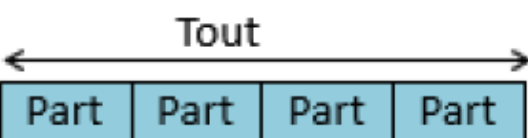
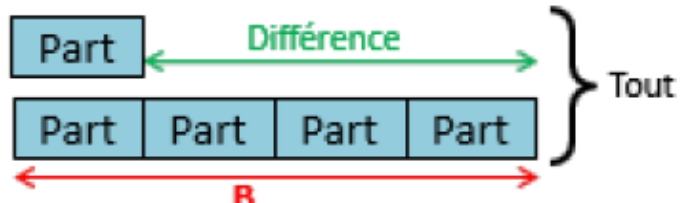
ce qui reste à Kevin

L'enseignement de la résolution de problèmes à l'école élémentaire
ESENESR, septembre 2018 Marie MÉGARD et Olivier HUNAUT

Compétence « représenter » :

LA RÉOLUTION DU PROBLÈME

L'enseignement de la résolution de problèmes à l'école élémentaire ESENER, septembre 2018 Marie MÉGARD et Olivier HUNAULT

Schéma...	... représentant le tout et les parties...	...de comparaison...
<p>...pour l'addition et la soustraction</p>	<p>Partie-Partie-Tout</p>  <p>Tout = Partie A + Partie B Partie B = Tout – Partie A J'ai 45 billes. J'en gagne 18.</p>	<p>Partie-Partie-Tout et Comparaison</p>  <p>Différence = A – B A = Différence + B Tout = A + B</p> <p>Fabrice mesure 180 cm. Axel mesure 40 cm de moins.</p>
<p>...pour la multiplication et la division</p>	<p>Parts égales d'un tout</p>  <p>Tout = Nombre de parts × Part Part = Tout ÷ Nombre de parts Nombre de parts = Tout ÷ Part</p>	<p>Parts égales d'un tout et comparaison</p>  <p>B = Nombre de parts dans B × Part Différence = B – Part Tout = (1 + Nombres de parts dans B) × Part</p>

J'ai 4 rangées de 3 salades.

Léa fait 4 colliers. Sarah en fait 3 fois moins.

La résolution de problèmes à l'école élémentaire

NOR : MENE1809043N

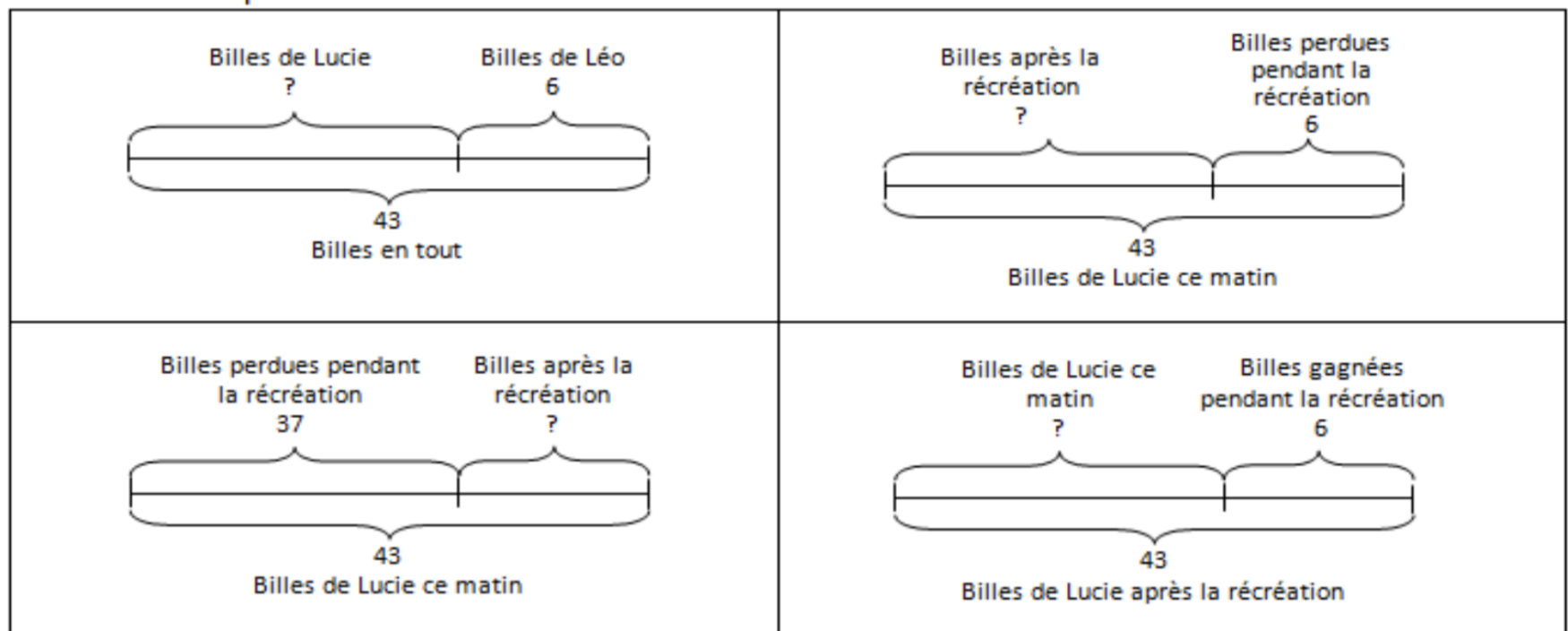
note de service n° 2018-052 du 25-4-2018

MEN - DGESCO A1

Représentations : des schémas adaptés permettant la modélisation

4 problèmes : un même modèle (un ensemble partagé en deux parties.)

- Léo et Lucie ont 43 billes à eux deux. Léo a 6 billes. Combien Lucie a-t-elle de billes ?
- Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 6 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?
- Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 37 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?
- Lucie a gagné 6 billes à la récréation. Maintenant elle a 43 billes. Combien de billes avait-elle avant la récréation ?



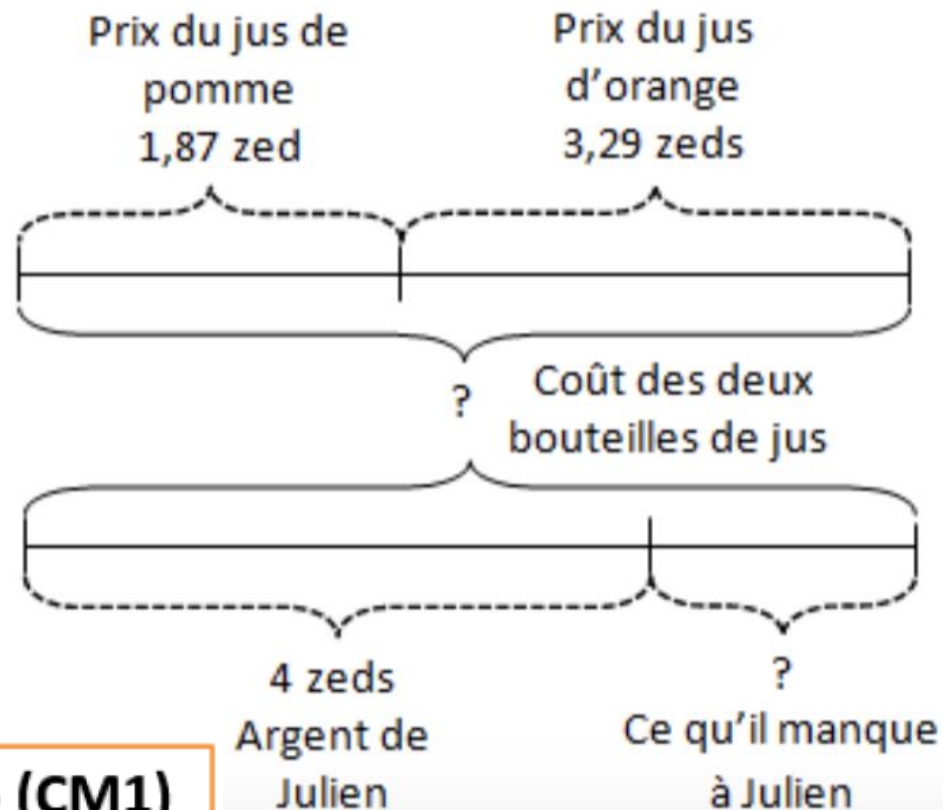
Résolution de problème de l'évaluation TIMSS peut s'appuyer sur une **représentation schématique** similaire à celles précédentes.

