

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

# Enseigner la résolution de problèmes au cycle 2

Temps 3  
Avril 2019

*Equipe de circonscription HG 15*



direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne





## SOMMAIRE

- 1. Retours sur les analyses des manuels scolaires**
- 2. Retours sur les problèmes produits**
- 3. Transformations de problèmes**
- 4. Focus rapide sur les notions de « représentation » et « modélisation » d'un problème**
- 5. Échanges sur les modalités de mise en œuvre des problèmes pour apprendre et de l'activité rituelle sur les différentes représentations d'un nombre**
- 6. La formation en 2019-2020**

# Vos analyses des manuels scolaires - CP - périodes 1 et 2

## Problèmes du champ **ADDITIF**

**Non représentés**

		J' apprends les maths - 2016	Vivre les maths 2016	Mejs 1 <sup>e</sup> mathé - matiques - 2017	J' apprends les maths - 2009	Maths au CP - ACCESS - 2018	MHM 2019
<b>Transformation d'état</b>	Recherche de l'état final						
	Recherche de l'état initial						
	Recherche de la transformation						
<b>Composition de 2 états</b>	Recherche du tout						
	Recherche d'une partie						
<b>Comparaison d'états</b>	Recherche de l'un des états						
	Recherche de la comparaison						
<b>Composition de transformations</b>	Recherche de la transformation composée						
	Recherche de l'une des composantes						

# Vos analyses des manuels scolaires - CP - périodes 1 et 2

## Problèmes du champ **MULTIPLICATIF**

**Non représentés**

		J' apprends les maths - 2016	Vivre les maths 2016	Mes 1 <sup>e</sup> mathématiques - 2017	J' apprends les maths - 2009	Maths au CP - ACCESS - 2018
Comparaison multiplicative N fois plus // N fois moins	Recherche du résultat					
	Recherche du rapport					
Produit Cartésien	Recherche du nombre de couples possibles					
	Recherche du nombre d'un élément					
Configuration rectangulaire	Recherche du tout					
	Recherche d'une partie					
Multiplication	Recherche du nombre total d'éléments					
Division partition	Recherche de la valeur d'une part					
Division quotient	Recherche du nombre de parts					
4 <sup>ème</sup> de proportionnelle	(Sans passage à l'unité)					



# Vos analyses des manuels scolaires – CE1 - périodes 1 et 2

## Problèmes du champ **MULTIPLICATIF**

**Non représentés**

		Vivre les maths 2016	MHM 2018	J' apprends les maths 2016	CapMaths 2016	Résoudre des problèmes 2013	Pour comprendre les maths - 2016	A portée de maths - 2016	
Comparaison multiplicative N fois plus // N fois moins	Recherche du résultat								
	Recherche du rapport								
Proportionnalité	Produit Cartésien	Recherche du nombre de couples possibles							
		Recherche du nombre d'un élément							
	Configuration rectangulaire	Recherche du tout							
		Recherche d'une partie							
	Multiplication	Recherche du nombre total d'éléments							
	Division partition	Recherche de la valeur d'une part							
	Division quotition	Recherche du nombre de parts							
	4 <sup>ème</sup> de proportionnelle	(Sans passage à l'unité)							



# Vos analyses des manuels scolaires – CE2 - périodes 1 et 2

## Problèmes du champ **MULTIPLICATIF**

**Non représentés**

		J' apprends les maths 2016	CapMaths 2016	MHM 2019	Vivre les maths 2016	A portée de maths - 2016	Pour comprendre les maths - 2016		
Comparaison multiplicative N fois plus // N fois moins	Recherche du résultat								
	Recherche du rapport								
Proportionnalité	Produit Cartésien	Recherche du nombre de couples possibles							
		Recherche du nombre d'un élément							
	Configuration rectangulaire	Recherche du tout							
		Recherche d'une partie							
	Multiplication	Recherche du nombre total d'éléments							
	Division partition	Recherche de la valeur d'une part							
	Division quotient	Recherche du nombre de parts							
	4 <sup>ème</sup> de proportionnelle	(Sans passage à l'unité)							

# Vos analyses des manuels scolaires

## Aucun manuel ne satisfait tous les critères.

→ *Nécessité de porter un regard critique sur les ressources professionnelles à disposition pour :*

- ✓ compléter ce qu'elles n'abordent pas du tout ou pas suffisamment ;
- ✓ prendre conscience des éléments du programme qui ne sont pas abordés pendant plusieurs semaines (*« rebrassage » à envisager, planification à concevoir « à côté » de celle suggérée par les auteurs du manuel*) ;
- ✓ faire varier les pratiques qu'elles suggèrent (*via le guide de l'enseignant*) si elles ne correspondent pas aux orientations didactiques actualisées ;
- ✓ s'assurer qu'elles sont cohérentes avec celles utilisées par **l'enseignant** de l'année précédente (*démarches, couverture effective du programme lors de l'année scolaire précédente, etc.*) ;
- ✓ s'assurer qu'elles sont cohérentes avec celles utilisées par les **élèves** l'année précédente (*fichier, manuel, connaissances et compétences acquises en fin d'année scolaire précédente*).

# Les problèmes partagés sur M@gistère

## Une production riche !

Une banque de **plus de 170 problèmes** couvrant de manière assez large la catégorisation proposée par Gérard VERGNAUD a été produite.

Ce sont les problèmes qui ont été déposés sur M@gistère et qui seront mis à disposition, dans un format modifiable, sur le site de circonscription.

→ Travail de concertation et de conception « allégé » !

# Reconnaître les problèmes des champs additif et multiplicatif

## composition d'états

13 élèves sont au portail avec la maîtresse et 8 élèves sont à l'ALAE. Combien y a-t-il d'élèves en tout ?

Noah a 3 bonbons. Loïc en a 8. Combien Noah doit-il prendre de bonbons pour en avoir autant que Loïc ?

## comparaison

On cherche le nombre de salades par rangée. Papi a planté 30 salades. Il a fait 5 rangées.

## Configuration rectangulaire

5 pirates ont trouvé un trésor. Ils vont se partager 30 pièces d'or. Combien de pièces aura chaque pirate ?

## partition / quotient

Madame Dupont donne 25€ à sa fille Chloé. Chloé a maintenant 99€ pour acheter des jeux vidéo. Combien avait-elle dans sa tirelire ?

## transformation

## transformation

On cherche le nombre de pommes que Julie a récoltées. Elle en avait 35 en arrivant dans le verger. Elle est repartie avec 62 pommes.

Pour la chasse aux œufs, maman prépare des sachets de 10 œufs en chocolat. Elle dispose de 70 œufs. Combien de sacs pourra-t-elle réaliser ?

## partition / quotient

La maîtresse demande de réaliser un tableau avec 6 lignes et 3 colonnes. Combien y aura-t-il de cases ?

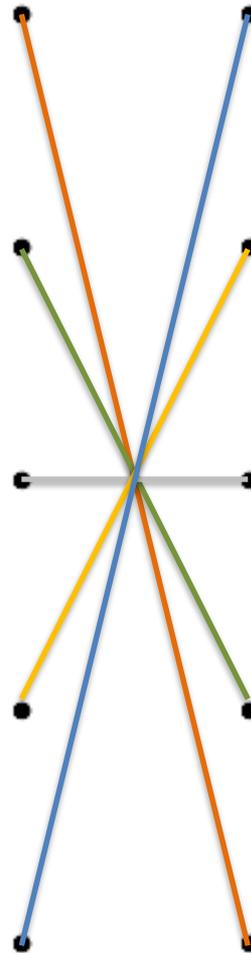
## Configuration rectangulaire

Pierre a 142 timbres de collection. Il en possède 31 de plus que Sophie. Combien Sophie a-t-elle de timbres ?

## comparaison

Dans un paquet de 36 bonbons, il y a 15 réglisses et des guimauves. Quel est le nombre de guimauves ?

## composition d'états



# Reconnaître les problèmes des champs additif et multiplicatif

13 élèves sont au portail avec la maîtresse et 8 élèves sont à l'ALAE.  
Combien y a-t-il d'élèves en tout ?

•

Noah a 3 bonbons. Loïc en a 8.  
Combien Noah doit-il prendre de bonbons pour en avoir autant que Loïc ?

•

On cherche le nombre de salades par rangée.  
Papi a planté 30 salades.  
Il a fait 5 rangées.

•

5 pirates ont trouvé un trésor.  
Ils vont se partager 30 pièces d'or.  
Combien de pièces aura chaque pirate ?

•

Madame Dupont donne 25€ à sa fille Chloé. Chloé a maintenant 99€ pour acheter des jeux vidéo.  
Combien avait-elle dans sa tirelire ?

•

On cherche le nombre de pommes que Julie a récoltées. Elle en avait 35 en arrivant dans le verger.  
Elle est repartie avec 62 pommes.

•

Pour la chasse aux œufs, maman prépare des sachets de 10 œufs en chocolat.  
Elle dispose de 70 œufs.  
Combien de sacs pourra-t-elle réaliser ?

•

La maîtresse demande de réaliser un tableau avec 6 lignes et 3 colonnes.  
Combien y aura-t-il de cases ?

•

Pierre a 142 timbres de collection. Il en possède 31 de plus que Sophie.  
Combien Sophie a-t-elle de timbres ?

•

Dans un paquet de 36 bonbons, il y a 15 réglisses et des guimauves.  
Quel est le nombre de guimauves ?

