

Manuel et guide du maitre

Nom/collection : Au rythme des maths_Bordas

Période d'introduction des fractions simples en **CM1**.

Description de la situation d'introduction des fractions simples en **CM1**
(sur quelle grandeur : longueur, masse, contenance, durée...)

Nombre de séances consacrées aux fractions simples.

Période d'introduction des fractions décimales en **CM1**

Nombre de séances consacrées aux fractions décimales

Moment de l'introduction de l'écriture à virgule (nombres décimaux) après découverte des fractions décimales (jours ? semaines ? mois ?)

Nombres de séances consacrées à l'écriture à virgule.

Activités de comparaison et de rangement entre fractions ?

Activités de comparaison et de rangement entre décimaux ?

Activités de calcul mental avec fractions et /ou décimaux ?

Si oui, préciser quelle **opération**.

Activités de calcul en ligne avec fractions et décimaux ?

Si oui, préciser quelle **opération**.

Activités de calcul posé avec des nombres à virgules ?

Si oui, préciser quelle **opération**.

Est-ce que des situations de **manipulation** avec du **matériel** (réglettes, balances, blocs géométriques, etc.) sont proposées? Si oui, quel matériel ?

Utilisation de la **demi-droite graduée** pour positionner les fractions ?

Utilisation de la **demi-droite graduée** pour positionner les décimaux ?

Activités de **comparaison** et de **rangement** qui mêlent fractions simples, décimales, écritures à virgule ?

Des **modes de représentation du nombre** sont-ils variés dans le manuel ?

Les modes de représentation du nombre sont-ils **travaillés par les élèves** (des exercices prévus dans le manuel) ?

Différentes écritures coexistent-elles au cours de l'année ?
(ex. : $2,12$; $212/100$; $2 + 12/100$; $2 + 1/10 + 2/100$; etc.)

Année du CM1

P1 P2 P3 P4 P5

___ séances

P1 P2 P3 P4 P5

___ séances

___ séances

___ séances

oui non

oui non

oui non addition multiplication soustraction division

oui non addition multiplication soustraction division

oui non addition multiplication soustraction division

oui non

Année du CM2

P1 P2 P3 P4 P5

3 séances

P1 P2 P3 P4 P5

1 séance

Semaine 3 en janvier séances

4 séances

oui non

oui non

oui non addition multiplication soustraction division

oui non addition multiplication soustraction division

oui non addition multiplication soustraction division

oui non

Recommandations (conférence de consensus de novembre 2015, CNESCO)

- Un formalisme prématuré nuit à la compréhension des nombres ; le **recours à la manipulation et à l'expérimentation** doit s'étendre à l'école élémentaire ;
- Le report de l'enseignement de notions qui apparaissent difficiles aux enseignants (par exemple celui des décimaux qui est souvent reporté à la fin du CM1) et un temps d'enseignement réduit de ces mêmes notions dessert les élèves. Il est recommandé d'aborder très tôt en CM1 l'étude des fractions et des fractions décimales (octobre-novembre) et une utilisation des décimaux et de l'écriture à virgule dès la période 1 du CM2.;
- Mettre en parallèle les différentes formes d'écriture : les travaux en didactique ont montré l'intérêt pour l'apprentissage de disposer de plusieurs façons distinctes de désigner les objets mathématiques comme les nombres, afin d'en faire découvrir plusieurs aspects de manière dialectique (*Douady, 1984*). Il est ainsi préconisé une introduction des décimaux par les fractions décimales mais une entrée rapide dans l'écriture à virgule des nombres décimaux afin de ne pas avoir une période complète de travail sur les fractions décimales avant d'aborder l'écriture à virgule (une ou deux semaines de décalage entre l'introduction des fractions décimales et l'introduction de l'écriture à virgule semble raisonnable). Par contre, il semble essentiel que les fractions décimales ne soient pas juste une entrée, mais soient être présentes tout au long des trois années du cycle en invitant les élèves à passer régulièrement d'une écriture à l'autre en fonction des besoins.