Taux de réussite dans les pays de l'Union Européenne :

PAYS	Taux de réussite
Irlande du Nord	70
Irlande	65
Pologne	64
Allemagne	62
Angleterre	62
Lituanie	62
Pays-Bas	62
Belgique (Flamande)	59
Danemark	59
Espagne	59
Finlande	58
Portugal	57
Bulgarie	54
Slovénie	54
Chypre	52
Croatie	51
République Tchèque	51
Slovaquie	50
Suède	49
Hongrie	48
Italie	47
France	42

Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds. Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds. Julien a 4 zeds.

Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ? A. 1,06 zeds B. 1,16 zeds C. 5,06 zeds D. 5,16 zeds



TIMSS 2015 (CM1)

Compétence « modéliser » : utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes

Les étapes vers la modélisation

Il y a 8 cubes dans une boîte. Moussa puis Marion ajoutent des cubes. Moussa en ajoute 4. Ensuite Marion en ajoute 2. Combien y-at-il de cubes dans la boîte?

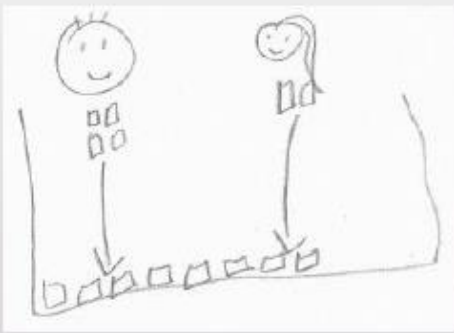
Vivre la situation

Mimer la situation

Imaginer la situation « film »

Raconter l'histoire

Représenter la situation



	Moussa	Marion	
	8	4	2

Modéliser la situation

$$\begin{matrix} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ + & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ + & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ = & 1 & 4 & 2 & = & 1 & 4 \end{matrix}$$

$$8 + 4 + 2 = 14$$

Calculer

- difficultés à « **modéliser** » :
 l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le **sens** de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;

- difficultés à « **calculer** » :
 les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, la ou les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calcul utilisés.

Difficultés à « modéliser »

Lise a 10 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,49 €. Un stylo coûte 1,29 €. Combien lui manque-t-il pour acheter deux magazines et trois stylos ?

Il lui manque 10,47 €

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ \times \quad .3 \\ \hline 10,47 \end{array}$$

Difficultés à « calculer »

Lise a 10 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,49 €. Un stylo coûte 1,29 €. Combien lui manque-t-il pour acheter deux magazines et trois stylos ?

Je cherche le nombre de argent qui lui manque

$$\begin{array}{r} 6,98 \\ + 3,70 \\ \hline 10,68 \end{array}$$

Il lui manque 10,68 €

Des pistes

Ce sont les représentations construites lors de la résolution de différents problèmes qui s'organisent progressivement en schémas de problèmes

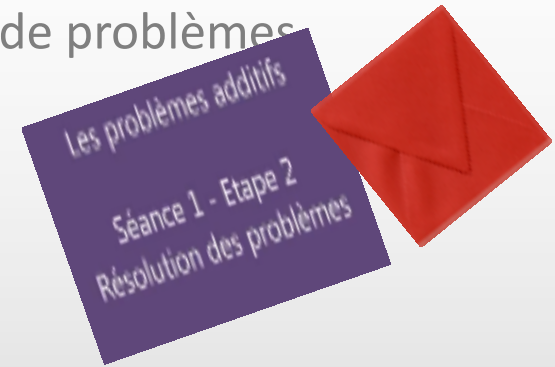
Deux objectifs distincts

1. permettre l'invention d'une procédure

Ce sont les problèmes réussis qui contribuent le plus à la mise en place de schémas performants.

2. Induire une évolution des schémas

On explique comment il fallait “ faire ” pour trouver la solution plutôt que comment il fallait “ penser ” le problème



Comment ?

Aides possibles

```
graph LR; A[Aides possibles] --> B[Clarifier le contexte et les références culturelles.]; A --> C[Faire raconter, mimer, schématiser (personnel)...  
Faire manipuler, expérimenter, mesurer...  
Visualiser les situations en utilisant les outils numériques.]; A --> D[Pratiquer le recodage sémantique.]; A --> E[Proposer des schématisations.]; A --> F[Faire des liens avec les problèmes rencontrés.]; A --> G[Aider à repérer et comprendre les mots inducteurs : construction d'un lexique.];
```

Clarifier le contexte et les références culturelles.

Faire raconter, mimer, schématiser (personnel)...
Faire manipuler, expérimenter, mesurer...

Visualiser les situations en utilisant les outils numériques.

Pratiquer le recodage sémantique.

Proposer des schématisations.

Faire des liens avec les problèmes rencontrés.

Aider à repérer et comprendre les mots inducteurs : construction d'un lexique.

Pratiquer le recodage sémantique

- fait apparaître la ressemblance profonde entre deux problèmes de même forme.
- consiste à attribuer à une situation des propriétés usuellement attribuées à une autre.

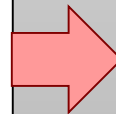
*Lors d'une course 108 coureurs prennent le départ.
Il y a beaucoup d'abandons : 85 coureurs seulement finissent la course.
Combien de coureurs ont abandonné ?*

Codage transformation

Etat initial : Les 108 coureurs

Transformation : Les coureurs qui abandonnent

Etat final : Les 85 coureurs qui terminent la course



Recodage combinaison

Partie 1 : Les 85 coureurs qui terminent la course

Partie 2 : Les coureurs qui abandonnent

Tout : Les 108 coureurs

LA COMPRÉHENSION DE L'ÉNONCÉ

■ POINTS DE VIGILANCE

- REPÉRAGE SYSTÉMATIQUE DES MOTS « CLÉS », DES « INDICES »...
- SURLIGNAGE
- « QUELLE OPÉRATION FAUT-IL FAIRE ? »
- DE TROP CENTRER SUR LE VOCABULAIRE

■ DES PRATIQUES À RENFORCER

- FAIRE RACONTER « L'HISTOIRE » (SANS LES NOMBRES ?)
- FAIRE CRÉER DES PROBLÈMES (AVEC DES CONTRAINTES)
(voir document annexe)

Difficulté à traduire mathématiquement les relations

Aides possibles

A central box labeled 'Aides possibles' has three arrows pointing to three separate text boxes on the right. The arrows are purple and curve outwards from the central box.

Dans le passage des représentations matérielles, à du matériel mathématique, **au schéma puis au symbolisme mathématique**.

Construire **lexique spécifique** pour catégoriser les problèmes (problème avec ou sans action, quantité avant ou après action).
Constituer progressivement le répertoire des types de problèmes.
Se référer aux **affiches de problèmes de référence** pour chaque type de problèmes et les procédures associées.

Proposer des activités de mise en relation d'énoncés et de procédures de résolutions.

Un exemple de structuration

T+

Ei

Ef ?



L'énoncé

Lina a 75 billes. Inès lui en donne 7.
Combien de billes Lina a-t-elle maintenant ?

$$\begin{array}{r} 75 \\ + 7 \\ \hline 82 \end{array}$$

Reconnaissance de l'opération

Les différentes procédures

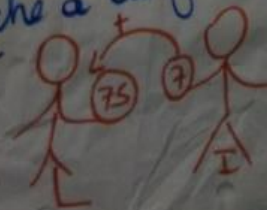
Lina a 82 billes.

$$\begin{array}{r} 75 + 7 \\ \hline 82 \end{array} \quad \text{Lina a 82 billes.}$$

Le fil de l'histoire

Je fais une addition.
Je connais le début : Lina a 75 billes.
Après Inès donne 7 billes.
Je cherche à la fin combien Lina a de billes.

Schématiser le problème



Difficulté à mettre en œuvre le calcul

Développer les habiletés calculatoires :

- mémorisation des faits numériques,
- automatisation de procédures,
- entraînement au calcul en ligne,
- entraînement aux techniques opératoires.