•

# Problèmes et sens des opérations

## Modèle structuraux

Il existe 3 principaux modèles additifs :

### 1. Changement d'état

On commence par un état initial ; par exemple 4 oiseaux sur une branche.

D'autres oiseaux, par exemple 2, se joignent aux premiers.

Ajouter 2 constitue l'action, la **transformation**, le changement.

On obtient par la suite un état final : 6 oiseaux en tout.

Dans ce cas, il s'agit d'un scénario **dynamique**.

Ce modèle s'appelle aussi, dans certaines méthodes, « *avant-après* ».

### 2. Composition d'états

Les deux séries d'oiseaux sont présentes dès le début ; par exemple 4 oiseaux blancs et 2 oiseaux gris. Comme dans le premier cas, les **parties** sont réunies pour former un **tout** plus grand. Ce cas implique une observation **statique** ; le nombre d'oiseaux n'a pas changé depuis le début.

Dans certaines méthodes, ce modèle s'appelle « *partie-tout* ».

### 3. Comparaison d'états

On compare deux quantités et on cherche soit une quantité, soit la différence entre les deux. Ce modèle plus exigeant est introduit plus tard, une fois que les notions de « **plus que** » et « **moins que** » sont bien maîtrisées.

# Exemples de mise en œuvre dans la classe

## 1. Changement d'état

Les élèves travaillent en binômes. Chaque binôme reçoit dix jetons.

Un élève reçoit une carte-nombre sur laquelle est écrit un nombre compris entre 5 et 10. L'autre élève reçoit une carte-nombre avec un nombre compris entre 0 et 5.

Celui qui a le plus grand nombre, doit aligner le nombre correspondant de jetons sur la table. L'autre doit ensuite enlever autant de jetons que son nombre.

Les élèves sont invités à se concentrer sur leur stratégie pour deviner combien il va rester de jetons et le résultat obtenu en enlevant les jetons validera l'hypothèse.

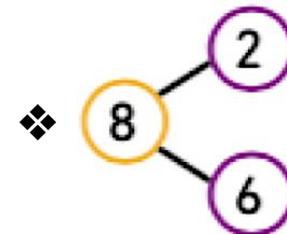
Chaque binôme partage ses idées avec la classe lors d'une mise en commun.

Les différentes stratégies mises en œuvre sont notées sur une affiche : « compter à rebours », etc.

**Point de vigilance** : Ne pas anticiper l'utilisation du symbole « - » !

Les différentes soustractions seront notées sous la forme :

❖ J'enlève 2 de 8 et j'obtiens 6.



# Exemples de mise en œuvre dans la classe

## 2. Composition d'états

Les élèves travaillent en binômes. Ils doivent trouver une combinaison secrète.

Chaque binôme reçoit 10 jetons, 5 bleus et 5 rouges, qu'ils devront aligner sur la table pour former cette combinaison.

Un élève reçoit une carte-nombre sur laquelle est écrit un nombre compris entre 5 et 10. Il est informé qu'il s'agit du nombre total de jetons.

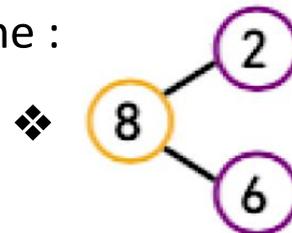
L'autre élève reçoit une carte-nombre sur laquelle est écrit un nombre compris entre 0 et 5. Il est informé qu'il s'agit du nombre de jetons bleus.

Les deux élèves doivent mettre leurs informations en commun pour trouver la combinaison secrète.

Ils sont invités à se concentrer sur leur stratégie pour deviner le nombre de jetons rouges qu'ils doivent poser pour compléter les jetons bleus.

Les différentes soustractions seront notées sous la forme :

- ❖ Si le tout fait 8 et qu'une partie fait 2, alors l'autre partie fait 6.



# Problèmes et sens des opérations du champ additif

L'addition et la soustraction sont deux concepts fondamentaux des mathématiques, dont on trouve des applications dans de nombreuses situations et de nombreux domaines (*y compris en dehors des mathématiques*).

La soustraction est une opération très riche dans la mesure ou elle s'utilise dans des contextes variés, avec différents sens.

✓ **le sens « retrancher » :**

J'ai 5 fraises. J'en mange 2. Combien m'en reste-t-il ?

✓ **le sens « décomposer » :**

J'ai 5 livres. 2 sont rouges, les autres sont bleus. Combien y a-t-il de livres bleus ?

✓ **le sens « comparer » :**

J'ai 7 stylos. Ma sœur en a 9. Combien en ai-je de moins qu'elle ? (*congruence*)

J'ai 7 stylos. Ma sœur en a 9. Combien en a-t-elle de plus que moi ? (*congruence*)

Le premier sens est le plus facilement accessible aux élèves. C'est avec lui que la soustraction est introduite. Les deux autres sens sont introduits plus tard dans la progression.

# Transformer des problèmes existants

Lorsqu'on ne dispose pas d'énoncé pour une catégorie de problèmes, on peut transformer un problème existant.

**Et ce n'est pas toujours facile...**

**Exemple n°1 :** Problèmes de comparaison d'états  
avec recherche de la comparaison

Dans l'école La Fontaine, il y a 111 élèves.

Dans l'école Jules Ferry, il y en a 257.

Combien y en a-t-il de plus dans l'école Jules Ferry ?

Réécrire cet énoncé pour qu'il devienne un problème de **comparaison** avec recherche de l'un des états.

## **Exemple n°1 :** Problèmes de comparaison d'états avec recherche de l'un des états

**Ci-dessous les énoncés de problèmes produits en groupes lors de la formation :**

Dans l'école La Fontaine il y a 111 élèves.  
Il y en a 146 de plus dans l'école Jules Ferry.  
Combien y en a-t-il d'élèves dans l'école Jules Ferry ?

À l'école La Fontaine il y a 111 élèves.  
Dans l'école Jules Ferry, il y a 146 élèves de plus.  
Quel est le nombre d'élèves dans l'école Jules Ferry ?

Dans l'école La Fontaine il y a 111 élèves.  
C'est 146 de moins que dans l'école Jules Ferry.  
Combien y en a-t-il d'élèves dans l'école Jules Ferry ?

On cherche le nombre d'élève dans l'école Jules Ferry.  
Il y en a 146 de plus que dans l'école La Fontaine.  
On sait que l'école La Fontaine accueille 111 élèves.

## **Exemple n°1 :** Problèmes de comparaison d'états avec recherche de l'un des états

Dans l'école Jules Ferry, il y a 257 élèves.  
C'est 146 de plus que l'école La Fontaine.  
Quel est le nombre d'élèves dans l'école La Fontaine ?

A l'école de la Fontaine, il y a 111 élèves.  
Il y en a 146 de moins qu'à l'école Jules Ferry.  
Combien y en a-t-il à l'école Jules Ferry ?

Dans l'école Jules Ferry, il y a 257 élèves.  
L'école La Fontaine compte 146 élèves de moins.  
Quel est le nombre d'élèves dans l'école La Fontaine ?

Dans l'école Jules Ferry, il y a 257 élèves.  
Il y en a 146 de moins qu'à l'école La Fontaine.  
Combien y a-t-il d'élèves à l'école La Fontaine ?

Je dois trouver le nombre d'élève dans l'école Jules Ferry.  
Il y a 111 élèves à l'école La Fontaine.  
Il y en a 146 de plus à l'école Jules Ferry.

**Exemple n°1 :** *Confusion avec les Problèmes de composition*  
avec recherche de l'une des parties

368 élèves sont répartis dans les deux écoles.  
On sait que 257 élèves sont à l'école Jules Ferry.  
Quel est l'effectif de l'école La Fontaine ?

A Fonsorbes, il y a 2 écoles.  
L'école La Fontaine compte 111 élèves. Il y a 368 élèves en tout à Fonsorbes.  
Quel est le nombre d'élèves dans l'école Jules Ferry ?

Dans ma ville, il y a 368 élèves.  
257 élèves vont à l'école Jules Ferry.  
Combien d'élèves vont à l'école La Fontaine ?

On cherche le nombre d'élèves de l'école La Fontaine.  
Il y a 368 élèves dans la commune. 257 élèves fréquentent l'école Jules Ferry.

Dans la ville voisine, il y a 368 élèves.  
Ils sont répartis entre 2 écoles, l'école Jules Ferry et l'école la Fontaine.  
L'école la Fontaine compte 111 élèves.  
Quel est le nombre d'élèves de l'école Jules Ferry ?

# Transformer des problèmes existants

Lorsqu'on ne dispose pas d'énoncé pour une catégorie de problèmes, on peut transformer un problème existant.

**Pas si simple !**

Entraînement collectif sur 2 exemples.

**Exemple n°2 :** Problème du champ multiplicatif  
Problème de division quotient

On cherche le nombre de sachets que Léa peut réaliser.  
Elle dispose de 35 bonbons.  
Chaque sachet contient 5 bonbons.

Réécrire cet énoncé pour qu'il devienne un problème de **division**  
**partition** ou un problème de **multiplication**.

## Exemple n°2 : Problèmes de multiplication avec recherche du tout

Ci-dessous les énoncés de problèmes produits en groupes lors de la formation :

Léa a confectionné/réalisé 7 sachets de 5 bonbons.  
Combien de bonbons a-t-elle utilisés ?

On cherche le nombre de bonbons dont Léa dispose.  
Elle a rempli 7 sachets.  
Chaque sachet contient 5 bonbons.

Léa a rempli 7 sachets avec chacun 5 bonbons.  
Combien de bonbons a-t-elle répartis ?