R1 - Les mathématiques doivent être présentées aux élèves comme des outils pour penser, **résoudre des problèmes et faire face à des situations de la vie quotidienne.**

R10 – [...] Varier les situations mathématiques et **les modes de représentation du nombre** permet de prendre en compte la variété des compétences et des styles cognitifs des élèves.

Commentaires : [...] *Des recherches empiriques ont montré que la réussite dans l'apprentissage des décimaux est conditionnée par une bonne connaissance des nombres entiers. Les évaluations nationales renforcent ce constat : elles font apparaître des difficultés sur les décimaux dont on peut penser qu'elles sont le signe d'une construction insuffisante des nombres entiers (par exemple, les réponses erronées « $0,24 > 0,5$ » ou « $0,2 < 0,10$ » indiquent une compréhension incomplète du système décimal et de position).*

R12 – L'étude des fractions précède celle des nombres décimaux, mais doit se limiter aux fractions simples (demi, tiers, quart...) et aux fractions décimales (dixièmes, centièmes...) dans le cas du fractionnement de l'unité.

Commentaires : *Des travaux de recherche en didactique et en psychologie des apprentissages montrent l'utilité de s'appuyer sur les fractions pour donner du sens aux nombres décimaux, mais aussi que le traitement et la compréhension des fractions sont particulièrement difficiles pour les élèves. Dès lors, cet apprentissage ne doit pas être trop ambitieux à l'école primaire. Il sera limité à une maîtrise du fractionnement de l'unité en parts égales sur les fractions simples puis sur les fractions décimales (dixième, centième, ...) permettant la compréhension de la signification des chiffres dans l'écriture à virgule.*

R13 - Le système d'écriture des nombres décimaux est un prolongement de celui des nombres entiers. **L'identification de cette continuité doit être présentée de manière explicite auprès des élèves**, tout en attirant l'attention des élèves sur certaines adaptations nécessaires.

Commentaires : Les principales erreurs des élèves dans l'apprentissage des nombres décimaux sont dues à l'utilisation de règles valables pour les nombres entiers qui deviennent erronées quand elles sont transférées telles quelles aux nombres décimaux.

R14 - Bien qu'il existe des outils informatiques de calcul très performants, **le calcul mental** et **le calcul posé** doivent continuer à occuper une place importante dans l'enseignement des mathématiques.

Commentaires : *Outre le fait que cet apprentissage permet de développer les stratégies efficaces de calcul (par exemple, calculer à partir du plus grand, décomposer en dizaines et unités, transformer la soustraction en addition...), il permet d'approfondir les notions de nombre et d'opération et permet une entrée progressive dans l'abstraction.*

R15 - L'enseignement du calcul avec les nombres entiers et décimaux devrait associer l'apprentissage des techniques opératoires à celui du sens des opérations. Il est important de développer l'intelligence du calcul en lien avec une compréhension profonde de la notion de nombre.

R16 - L'enseignement du calcul, avec les nombres entiers et décimaux, doit permettre la découverte, la compréhension progressive, l'appropriation, puis la mobilisation des **propriétés des opérations.**

Commentaires : *Par exemple, travailler le fait que : $6,7 \times 5 = 5 \times 6,7$ donne plus facilement accès, dans le traitement de $6,7 \times 5$ à des procédures utilisant la décomposition de $6,7$ en $6 + 0,7$. En l'occurrence, $6,7 \times 5 = 5 \times 6,7 = 5 \times (6 + 0,7) = (5 \times 6) + (5 \times 0,7)$.*

Recommandations (document d'accompagnement EDUSCOL : Fractions et nombres décimaux au cycle 3)

Pour que les élèves comprennent pleinement les données numériques exprimées avec des fractions ou sous forme décimale, et puissent mobiliser ces nombres dans la résolution de problèmes, leur première approche doit d'abord s'appuyer sur des activités dans lesquelles le nombre entier montre ses limites ; les activités de calcul, décrochées ou en situation, viennent ensuite appuyer cette construction qui se fait sur toute la durée du cycle 3.