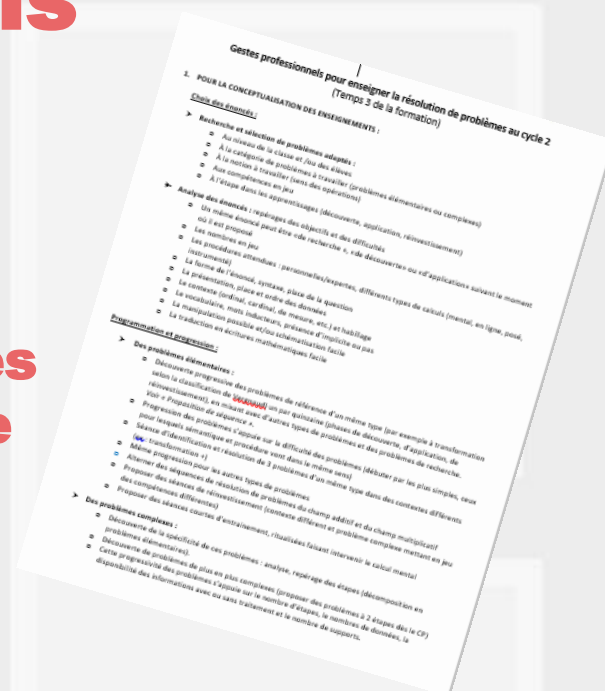
Aides possibles

Adapter les données numériques aux procédures attendues.

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Les gestes professionnels

Un document « gestes professionnels pour la résolution de problèmes au cycle 2 » est à votre disposition sur m@gistère



direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



Math sciences 31

Quelles traces écrites ?

Les traces écrites supports à l'enseignement de la résolution de problème

traces

individuelles

des traces écrites dans les cahiers



collectives

des affichages, bien choisis, en s'appuyant notamment sur les différents types de schémas présentés à la classe

Les traces écrites

Les affichages

Les travaux de recherche, de résolution des problèmes traités en classe

Les institutionnalisations dans les cahiers d'élèves

➔ Produire des affiches de référence

Voir document « Affiches modifiables »

Problème avec **changement positif** (ajoute)

et recherche de la **quantité avant**

Les enveloppes : situation 1



Avant

Changement

Après

Comment écrire cette situation sous forme d'une opération ?

$$\square + 15 = 32$$

Comment écrire cette situation sous forme d'un énoncé ?

Il y avait des jetons dans une enveloppe.

On a ajouté 15 jetons dans l'enveloppe.

Il y a maintenant 32 jetons dans l'enveloppe.

Combien y avait-il de jetons avant dans l'enveloppe ?

Comment trouver le nombre de jetons avant ?

$$? + 15 = 32 \quad \text{ou} \quad 32 - 15 = ?$$

Comment vérifier ?

On ouvre l'enveloppe, il y a 32 jetons dedans.

On enlève les 15 jetons qui ont été ajoutés. Il reste dans l'enveloppe les jetons qu'il y avait au début.

On les compte, il y en a 17.

Quelle opération faut-il donc utiliser ?

$$\text{La soustraction : } 32 - 15 = \dots$$

Problème avec **changement positif** (ajoute)

et recherche de la **quantité avant**

Les enveloppes : situation 1



Avant

Changement

Après

Comment écrire cette situation sous forme d'une opération ?

$$\square + X = Y$$

Comment écrire cette situation sous forme d'un énoncé ?

Il y avait des jetons dans une enveloppe.

On a ajouté X jetons dans l'enveloppe.

Il y a maintenant Y jetons dans l'enveloppe.

Combien y avait-il de jetons au début ?

Comment trouver le nombre de jetons avant ?

$$? + X = Y \quad \text{ou} \quad Y - X = ?$$

Comment vérifier ?

On ouvre l'enveloppe, il y a Y jetons dedans.

On enlève les X jetons qui ont été ajoutés. Il reste dans l'enveloppe les jetons qu'il y avait au début.

On les compte, il y en a Z.

Quelle opération faut-il donc utiliser ?

$$\text{La soustraction : } Y - X = \dots$$

Problème avec **changement négatif** (enlève)

et recherche de la **quantité avant**

Les enveloppes : situation 2



Avant

Changement

Après

Comment écrire cette situation sous forme d'une opération ?

$$\square - X = Y$$

Comment écrire cette situation sous forme d'un énoncé ?

Il y avait des jetons dans une enveloppe.

On a enlevé X jetons de l'enveloppe.

Il y a maintenant Y jetons dans l'enveloppe.

Combien y avait-il de jetons avant dans l'enveloppe ?

Comment trouver le nombre de jetons avant ?

$$? - X = Y \quad \text{ou} \quad Y + X = ?$$

Comment vérifier ?

On ouvre l'enveloppe, il y a Y jetons dedans.

On remet les X jetons qui ont été enlevés. Il reste dans l'enveloppe les jetons qu'il y avait au début.

On les compte, il y en a Z.

Quelle opération faut-il donc utiliser ?

$$\text{L'addition : } Y + X = \dots$$

On cherche combien il y avait avant



Que s'est-il passé ?

Il y avait des jetons dans une enveloppe.
On a ajouté 5 jetons dans l'enveloppe.
Il y a maintenant 16 jetons dans l'enveloppe.

Combien y avait-il de jetons dans l'enveloppe au début ?

Comment trouver le nombre de jetons qu'il y avait AVANT ?

$? + 5 = 16$ ou $16 - 5 = ?$

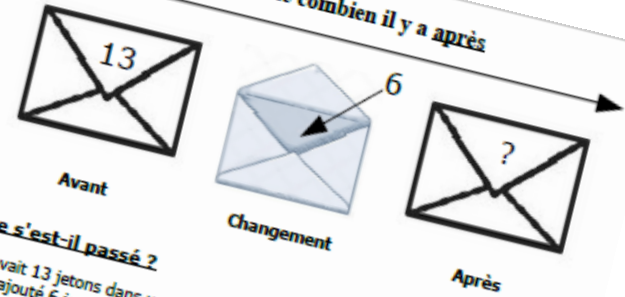
Comment vérifier ?

On ouvre l'enveloppe, il y a 16 jetons dedans.
On enlève les 5 jetons qui ont été ajoutés.
Il reste les jetons qu'il y avait au début.
On les compte, il y en a 11.

Quelle opération faut-il donc utiliser ?

Une soustraction: $16 - 5 = 11$

On cherche combien il y a après



Que s'est-il passé ?

Il y avait 13 jetons dans une enveloppe.
On a ajouté 6 jetons dans l'enveloppe.
Combien y a-t-il de jetons dans l'enveloppe maintenant ?

Quelle opération faut-il donc utiliser ?

Une addition

Comment vérifier ?

On ouvre l'enveloppe et compte :

On cherche combien on a ajouté



Que s'est-il passé ?

Il y avait 12 jetons dans une enveloppe.
On a ajouté des jetons dans l'enveloppe.
Il y a maintenant 20 jetons dans l'enveloppe.
Combien a-t-on ajouté de jetons dans l'enveloppe ?

Comment trouver le nombre de jetons que l'on a ajoutés ?

$12 + ? = 20$ ou $20 - 12 = ?$

Comment vérifier ?

On ouvre l'enveloppe, il y a 20 jetons dedans.
On enlève les 12 jetons du début.
Il reste les jetons que l'on a ajoutés.
On les compte, il y en a 8.

Quelle opération faut-il donc utiliser ?

Une soustraction: $20 - 12 = 8$

Support projeté et individuel effaçable utilisé de différentes manières pour des activités courtes d'entraînement: identifier la donnée à rechercher dans le cas d'une manipulation concrète, d'un problème lu par l'enseignant ou seul, formuler un énoncé à partir de la représentation schématique.

Avant

Changement

Après

L'opération:

$$25 - 13 = 12$$

I

		Gou P ?
5+0	5+5	P

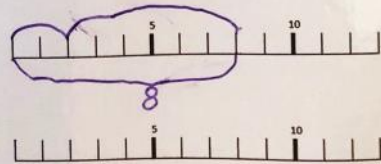
$$5+0 < (5+6)$$

Nos remarques:

- on ne peut pas faire 1 au 6 avec 2 dés
- Si avec 2 dés on fait 12 tout le monde a perdu
- il ne faut pas que tous les joueurs fassent le même nombre
- parfois ça se voit que c'est beaucoup plus grand ou beaucoup plus petit
- parfois il faut calculer
- si une main et un dé ont le même nombre, c'est facile de comparer l'annonce et le lancer

8	
4	4

8	
2	6



- « Voici un petit train de 4 wagons »



- « Je rajoute 2 wagons. »

La question est :

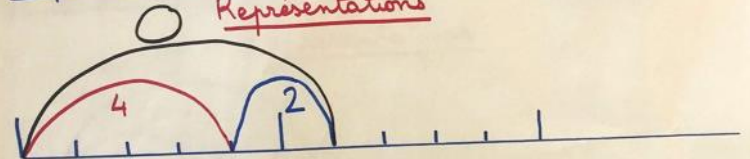
« Combien de wagons a le train maintenant ? »

Analyse du problème

- ① c'est le nombre de wagons du train au début
- ② c'est le nombre de wagons ajoutés

Ce qu'on doit chercher : le nombre de wagons du train complet

Représentations



○	
4	2

Résolution



$$4+2=6$$

Solution

La réponse à la question est :

Le train a maintenant 6 wagons.