Je dois trouver le nombre de bonbons que Léa a.  
Elle a 7 sachets de 5 bonbons.

On cherche le nombre de bonbons que Léa possède en tout.  
Elle a acheté 7 sachets contenant 5 bonbons chacun.

## Exemple n°2 : Problèmes de comparaison d'états avec recherche de l'un des états

Léa met 5 bonbons dans 7 sachets.  
De combien de bonbons dispose-t-elle ?

Léa a 35 bonbons.  
Elle les répartit équitablement en 7 sachets.  
Combien de bonbons met-elle par sachet ?

On cherche le nombre de bonbons que Léa place dans chaque sachet.  
Elle a 35 bonbons et 7 sachets identiques

On cherche le nombre de bonbons par sachet.  
Léa a 35 bonbons et 7 sachets.  
Les sachets contiennent le même nombre de bonbons.

Léa a 35 bonbons. Elle veut les partager en 7 sachets identiques.  
Quel nombre de bonbons peut-elle mettre dans chaque sachet ?

On cherche le nombre de bonbons que Léa pourra mettre dans chaque sachet.  
Elle dispose de 35 bonbons à répartir équitablement dans 7 sachets.

## **Exemple n°2 :** Problèmes de comparaison d'états avec recherche de l'un des états

Léa a 35 bonbons qu'elle répartit dans 7 sachets. Tous les sachets contiennent le même nombre de bonbons.  
Combien de bonbons y a-t-il dans un sachet ?

Léa a 35 bonbons.  
Elle veut remplir 7 sachets pour l'anniversaire de son frère.  
Combien y aura-t-il de bonbons dans chaque sachet ?

On cherche le nombre de bonbons à mettre dans chacun des 7 sachets.  
On dispose de 35 bonbons.

# Focus rapide sur les notions de « représentation » et de « modélisation »

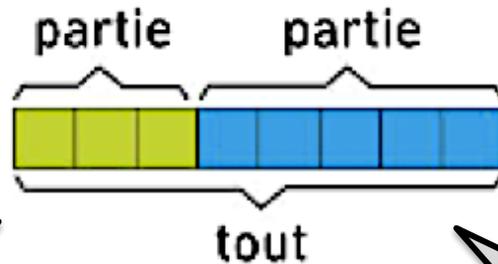
Ce qu'en disent les **programmes actualisés** : partie « nombres et calculs »

**Au cycle 2**, la résolution de problèmes est au **centre de l'activité mathématique des élèves**, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de **consolider des acquisitions**, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment « Questionner le monde », ce qui contribue à renforcer le lien entre les mathématiques et les autres disciplines.

**La composante écrite de l'activité mathématique devient essentielle.** Ces écrits sont d'abord des **écritures et représentations produites en situation** par les élèves eux-mêmes **qui évoluent progressivement** avec l'aide du professeur vers des formes conventionnelles institutionnalisées dans les cahiers par des traces écrites qui ont valeur de **référence**.

L'introduction et l'utilisation des **symboles mathématiques (modélisation)** sont réalisées **au fur et à mesure qu'ils prennent sens** dans des situations basées sur des **manipulations**, en relation avec le **vocabulaire** utilisé, assurant **une entrée progressive dans l'abstraction**.

# Focus rapide sur les notions de « représentation » et de « modélisation »

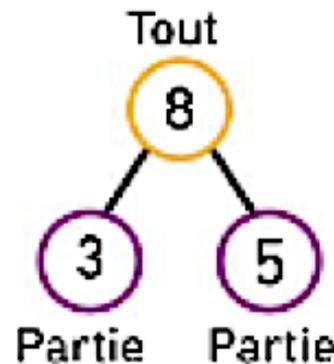


On additionne les parties pour trouver le tout.

$$3 + 5 = 8$$

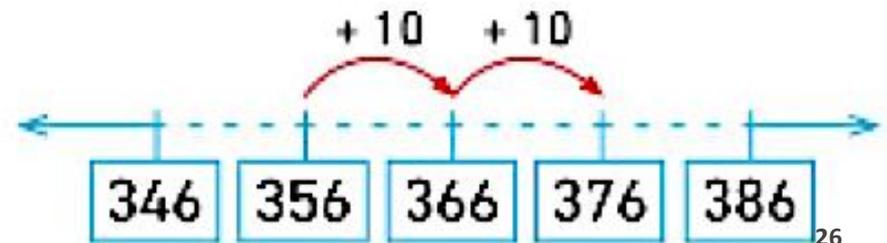
On soustrait une partie du tout pour trouver l'autre partie.

$$8 - 5 = 3$$



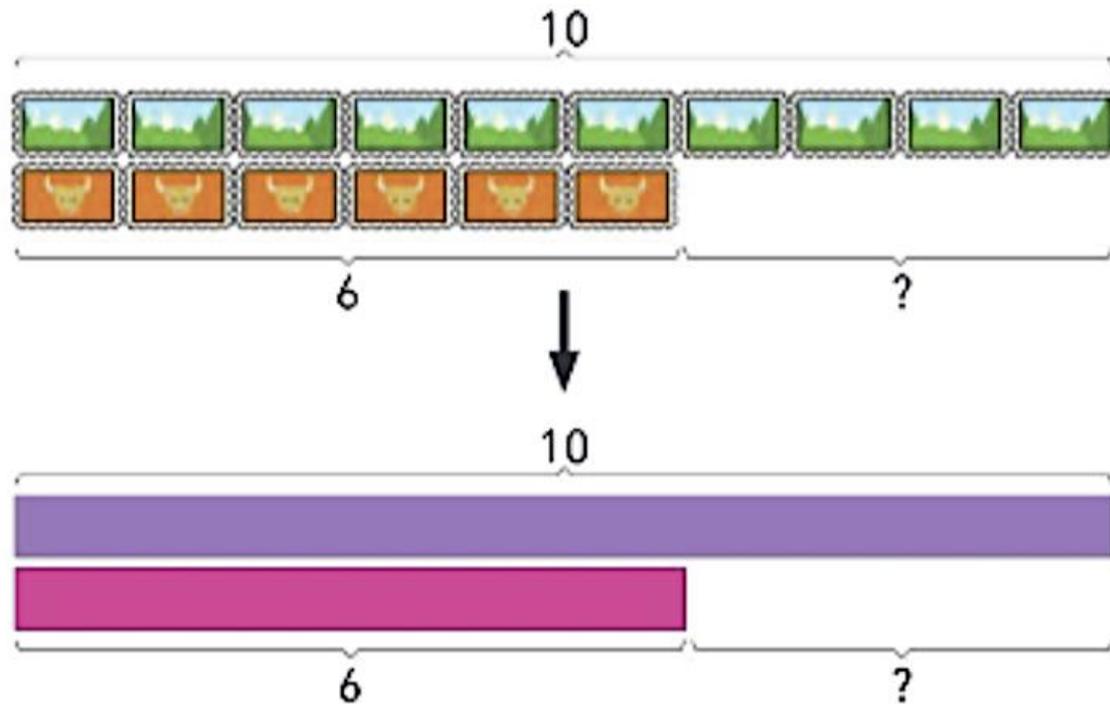
On utilise la bande numérique pour additionner ou soustraire.

$$356 + 20 = 376$$



# Focus rapide sur les notions de « représentation » et de « modélisation »

D'une représentation « figurative » à une représentation « schématique »...



$$10 - 6 = \square$$

La différence entre 10 et 6 est

... vers la modélisation.

# Focus rapide sur les notions de « représentation » et de « modélisation »

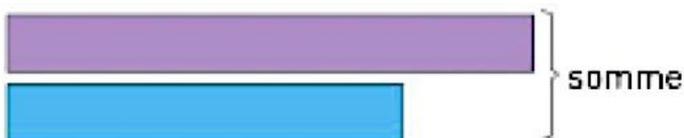
Pour résoudre des problèmes...

**1<sup>e</sup> étape** : Je lis et je comprends le problème.

**2<sup>e</sup> étape** : Je fais un plan et je résous le problème.  
Je peux m'aider d'un modèle en barres.

**3<sup>e</sup> étape** : Je vérifie ma réponse.

On additionne pour trouver la **somme**.