La compréhension et l'appropriation [du système décimal de position] se travaillent à l'aide de décompositions et recompositions, **en s'appuyant notamment sur la manipulation** (plaques, barres, petits cubes « unités »), le dessin, la verbalisation, en privilégiant l'oral avant l'écrit.

Une fois introduites, **les différentes formulations et écritures cohabitent** ; l'introduction de l'écriture à virgule n'entraîne pas la disparition des fractions décimales ; au contraire l'utilisation des fractions décimales contribue à donner du sens aux calculs effectués avec les écritures à virgule. Le **calcul en ligne** permet de faire travailler la variété des écritures et des décompositions d'un nombre. Par exemple : $3,4 + 12,8$ c'est « 3 unités et 12 unités plus 4 dixièmes et 8 dixièmes... » ou « 34 dixièmes plus 128 dixièmes... ».

Les fractions simples sont introduites en début de cycle 3, comme outils pour traiter des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre et pour lesquels un fractionnement de l'unité répond à un besoin. Les élèves se rendent compte qu'un nombre entier d'unités ne suffit pas à exprimer [ces] longueurs. [...] La longueur est exprimée sous la forme d'un nombre entier d'unités et d'une fraction de l'unité.

Lors de l'introduction de la fraction, le concept d'unité n'est pas nécessairement encore stabilisé. Il est donc important de continuer à matérialiser une unité que l'élève puisse manipuler, se représenter et répliquer : un segment, une bande, un rectangle, un disque, etc. **Variation des supports utilisés pour travailler les fractions** contribue ainsi à asseoir la compréhension de la notion abstraite d'unité.

Afin de ne pas induire l'idée qu'une fraction est nécessairement inférieure à 1 et préparer la décomposition des fractions décimales menant à l'écriture à virgule, il est souhaitable de **côtoyer dès le début du cycle 3 des fractions supérieures à 1**.

Le passage du mot à son écriture fractionnaire est une rupture, il doit être géré de manière très graduelle. Jusque-là, pour un élève, un nombre s'écrit avec des chiffres en utilisant le système de numération positionnelle, de gauche à droite. L'écriture d'un nombre sous forme d'une fraction est une nouvelle convention d'écriture dans laquelle les nombres de part et d'autre du trait de fraction ont une signification qu'il convient d'expliquer.

En réinvestissant le travail mené sur les fractions simples, et en s'appuyant sur **la manipulation ou le placement sur une demi-droite graduée**, on travaille des relations telles que « 10 dixièmes = 1 unité », « 1 dixième est dix fois plus petit qu'une unité ».

Il est important de conduire un **travail de longue durée sur des calculs mobilisant des fractions décimales**. Ce travail permet de renforcer la compréhension du lien entre les unités, les dixièmes et les centièmes. Il permet également de donner du sens aux procédures qui seront utilisées ultérieurement pour effectuer des calculs avec des nombres décimaux écrits sous forme de nombres à virgule.

Le passage d'une écriture sous forme de fraction décimale à une écriture à virgule nécessite du temps pour que la signification en soit maîtrisée. **L'usage de l'oral est primordial et doit être sans cesse repris [...] : 2,4 se lira « deux et quatre dixièmes » plutôt que systématiquement « 2 virgule 4 »** ; cette dernière formulation contribue en effet à ce que l'élève conçoive le nombre décimal comme la juxtaposition de deux entiers et son emploi trop souvent exclusif génère de nombreuses erreurs dans les diverses utilisations (comparaison, opérations) des écritures à virgule. Il est de ce fait absolument nécessaire, sur toute la durée du cycle 3, de **varier les formulations et de faire vivre différentes manières de désigner les nombres décimaux**, cette flexibilité à passer d'une formulation à l'autre, ou d'une représentation à l'autre, est essentielle pour accéder à la compréhension des nombres décimaux.