Je cherche...

combien il reste

une partie d'une collection

combien ça fait en tout

combien ça fait en tout

combien ça fait pour chacun

combien ça fait de groupes

collections différentes

collections répétées

PARTAGE

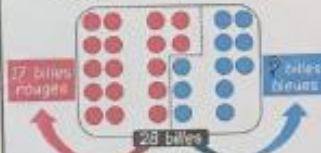
GROUPEMENT

$$25 - 12 = ?$$



Il reste 13 billes.

$$28 - 17 = ?$$



Il y a 11 billes bleues.

$$13 + 12 = ?$$



Il y a 25 billes.

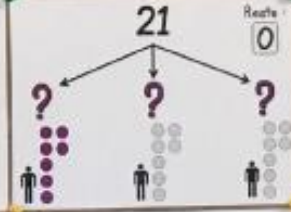
$$5 + 5 + 5 + 5 = ?$$



ou $5 \times 4 = ?$

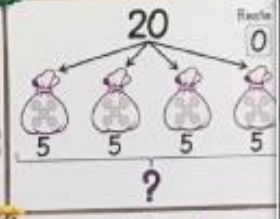
Il y a 20 billes.

$$21$$



Chacun a 7 billes.

$$20$$



On peut faire 4 sacs

➔ SOUSTRACTION

➔ SOUSTRACTION

➔ ADDITION

➔ MULTIPLICATION

➔ DIVISION

➔ DIVISION

A

B

C

D

E

F

→ Construire un lexique des mots inducteurs

Contexte	Transformation positive	Transformation négative
Collection	gagner, ajouter, mettre, recevoir, ramasser	perdre, enlever, prendre, donner, distribuer
Achat, cadeau	gagner, recevoir, acheter	dépenser, offrir, vendre
Prix, mesures, croissance	augmenter, allonger, agrandir, grandir, grossir	diminuer, raccourcir, réduire, rapetisser, maigrir
Piste de jeu, bande numérique	avancer	reculer
Bus, train, parking	monter, entrer	descendre, sortir

Comparaison positive	Comparaison négative
de plus que, en plus	de moins que, en moins

Combinaison
partie/ tout

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



académie
Toulouse



direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



Math  sciences 31

2. Les problèmes pour chercher



POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



Math sciences31

**Analyse des gestes
professionnels
de l'enseignant :**

**retour sur la mise en
œuvre du problème pour
chercher**

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Échanges

Vous avez mis en œuvre ce scénario pour la résolution d'un problème pour chercher « poules lapins », selon vous :

- Quel est l'intérêt de la **phase de recherche individuelle** ? De la phase de recherche en groupes ?
- Comment l'enseignant intervient-il à chacune de ces phases ?
- Quelle différence faites-vous entre **mise en commun et synthèse** ?

académie
Toulouse



direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



MathÉsciences31



Comment mettre en œuvre un problème pour chercher ?




Dévolution du problème

Se représenter ce que l'on cherche.

Re-formulation du problème



5min
Phase de recherche individuelle



15 min
Phase de recherche collective (feuille A3)

Proposer une solution commune au sein du groupe.

Mise en commun
Proposer une stratégie commune

plus qu'une solution commune.

Synthèse (affiche de référence)

Reprise avec d'autres données (différenciation), habillage (canards vaches, même nombre de pattes)

Réinvestissement dans un autre contexte (hiboux, huppés « aigrettes »)



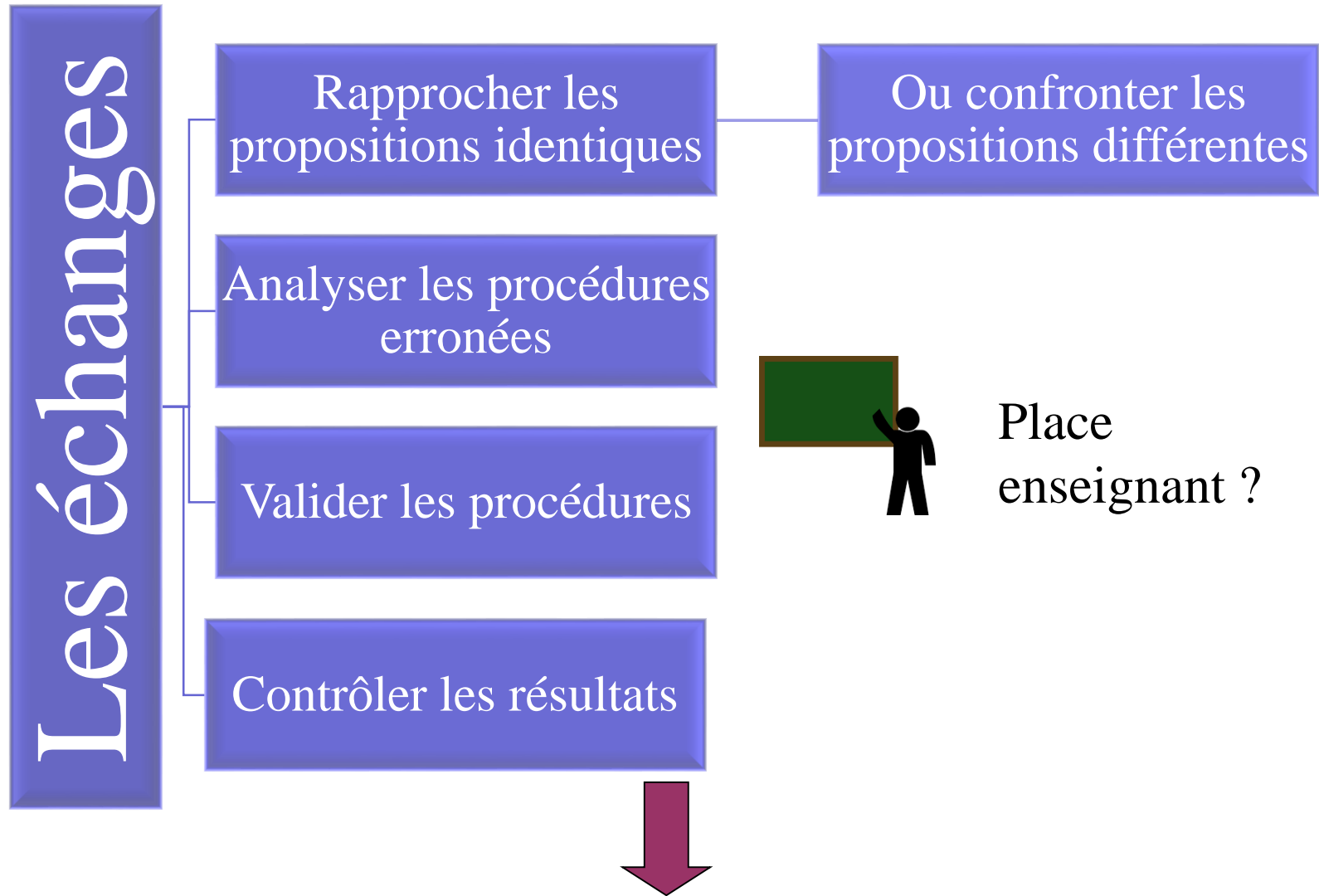
Temps 3

Différenciation ?

Étayage ?