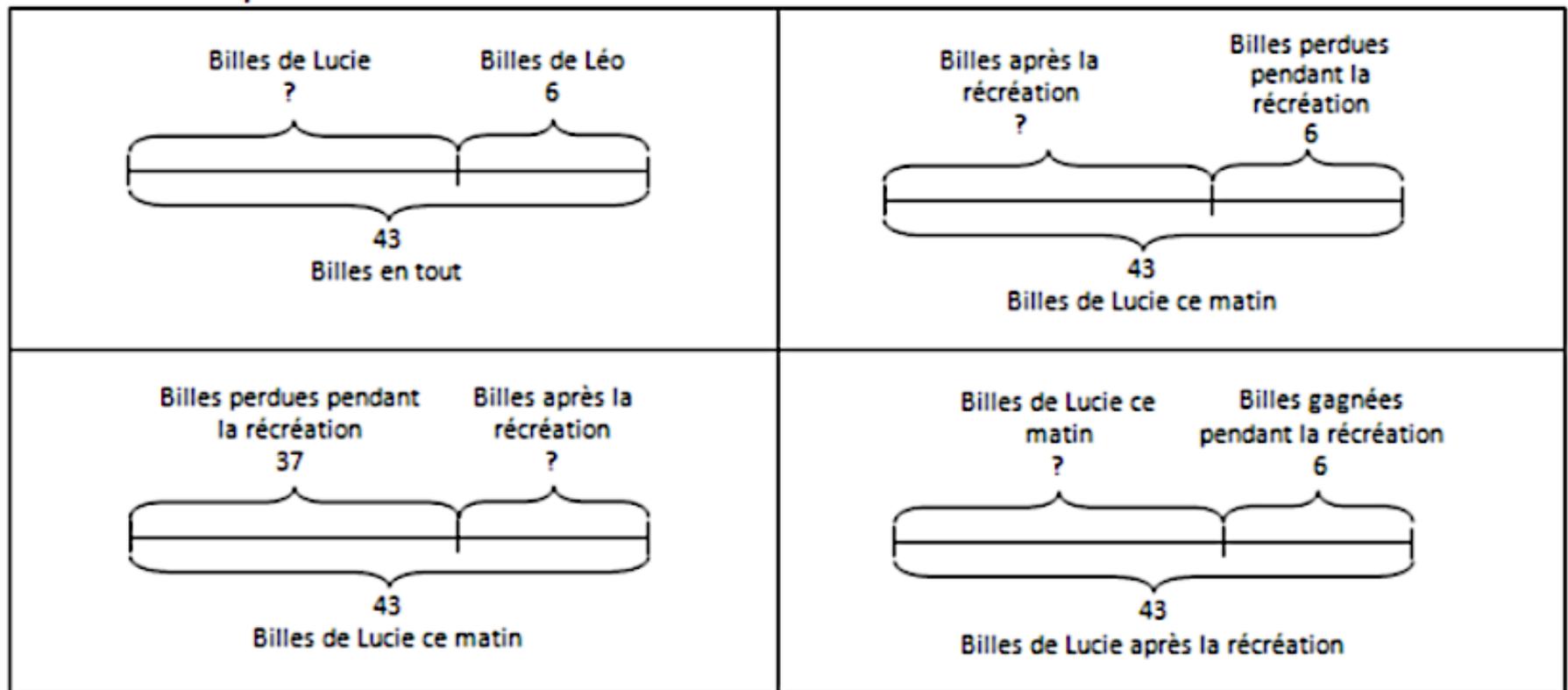


On soustrait pour trouver la **différence**.



# Focus rapide sur les notions de « représentation » et de « modélisation »

Dans la note de service d'avril 2018...



# Focus rapide sur les notions de « représentation » et de « modélisation »

Dans la note de service d'avril 2018...

La formalisation de ces exemples-types doit être l'occasion **d'introduire des représentations**, sous forme de **schémas** bien adaptés, permettant la **modélisation** des problèmes proposés.

Ces représentations sont systématiquement utilisées lors des résolutions de problèmes menées face à la classe, **afin de servir de référence aux élèves**.

Elles ne sont bien sûr **jamais rendues obligatoires** (*en particulier pour les élèves en réussite qui n'en ont pas besoin*), mais **doivent servir de point d'appui**, lors des séances d'enseignement, avec **les élèves rencontrant des difficultés lors de la résolution d'un problème**.

# Focus rapide sur les notions de « représentation » et de « modélisation »

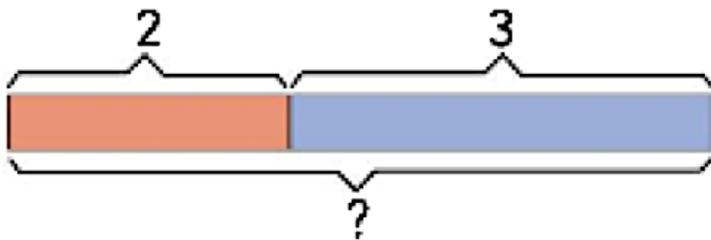
Dans la note de service d'avril 2018...

L'objectif n'est pas d'établir un catalogue détaillé de typologies de problèmes pouvant exister, dont l'usage serait inopérant pour les élèves, mais au contraire de **réunir les problèmes dans des catégories aussi larges que possible en faisant des analogies, par exemple, entre les problèmes pouvant s'appuyer sur les mêmes représentations.**

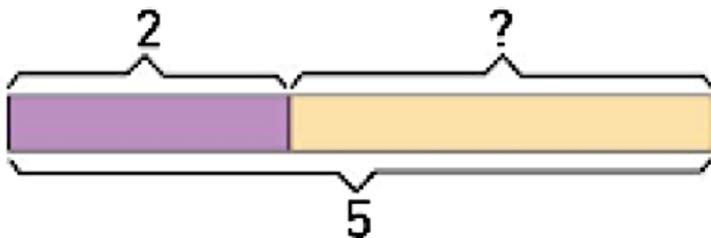
# Focus rapide sur les notions de « représentation » et de « modélisation »

## L'utilisation d'un schéma pour résoudre un problème

### ✓ Schéma partie-tout



$$\begin{array}{ccccccc} \mathbf{2} & + & \mathbf{3} & = & \mathbf{?} \\ \text{partie} & & \text{partie} & & \text{tout} \end{array}$$

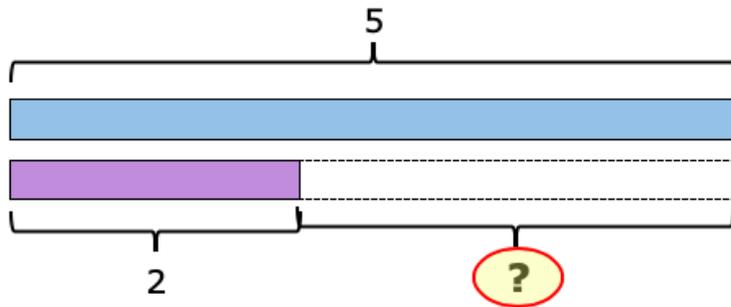


$$\begin{array}{ccccccc} \mathbf{5} & - & \mathbf{2} & = & \mathbf{?} \\ \text{tout} & & \text{partie} & & \text{partie} \end{array}$$

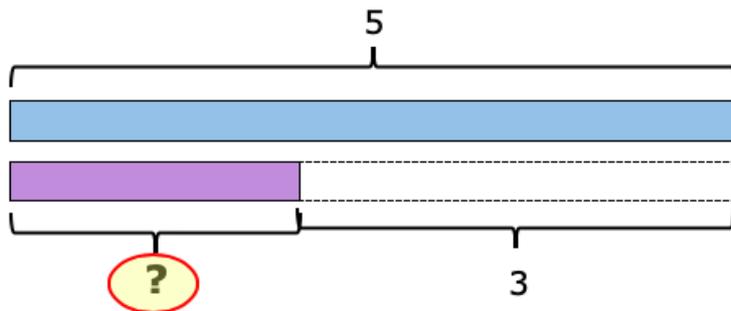
# Focus rapide sur les notions de « représentation » et de « modélisation »

## L'utilisation d'un schéma pour résoudre un problème

### ✓ Schéma de comparaison

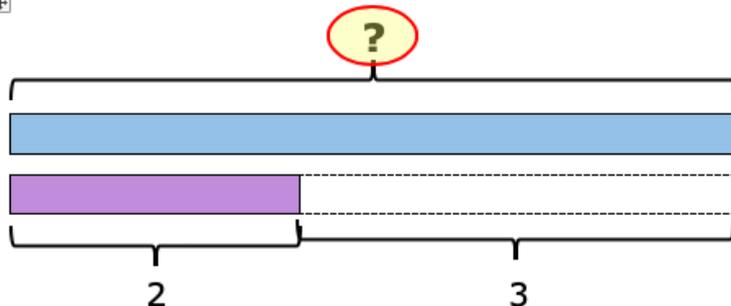


$$\begin{array}{r} 5 \\ \text{plus grande} \\ \text{partie} \end{array} - \begin{array}{r} 2 \\ \text{plus petite} \\ \text{partie} \end{array} = \begin{array}{c} \text{?} \\ \text{différence} \end{array}$$