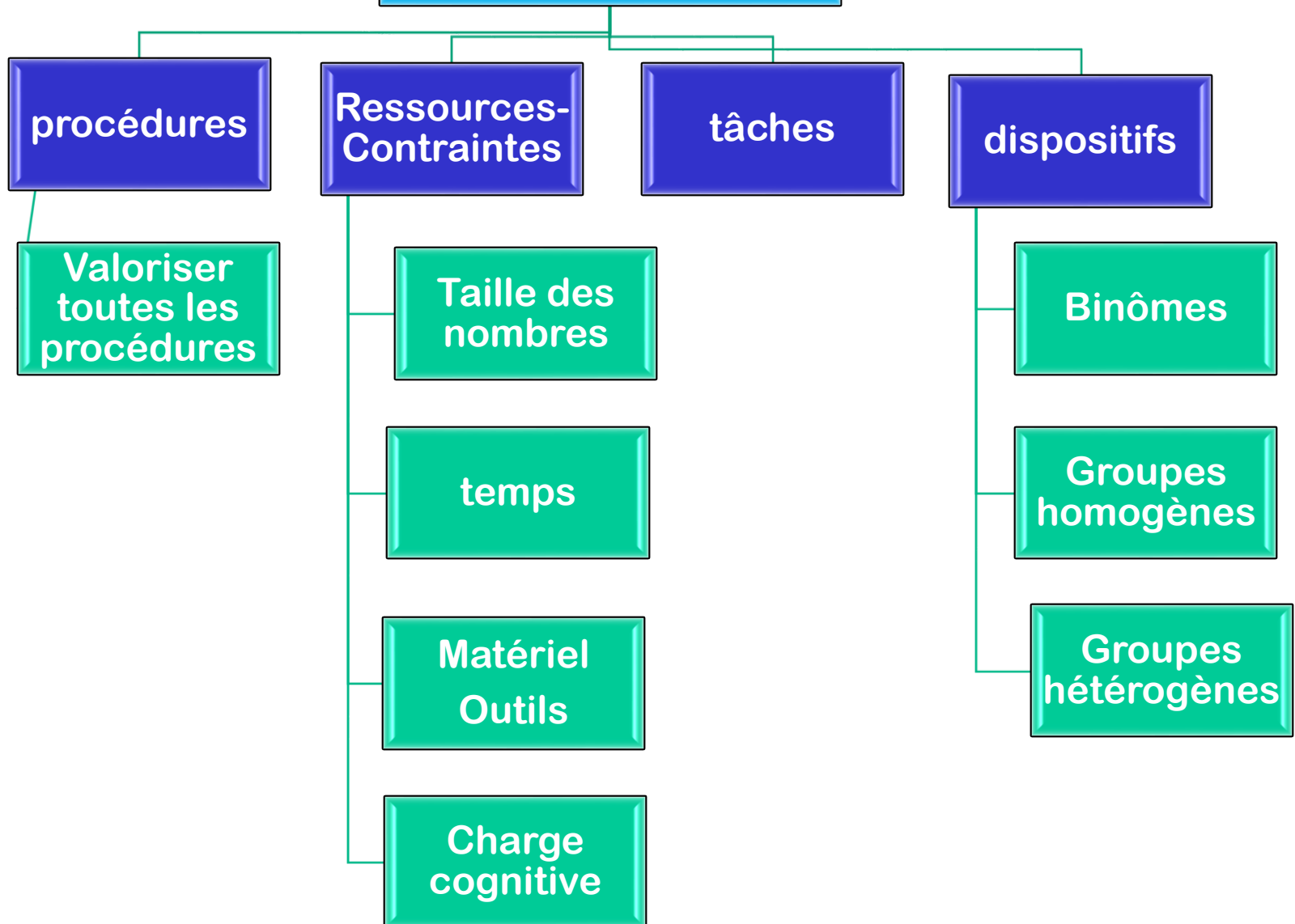
Trace ?

3. Mise en commun



Il s'agit de proposer une stratégie commune de résolution plus qu'une solution commune.

différenciation



Pour la conceptualisation des enseignements

Les cinq focales de R. Goigoux

<http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/nouvelles-professionnalites/formateurs/roland-goigoux-quels-savoirs-pour-les-formateurs>

Régulation

- climat de classe et autorité
 - Retour d'informations (feed back)
- Traitement des erreurs
- Étayage
 - Coopération entraide

Motivation

- Enrôlement et maintien de l'engagement des élèves dans les tâches
- Orientation et maintien de l'attention
- Développement du sentiment de compétences

Planification

Différenciation

Explicitation

- Des buts des tâches, des finalités de l'apprentissage
- Des connaissances, savoirs ou ressources mobilisées
- Des procédures ou stratégies utilisées

- Modalités : tâches similaires ou différentes, étayage variable
- Groupements : collectif, individuel, groupes
- Public homogène, hétérogène

**Types de raisonnement
mis en jeu
et
exemples de problèmes
pour chercher**

1. Résolution par essais et ajustements type 2 équations / 2 inconnues



Poules et lapins

Niveau 3 : Résolution du problème



Un fermier a des poules et des lapins.
En regardant tous les animaux, il voit
25 têtes et 66 pattes.

**Combien le fermier a-t-il de lapins et
combien a-t-il de poules ?**



Poules lapins



Une stratégie envisageable au cycle 2 !

Raisonnement à partir du nombre de pattes
(niveau 3 : 25 têtes et 66 pattes)

Je décompose $66 = 33 + 33$ or problème le nombre est impair
alors je réajuste : $66 = 34 + 32$

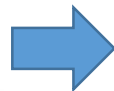
Et je suppose que 34 est le nombre de pattes de tous les lapins

$$\cancel{34 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4} + 2$$

$$32 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$



soit 8 lapins



34 = nombre de pattes de poules

$$34 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 +$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$



soit 17 poules

Soit $8 + 17 = 25$ têtes

► faire des essais successifs en augmentant ou en diminuant le nombre de lapins



Poules lapins, niveau 3 : 25 têtes et 66 pattes



Une stratégie envisageable au cycle 2 !

Raisonnements à partir du nombre de têtes de lapins et de poules (J'essaie...)

(niveau 3 : 25 têtes et 66 pattes)



J'essaie que des **lapins** :

25 lapins ça fait 100 pattes.

C'est trop, il faut que j'ajoute des poules



J'essaie que des **poules** :

25 poules ça fait 50 pattes.

C'est pas assez, il faut que j'ajoute des lapins



J'essaie avec autant de poules que de lapins
(ou je m'en rapproche) :

12 lapins et 13 poules ça fait 74 pattes.

C'est trop, il faut échanger des lapins contre des poules...





Poules et lapins



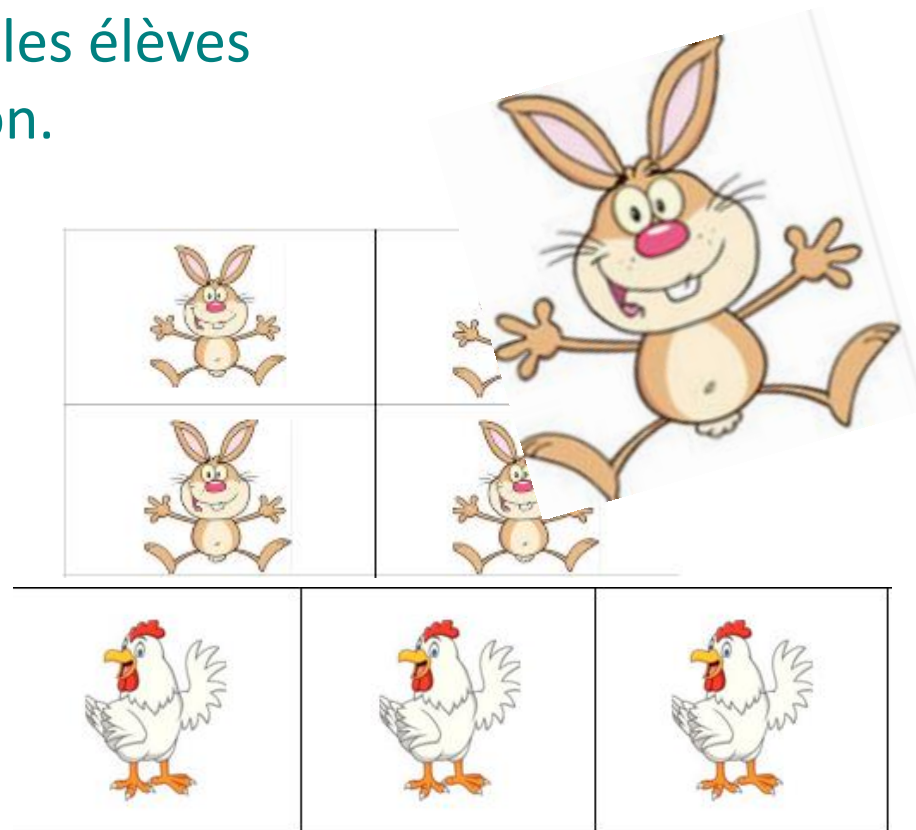
Quelles aides, quel matériel ?

Un énoncé par élève

Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit 5 têtes et 14 pattes.

Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?

Du matériel de manipulation pour les élèves ayant du mal à visualiser la situation.