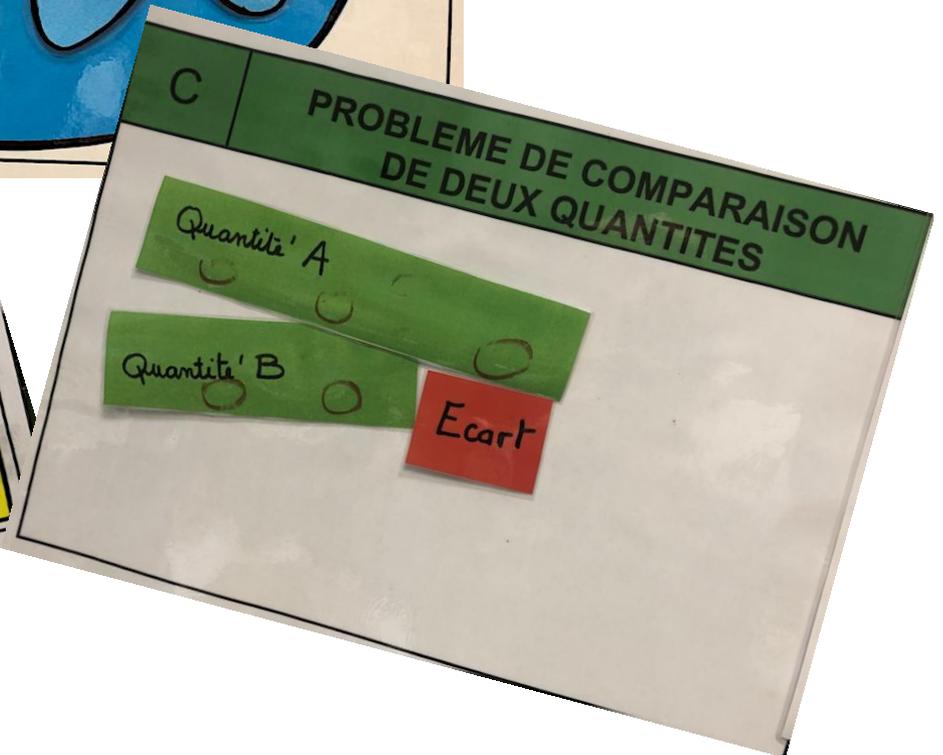
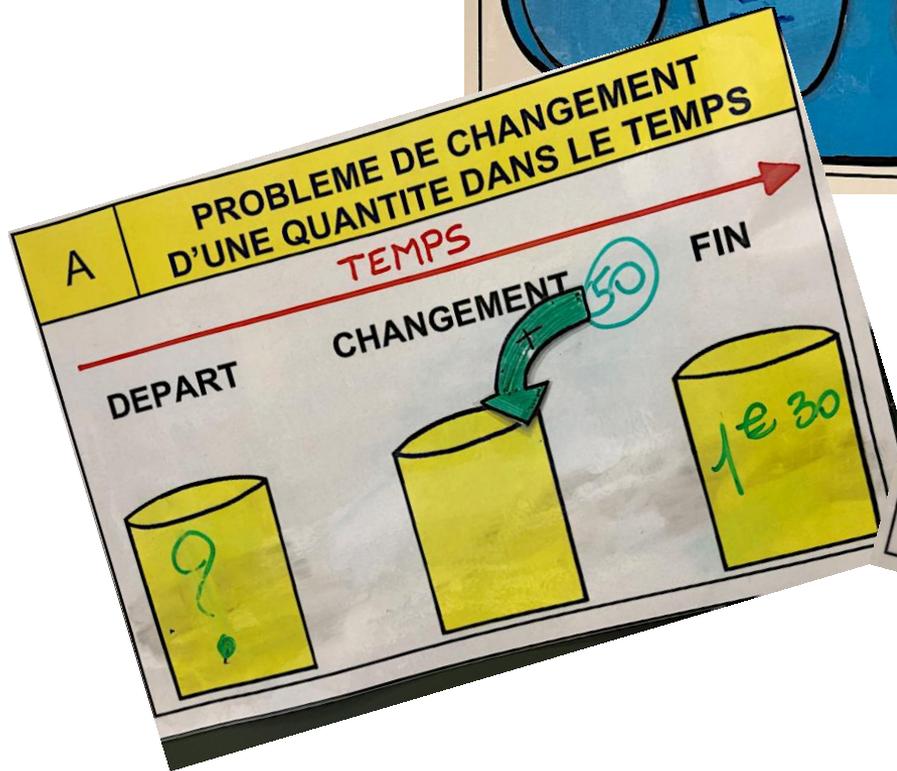
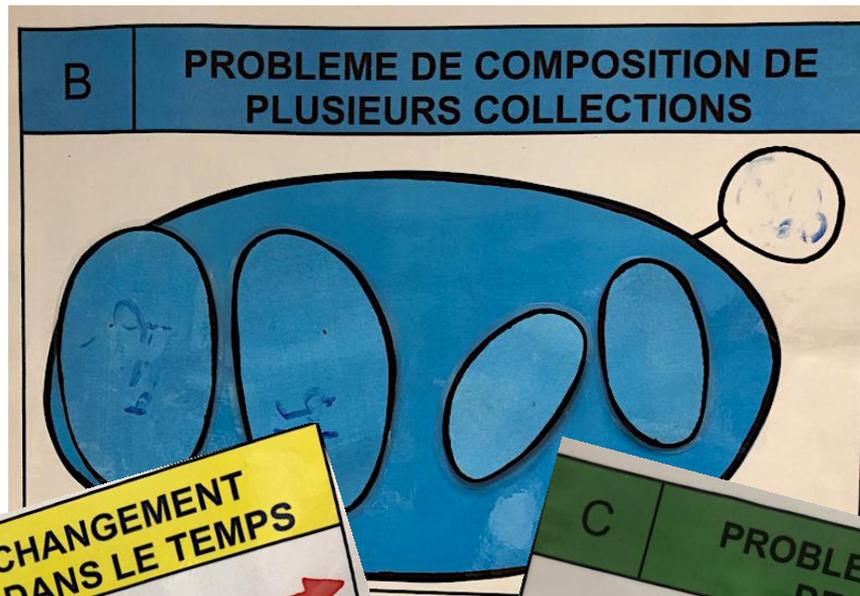


$$\begin{array}{r} 5 \\ \text{plus grande} \\ \text{partie} \end{array} - \begin{array}{r} 3 \\ \text{différence} \end{array} = \begin{array}{c} \text{?} \\ \text{plus petite} \\ \text{partie} \end{array}$$

⊕



$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{plus petite} \\ \text{partie} \end{array} + \begin{array}{r} 3 \\ \text{différence} \end{array} = \begin{array}{c} \text{?} \\ \text{plus grande} \\ \text{partie} \end{array}$$



# Je cherche...

combien il reste

une partie d'une collection

combien ça fait en tout

combien ça fait en tout

combien ça fait pour chacun

combien ça fait de groupes

collections différentes

collections répétées

PARTAGE

GROUPEMENT

Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12. Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?

Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et les autres sont bleues. Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?

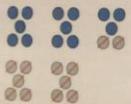
Emma a gagné 13 billes à la récréation du matin et 12 billes l'après-midi. Combien a-t-elle gagné de billes dans la journée ?

Aline a gagné 4 sacs de 5 billes. Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?

Arthur a 21 billes. Il les partage avec Paul et Léa. Combien chacun aura-t-il de billes ?

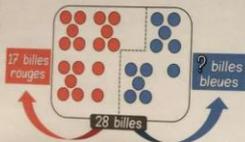
Paul a 20 billes. Pour les offrir à ses amis, il a rempli plusieurs sacs de 5 billes. Combien a-t-il fait de sacs ?

$$25 - 12 = ?$$



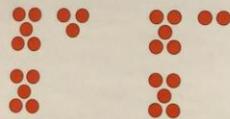
Il reste 13 billes.

$$28 - 17 = ?$$



Il y a 11 billes bleues.

$$13 + 12 = ?$$



Il y a 25 billes.

$$5 + 5 + 5 + 5 = ?$$

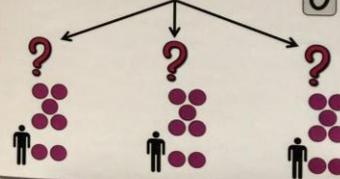


ou  $4 \times 5 =$

Il y a 20 billes.

$$21$$

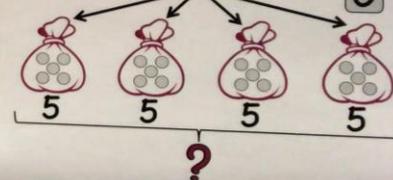
Reste : 0



Chacun a 7 billes.

$$20$$

Reste : 0



On peut faire 4 sacs.

→ SOUSTRACTION

→ SOUSTRACTION

→ ADDITION

→ ADDITION

# Le tempo : ~ 10 problèmes pour apprendre par semaine

Carole fait un collier avec 12 perles.  
4 de ces perles sont rouges.  
Les autres perles sont vertes.

12  
4

Combien y-a-t-il de perles vertes dans son collier ?

Recherche	Solution
$12 - 4 = 8$	Il y a ..... 8 perles vertes.

Exemple de problème réalisé en classe de CE1

L'âge de Thomas  
Thomas a 18 ans.  
Marie a 22 ans de plus que son fils, Thomas.  
Quel est l'âge de Marie ?



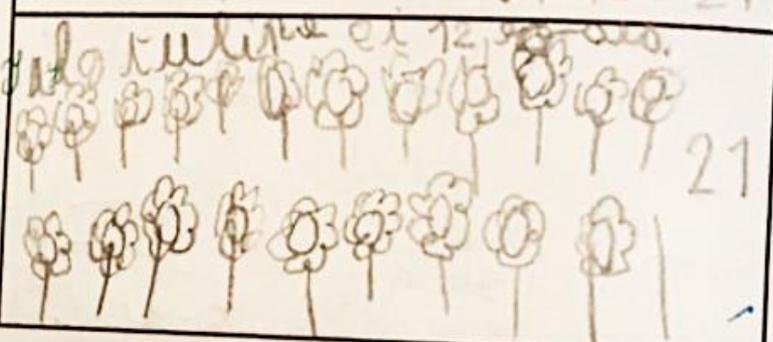
*t. Bien, Il y a 40 ans*

Exemples de problèmes réalisés en classe de CE2

 **PROBLEMES CP (1)** 5

Mamie a planté des fleurs dans le jardin. Il y a une rangée de 9 tulipes et une rangée de 12 roses.

Combien y a-t-il de fleurs au total ?  $9 + 12 = 21$



Exemple de problème réalisé en classe de CP

Mardi 9 octobre

10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10						
10																				
										2	d	u								
										1	0	0			1 x 100	6 x 10				
											6	0								
										<hr/>										
										1	6	0			Il ya 760 badges					

*t. Bien*

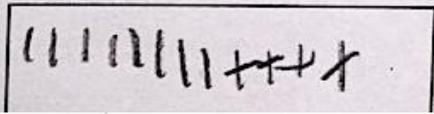
3/ A la fin de leur compétition de natation, les 150 nageurs ont droit à un badge souvenir. Y a-t-il assez de badges ?