Poules et lapins

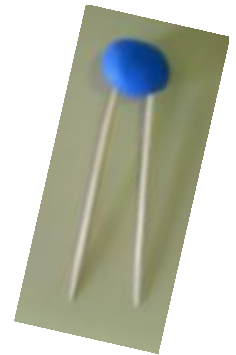
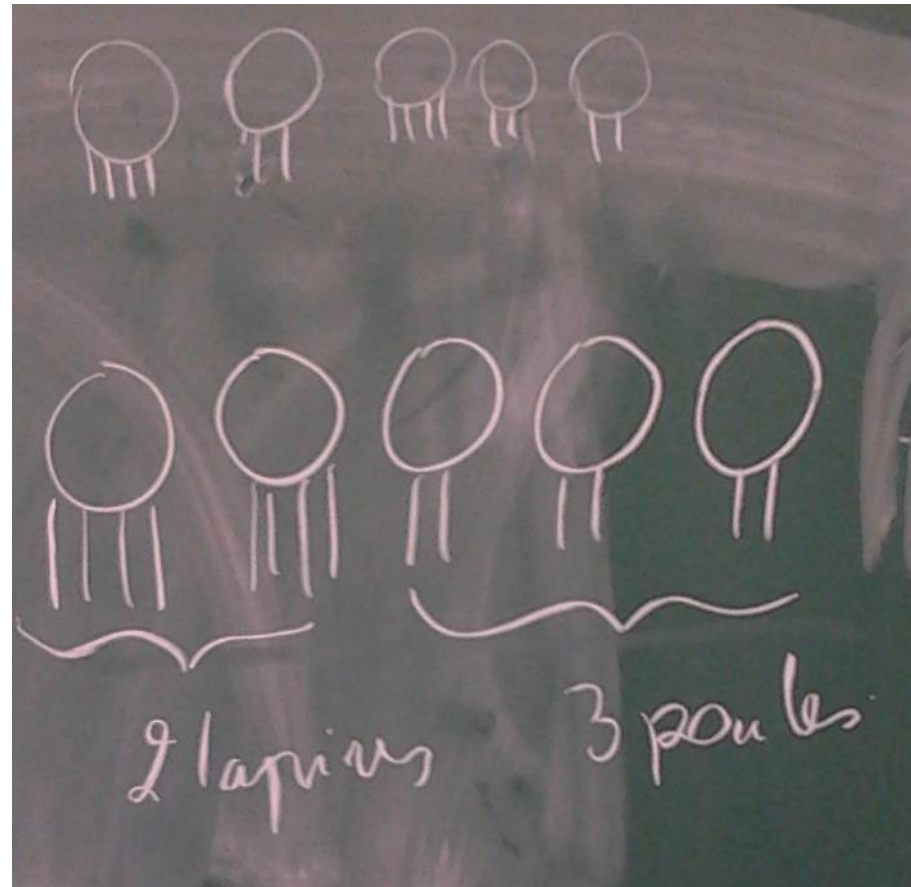


Quelle schématisation ?

1) fixer le nombre de têtes et répartir les pattes

La schématisation se réduit aux infos utiles (têtes/pattes).

Stratégie efficace : mettre deux pattes à chaque tête puis compléter.



Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit **5 têtes** et **14 pattes**. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?

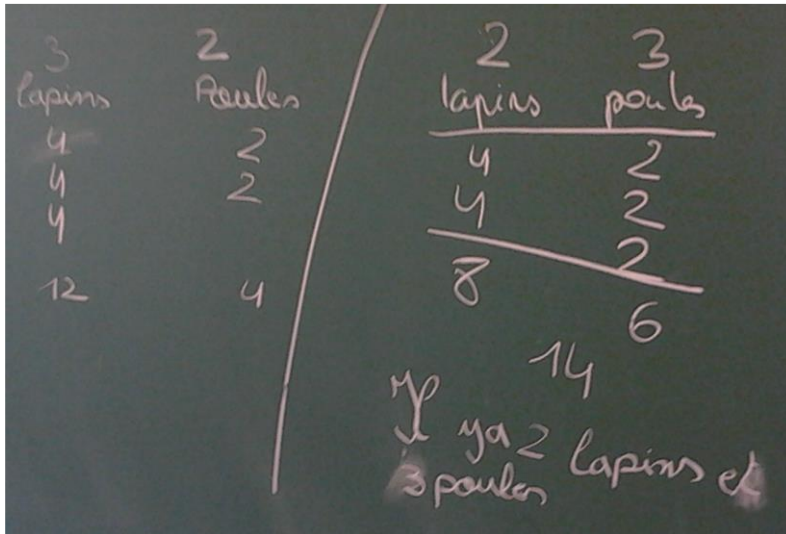


Poules et lapins



1) L'élève peut aussi ranger les données dans un tableau et faire des essais successifs

1) fixer le nombre de têtes et répartir les pattes



5 têtes et 14 pattes.

5 têtes			
Si	alors	d'où	
0 lapin	5 poules	10 pattes	X
1	4	12	X
2	3	14	Oui



Poules et lapins

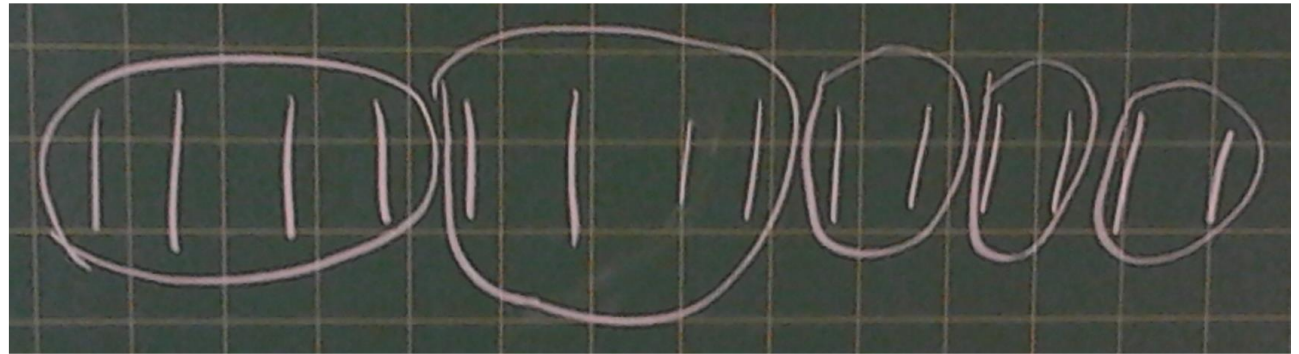


Quelle schématisation ?

2) fixer le nombre de pattes et répartir les têtes

5 têtes et 14 pattes

La schématisation se réduit aux infos utiles (têtes/pattes)



14 pattes			
Si	alors	d'où	
0 lapin	7 poules	7 têtes	X
1	5	6	X
2	3	5	Oui



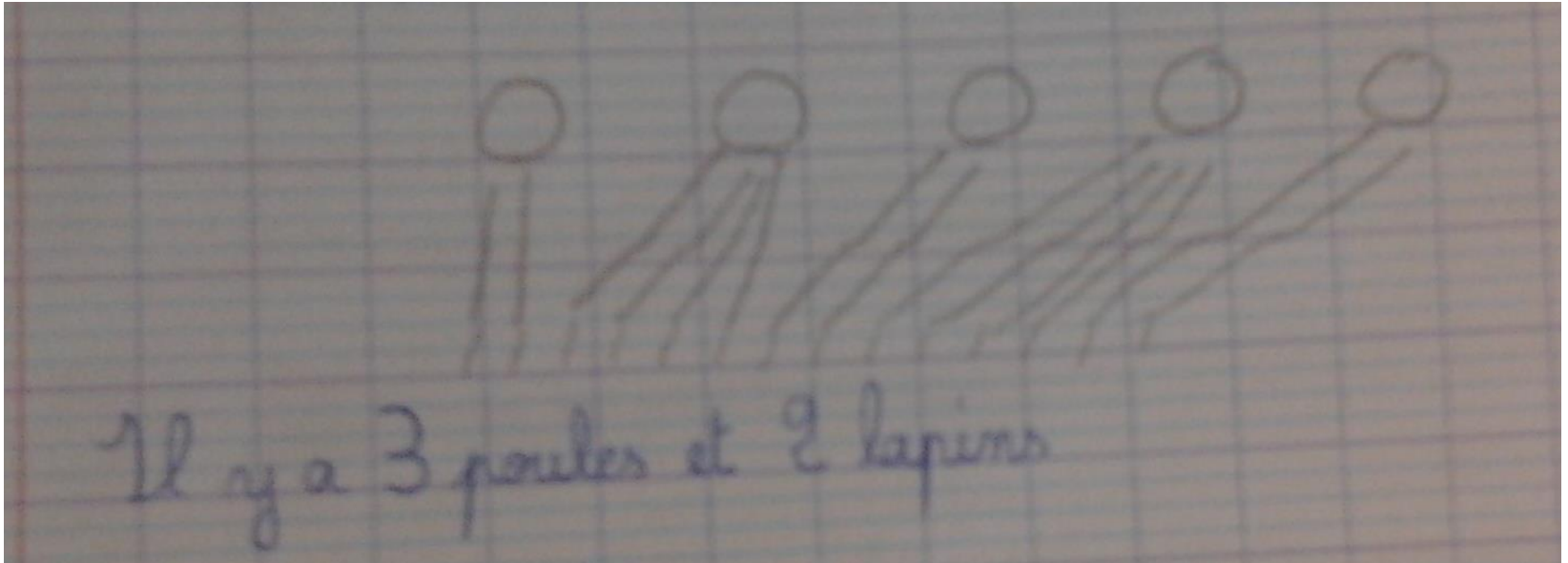
Poules et lapins



Quelle schématisation ?