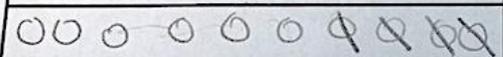
# Le tempo : ~ 10 problèmes pour apprendre par semaine

Anne a fait un bracelet avec 12 perles et 4 sont tombées.  
Combien en reste-t-il ?

•  $12 - 4 = 8$   
• Il reste ..... 8 ..... perles.



Exemples de problèmes réalisés quotidiennement en moins de 7 minutes en classe de CP.

<p>Problème : Il y avait 12 assiettes fragiles dans la cuisine. Il n'en reste plus que 8. Combien y en a-t-il eu de cassées ?</p>	
Recherche	Résolution
 $12 - 8 = 4$	..... 4 ..... assiettes ont été cassées.

Léo et Léa vont ramasser des feuilles. Léa en met 19 dans le panier, et Léo en prend 4.  
Combien en reste-t-il ?

•  $19 - 4$   
• Il reste ..... feuilles.



# Échanges sur les modalités de mise en œuvre des problèmes élémentaires et l'activité rituelle

- ❖ Le **tempo** : ~ 10 problèmes élémentaires pour apprendre par semaine.
- ❖ **Activité rituelle** mobilisant différentes représentations d'un nombre

## ❖ Du point de vue des enseignants :

Qu'est-ce qui « coûte » pour la mise en œuvre ? Qu'est-ce qui fait obstacle ?  
Quelles « réponses » ont été mises essayées pour dépasser les obstacles ?  
Qu'est-ce qui semble « facile » à intégrer dans les pratiques ?

## ❖ Du côté des élèves :

Quels effets ont été observés sur les apprentissages ?  
Quels effets percevez-vous sur leurs rapports à la résolution de problèmes ?

# Échanges sur les modalités de mise en œuvre des problèmes pour apprendre

**Du point de vue des enseignants**

**Tempo**

**Activité rituelle mobilisant différentes représentations d'un nombre**

Qu'est-ce qui « coûte » pour la mise en œuvre ?  
Qu'est-ce qui fait obstacle ?

Trouver le temps !  
Organisation matérielle  
Planification sur l'année  
Gestion de l'hétérogénéité +++

Gestion du matériel en CP  
Droite graduée (obstacle)

Quelles « réponses » ont été essayées pour dépasser les obstacles ?

Étayage en petits groupes  
Différenciation  
Manipulation

Utilisation du même support

Qu'est-ce qui semble « facile » à intégrer dans les pratiques ?

Quels effets ont été observés sur les apprentissages des élèves ?

Progrès ++ pour certains élèves (pas pour les + fragiles ni pour les + performants)

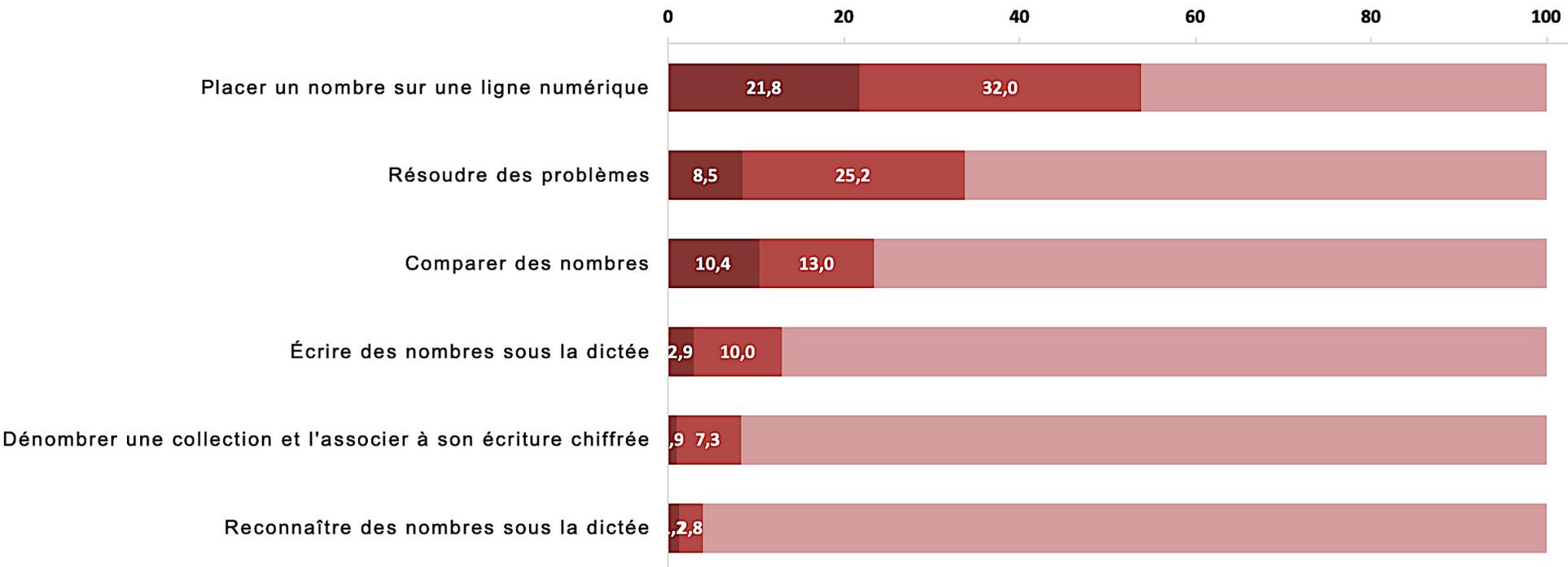
L'aspect répétitif met les élèves en réussite.

# Échanges sur les modalités de mise en œuvre des problèmes pour apprendre

Du côté des élèves	Tempo	Activité rituelle mobilisant différentes représentations d'un nombre
Quels effets ont été observés sur les apprentissages ?	Progrès des élèves « intermédiaires » Les élèves fragiles « stagnent »	Progrès ++ (mais pas pour tous)
Quels effets percevez-vous sur leurs rapports à la résolution de problèmes ?	Progrès ++ (mais pas pour tous) Justification + réponse Automatisation de procédures Déblocage de la réflexion Plaisir à résoudre des problèmes	Construction du nombre ++

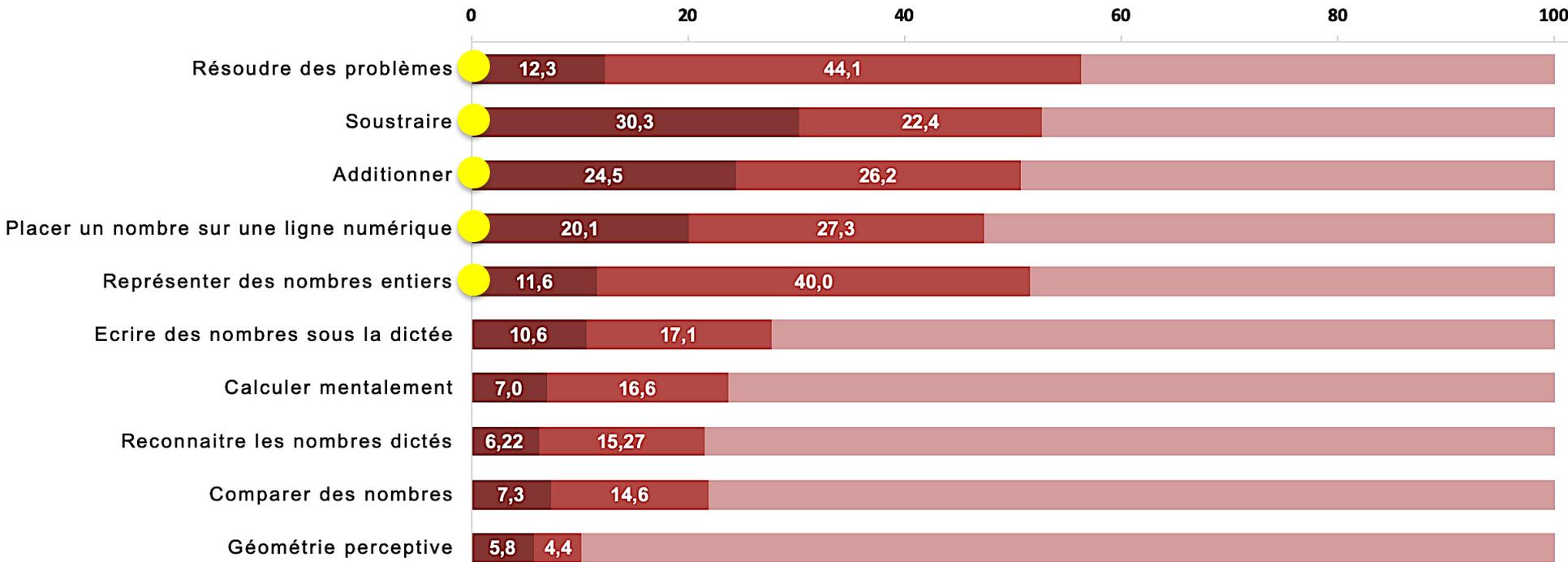
# Quels sont les besoins des élèves de la circonscription de Fonsorbes en début de CP ?

## MATHEMATIQUES CP, Élèves avec des difficultés et des acquis fragiles



# Quels sont les besoins des élèves de la circonscription de Fonsorbes en début de CE1 ?

## MATHEMATIQUES CE1, Élèves avec des difficultés et des acquis fragiles



Vigilance sur notre circonscription

# Quelle(s) réponse(s) pour ces élèves ?

Mieux comprendre les besoins des élèves afin de pouvoir leur proposer des situations d'apprentissage qui y répondent.

Si les élèves ne construisent pas les **différents codes associés aux nombres**, il leur sera encore plus difficile de résoudre des problèmes qui mettent les nombres en jeu.

# Un modèle du fonctionnement cérébral :

## le modèle du triple code *(Dehaene, Piazza, Pinel et Cohen - 1992)*

Ce modèle **postule** l'existence de **3 types de codes** (représentations du nombre) **dans le cerveau humain** :

- **code des quantités ou code analogique** ;
- **code auditivo-verbal** ;
- **code visuel-arabe** (*écriture indo-arabe*).

**Chaque type de code** est associé à des traitements particuliers et à **des localisations différentes dans le cerveau**.

Chaque type de code est susceptible de donner lieu à une atteinte spécifique (pathologie à la suite d'un accident, d'une tumeur...).

# Le modèle du triple code

Dans le cerveau, **des liaisons fonctionnelles** relient chacune des représentations aux deux autres **de manière indépendante**.

## Conséquence :

Le passage d'un format de représentation ( **code visuel-arabe : écriture ou lecture des chiffres arabes** ) à un autre ( **code auditivo-verbal : dénomination orale du nombre** ) n'implique pas de transiter systématiquement par l'interprétation sémantique ( **code des quantités / code analogique** ).

## Dans la pratique :

- Un enfant peut « lire » le chiffre 4 écrit, il peut le nommer oralement (dire /katr/) et ne pas savoir lui associer la quantité correspondante.
- Après un AVC, des personnes peuvent avoir une lésion qui affecte spécifiquement un code et pas les deux autres (*acalculie*).

# Le modèle du triple code

## Code des quantités

Comparaison de nombres ; estimation de proximité ; manipulations quantitatives approchées (par ex. soustraction)



## Code verbal

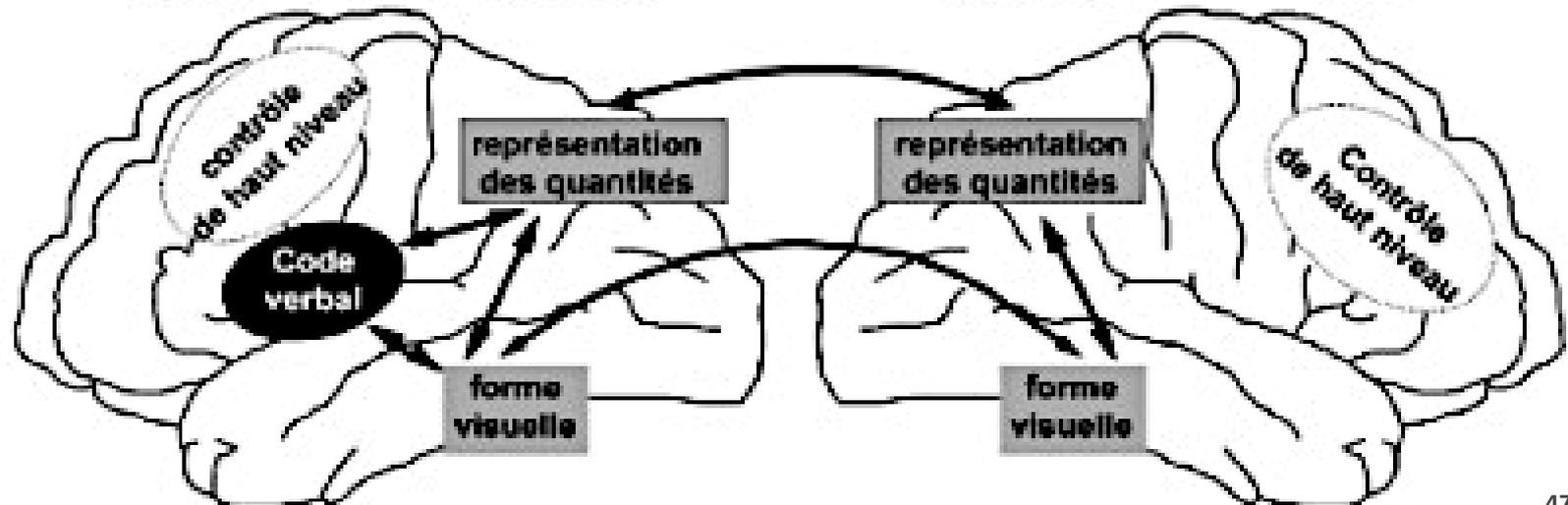
Compréhension orale et production de tables apprises par cœur (par ex. multiplication)

## Code arabe

Lecture et écriture de calculs à plusieurs chiffres en chiffres arabes

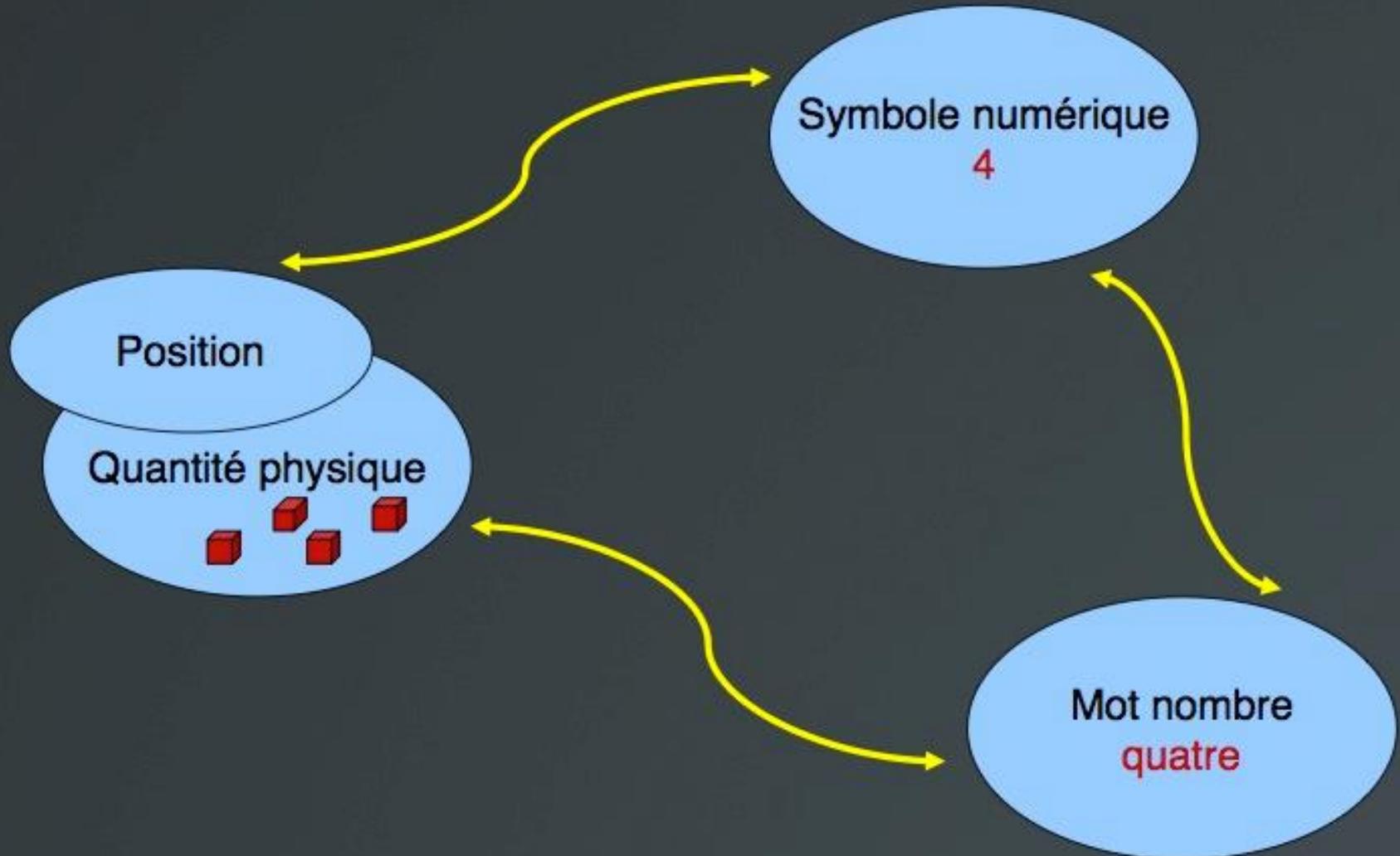
**hémisphère gauche**

**hémisphère droit**



# Le concept de nombre à l'école, dès le cycle 1

## Le concept de nombre



# Le modèle du triple code

Dans les évaluations repères CP et CE1 :

## ❖ Reconnaître des nombres dictés

(code auditivo-verbal ↔ code visuel-arabe)

Repère CP

Ex. 1

« Dans cet exercice, vous allez entourer les nombres que je vais vous dire.  
Vous entourerez seulement un nombre par ligne. Nous allons faire un exemple ensemble.

●	2	10	7	1	9	6
---	---	----	---	---	---	---

## ❖ Écrire des nombres sous la dictée

(code auditivo-verbal ↔ code visuel-arabe)

Repère CE1

Ex. 8

« Sur cette page, je vais vous dire des nombres, il faudra les écrire en chiffres au bon endroit.  
Je vais dire le nombre deux fois, pas plus.