3) Essayer de faire correspondre nombre de pattes et nombre de têtes

La schématisation se réduit aux infos utiles (têtes/pattes)



Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit **5 têtes** et **14 pattes**. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?



Poules et lapins

Stratégies erronées

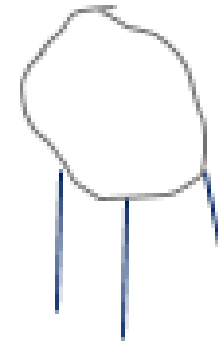


Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit **5 têtes** et **14 pattes**. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien y a-t-il de poules ?

Réponse à partir des données sans prendre en compte les informations implicites des animaux

Invention de « mutants » : pas de prise en compte des deux contraintes

Combien y a-t-il de poules ?
Combien y a-t-il de lapins ?
74 lapins
5 poules.



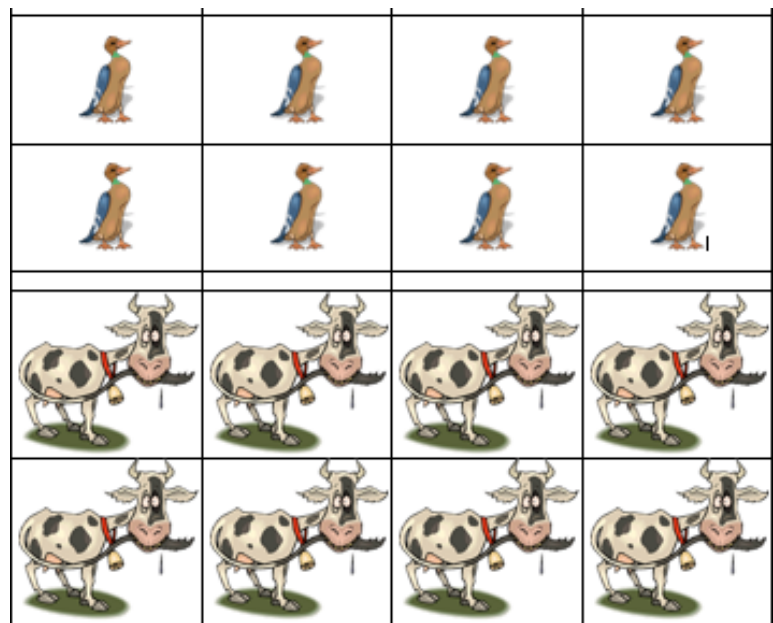


Les animaux de la ferme

Réinvestissement même contexte
(pattes)



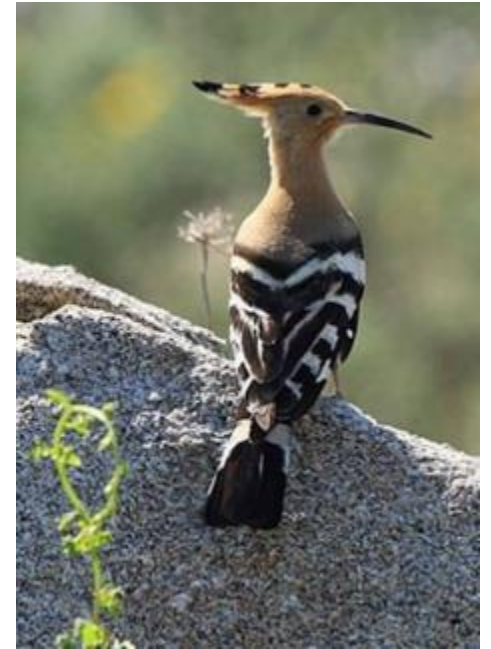
Jean le fermier compte ses vaches et ses canards.
En tout, il trouve 8 animaux et 20 pattes.
Combien a-t-il de vaches et
combien a-t-il de canards ?



Hiboux et huppés

Prolongement

nouveau contexte (aigrettes)



Louna se balade au parc animalier, elle voit des hiboux et des huppés. En tout, elle compte 35 oiseaux et 55 aigrettes.

Combien y a-t-il de hiboux et combien y a-t-il de huppés ?



La tirelire

Prolongement autres contextes

Dans ma tirelire, j'ai 32 pièces de monnaie. Il n'y a que des pièces de 1 euro et de 2 euros. Avec toutes ces pièces, je compte 50 euros.

Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte ?

32 pièces		
Pièce de 1 euros	Pièce de 2 euros	50 !
16	16	48 C'est pas assez mais c'est proche
15	17	49 C'est pas assez de 1 euro
14	18	50

Situation adaptée inspirée de "Rencontres Pédagogiques", n°12, INRP

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



Math **E** sciences 31

3. Programmation et progression



CONSTRUIRE SON ENSEIGNEMENT

- Organiser une progression cohérente sur les deux cycles
 - Un travail d'équipe
 - Cohérence entre une année et la suivante concernant le type de problèmes proposés : partie-tout/comparaison, nombre d'étapes, nombres en jeu, type d'opérations en jeu (addition, soustraction, etc.), niveau des opérations en jeu (avec ou sans retenue, tables utilisées)
 - Harmonisation au sein de l'école ou du réseau concernant les schémas utilisés en classe dans les institutionnalisations et les mises en commun

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



Math sciences 31



Pour les problèmes pour apprendre



Les repères de progression



Année scolaire Cycle 2 -

Sept Oct Nov Déc Janv Fév Mars Avril Mai Juin

CP/P1 : résoudre des problèmes **additifs** / CE1/P1 : résoudre des **problèmes additifs à une ou deux étapes**. CE2/P1 : résoudre des problèmes **additifs et multiplicatifs** portant sur des **nombre plus grands**, ou des problèmes **relevant de plusieurs opérations**.

(exemple de la tablette de chocolat : combien y a-t-il de carreaux dans une tablette de 3 carreaux par 6 ?).

CP/P3 : problèmes **multiplicatifs** **Petits nombres**
Résolution s'appuie sur **une itération d'additions**

CE1/P3 : **problèmes multiplicatifs** [...] utilisant leurs connaissances des **tables de multiplication**

CE1/P4 des problèmes à deux étapes (+ - x)

CP/P4(suite maternelle), des problèmes de **division** sont initiés dans des situations très simples de **partage ou de groupement**.

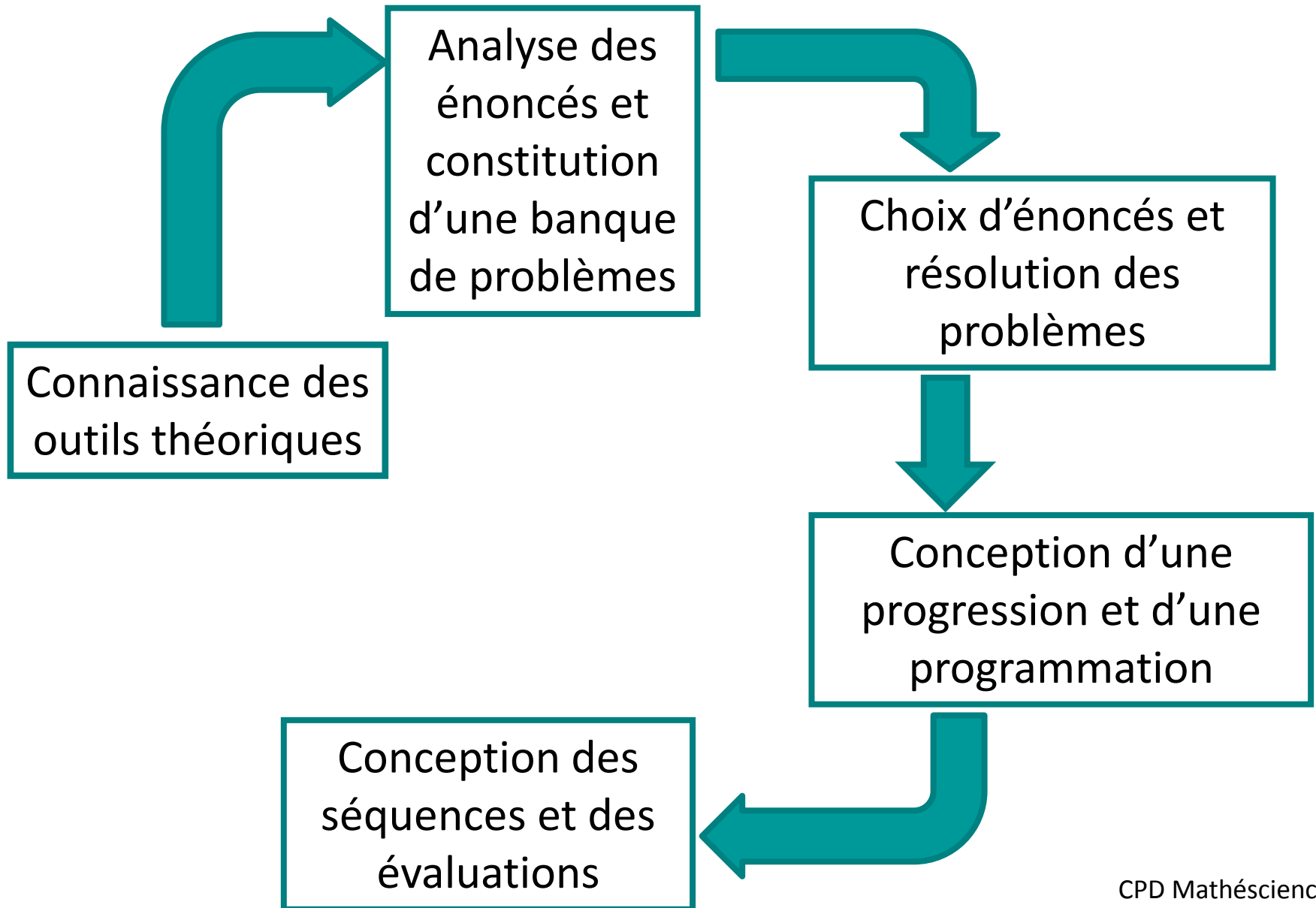
CE1/P4 : étude du **sens de la division** (partage et quotition)

CE2/P1 Consolider l'étude du sens de la **division** par la résolution de deux types de problèmes abordés au CE1 : le **partage** et le **groupement**.

Pour programmer les différents problèmes additifs

Niveau	Période	Types de problèmes
CP	1	Transformation + et recherche de l'état final
	2	Transformation - et recherche de l'état final
	3	Combinaison et recherche du tout Combinaison et recherche d'une partie
	4	Transformation + et recherche de la transformation
	5	Transformation - et recherche de la transformation
CE1	1	Comparaison + et recherche de celui qui est comparé Comparaison - et recherche de celui qui est comparé
	2	Comparaison + et recherche de la comparaison Comparaison - et recherche de la comparaison
	3	Transformation + et recherche de l'état initial
	4	Transformation - et recherche de l'état initial
	5	Comparaison + et recherche du référent Comparaison - et recherche du référent
	1	

La conceptualisation des enseignements



Pour concevoir une séquence

Prévoir :

Des séances longues :

→ Pour la résolution collective d'un problème de référence
(recherche en groupe, mise en commun, trace écrite de référence)

Des séances plus courtes :

→ Pour l'entraînement à la résolution
(avec différenciation)

Des séances très courtes :

→ Pour l'entraînement à la résolution et au calcul mental (rituels)
(problèmes flash, à l'oral, nombres petits, résultat < 20)

Des séances spécifiques sur les énoncés de problèmes :

→ Pour l'entraînement à la compréhension des énoncés
→ Avec résolution

Pour établir une progression au sein d'une même catégorie de problèmes

	recherche de E_2	recherche de C	recherche de E_1
Comparaison positive	E_1 \uparrow $\textcircled{E_2}$ C^+	E_1 \updownarrow E_2 $\textcircled{C^+}$	$\textcircled{E_1}$ \updownarrow E_2 C^+
Comparaison négative	E_1 \uparrow $\textcircled{E_2}$ C^-	E_1 \updownarrow E_2 $\textcircled{C^-}$	$\textcircled{E_1}$ \updownarrow E_2 C^-

1

2

3



Par difficulté croissante ! CPD Mathésciences31

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



Math sciences31



Pour les problèmes pour chercher



Construire une progression & programmation

Quels critères ?



**Les trois types de
raisonnement de
résolution doivent avoir
été rencontrés au cours du
cycle**

- Un problème
- Une reprise
- Un ou plusieurs changements de contexte
- Une évaluation

**Il faut donc veiller à ne
pas être toujours dans le
même type de résolution**

**Dans tous les cycles
depuis le cycle 1,
travailler de façon
spiralaire**

Exemple de progression & programmation au cycle 2

C
P

C
E
1

C
E
2

Périodes	1. Par essais et ajustements	2. Par organisation pour obtenir toutes les possibilités	3. Par organisation des données et recours à la déduction
1	Poules lapins (+ reprise)		
2	Canards vaches		
3	Sortie en mer (+ reprise)		
4	L'anniversaire de Pauline	Tous les nombres à 2 chiffres (+ reprise)	
5			Pipo, Coco et Bill (+ reprise)
6	Hiboux huppés		
7		Tous les nombres avec les chiffres 1 et 2 et 4	Kader et ses amis
8		Les poignées de main	
9	La compote		
10			Loup, chèvre et chou
11		Les costumes du clown	
12		Poules renards vipères	
13	La tirelire		Le code secret
14	Les cartes de Patricia		
15			Tintin

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

4. Synthèse

Les incontournables de l'enseignement de la résolution de problèmes

Construire des références :
Enrichir la mémoire des élèves sur les problèmes

Programmation et progression :
Veiller à travailler l'ensemble des types de problème :

Enseignement explicite sur un temps spécifique

La mise en œuvre diffère selon que les problèmes sont pour apprendre ou pour chercher

Evaluation uniquement des types de problèmes travaillés

Une pratique régulière et fréquente



Enseigner la résolution de problèmes : en 10 points

1. Fréquence
2. Variété
3. Accessibilité des problèmes proposés
4. Différenciation
5. Temps de recherche pour l'élève
6. Temps de parole de l'enseignant
7. Échanges entre élèves à encourager
8. Implication, compréhension : faire créer des problèmes (avec des contraintes)
9. Institutionnalisation par des traces qui seront des références pour l'élève
10. Veiller à ce que les compétences « représenter/modéliser » fassent l'objet d'un enseignement construit (schémas porteurs de sens -Julo)

Bibliographie

- « Une séquence sur les problèmes additifs au cycle 2, le cas des comparaisons de mesures », Floc'h M., Grand N n° 75, PP19 à 30, 2005.
- « Apprentissages numériques et résolution de problèmes - CP », ERMEL, éd. Hatier, 2005.
- « Apprentissages numériques et résolution de problèmes - CE1 », ERMEL, éd. Hatier, 2005.
- « Apprentissages numériques et résolution de problèmes – CE2 », ERMEL, éd. Hatier, 2005.
- « Le nombre au cycle 2 », Mathématiques, Ressources pour faire la classe, SCEREN, 2010.
- « Mathématiques », Documents d'accompagnement des programmes 2002, SCEREN, 2005.
- « Problèmes additifs et soustractifs CP-CE1 », outils pour les cycles, O. Graff, A. Valzan, B. Wozniak, SCEREN, 2009.
- « Situations multiplicatives », outils pour les cycles, O. Graff, B. Wozniak, SCEREN, 2011

Bibliographie

« **Fichier Evariste Ecole** », APMEP, 2006.

« **Problèmes additifs et soustractifs, CP-CE1** », O. Graff, A. Valzan, B. Wozniak, SCEREN, 2009.

« **Situations multiplicatives, Problèmes de multiplication et de division, CE2-CM1-CM2** », O. Graff, B. Wozniak, J.J. Calmelet, SCEREN, 2011.

« **Résolution de problèmes, CE2** », J.L. Caron, RETZ, 2009.