Si vous ne savez pas, ce n'est pas grave, faites une croix dans la case où vous deviez écrire le nombre et attendez que je dise le nombre suivant. Mais si vous savez un petit peu, écrivez ce que vous savez, même si vous n'êtes pas très sûrs. N'ayez pas peur, écrivez comme vous pensez. C'est important. Ecoutez bien.

●	21
○	16

# Le modèle du triple code

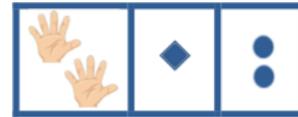
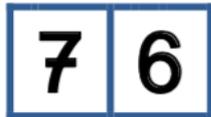
Dans les évaluations repères CP et CE1 :

## ❖ Représenter des nombres entiers

(code auditivo-verbal ↔ code des quantités)

Repère CE1  
Ex. 8

*Maintenant que vous avez compris, vous devez entourer tous les dominos qui font le nombre indiqué en haut de la page, c'est le nombre 7. Attention, l'exercice se poursuit sur la page 5 avec le nombre 13. Allez-y, vous pouvez commencer.»*



## ❖ Comparer des nombres entiers écrits

(code visuel-arabe ↔ code des quantités).

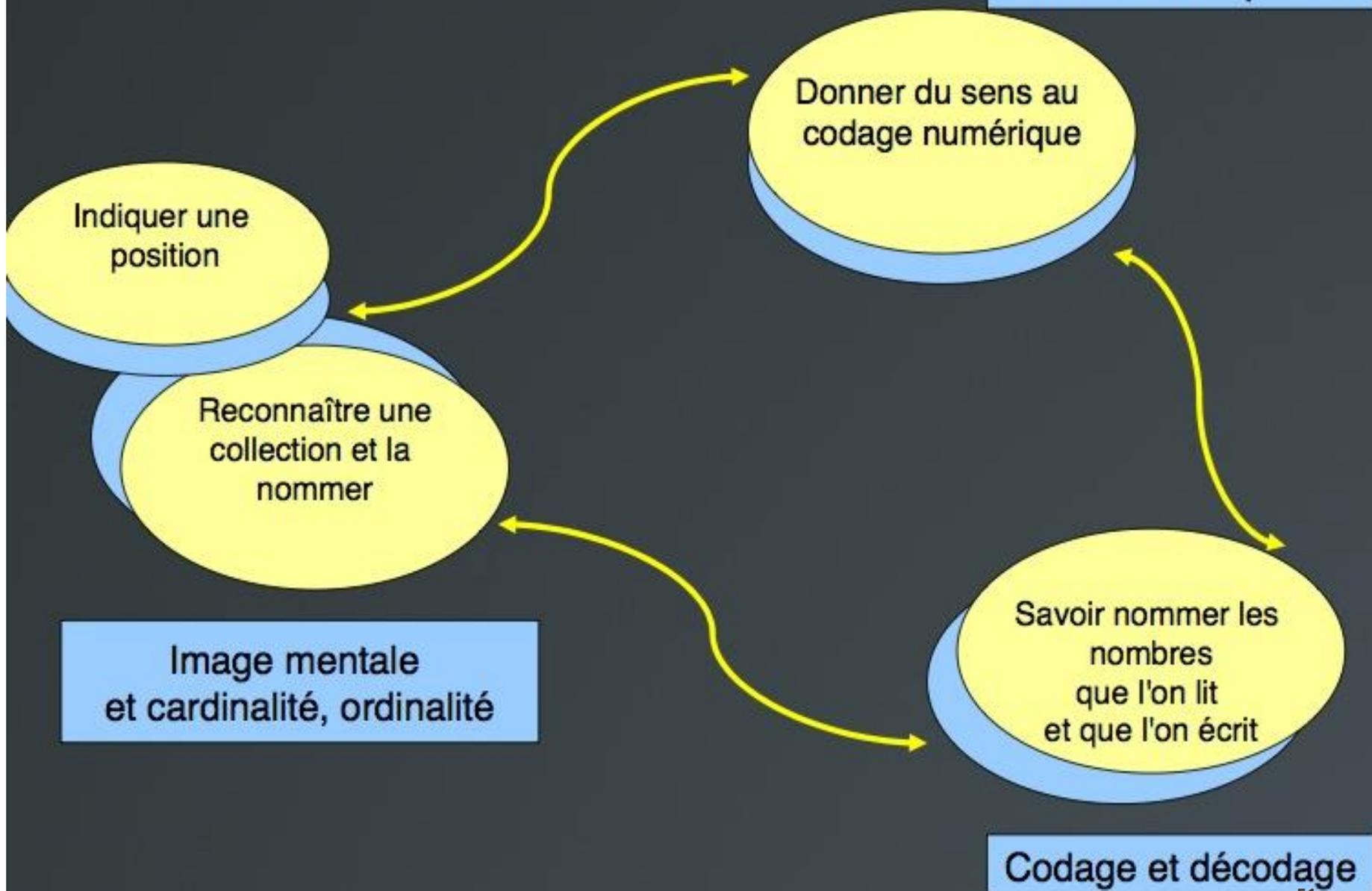
Repère CP  
Ex. 2

*« Dans cet exercice, pour chaque ligne, il y a un panier avec des balles dedans. Vous devez entourer le nombre qui correspond au nombre de balles que vous voyez dans le panier. Nous allons faire un exemple ensemble. Mettez votre doigt sur le dessin du rond noir. [Ecrire ou projeter l'exemple au tableau.]*



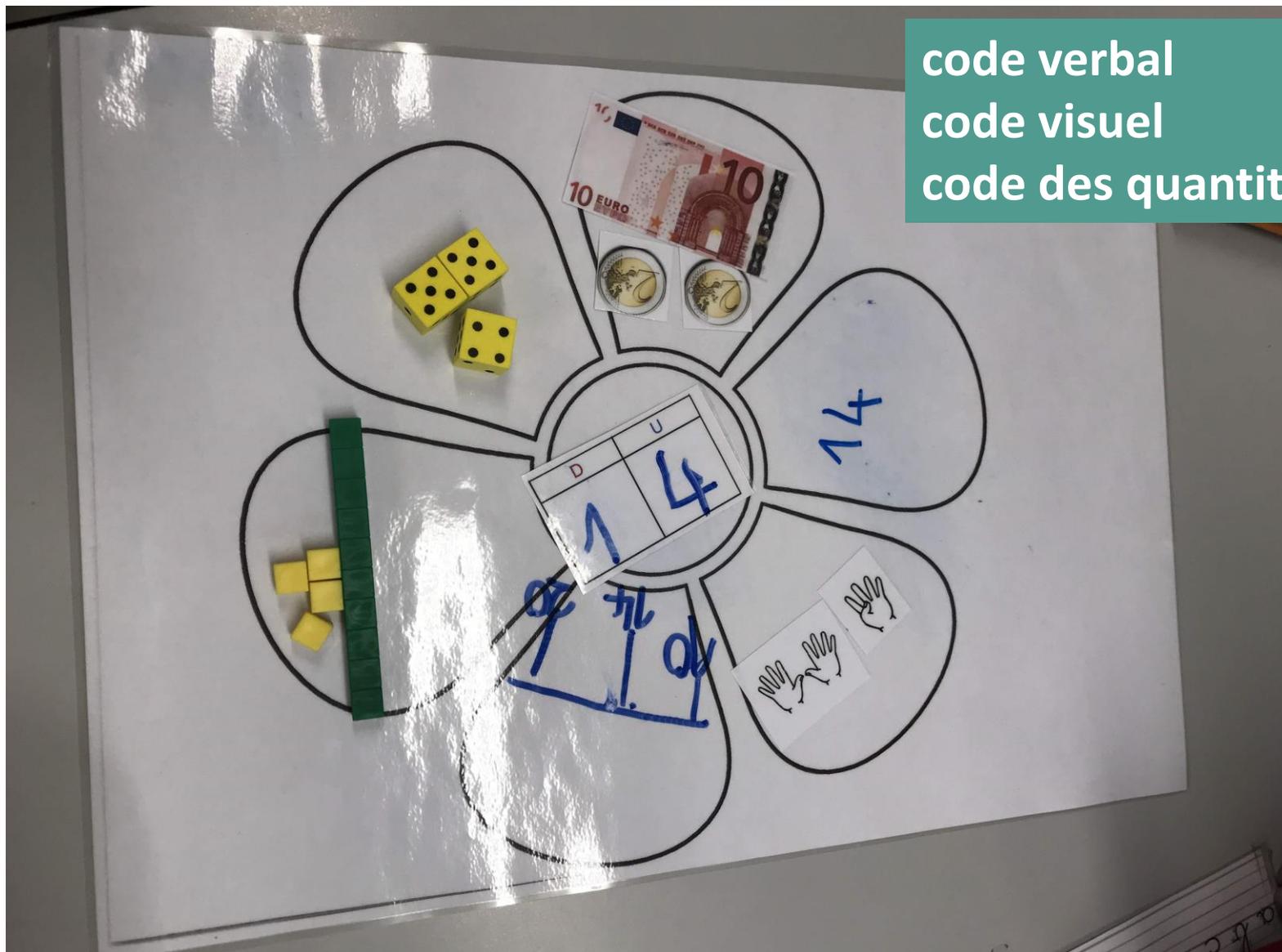
# Pour construire le concept de nombre

Numération de position

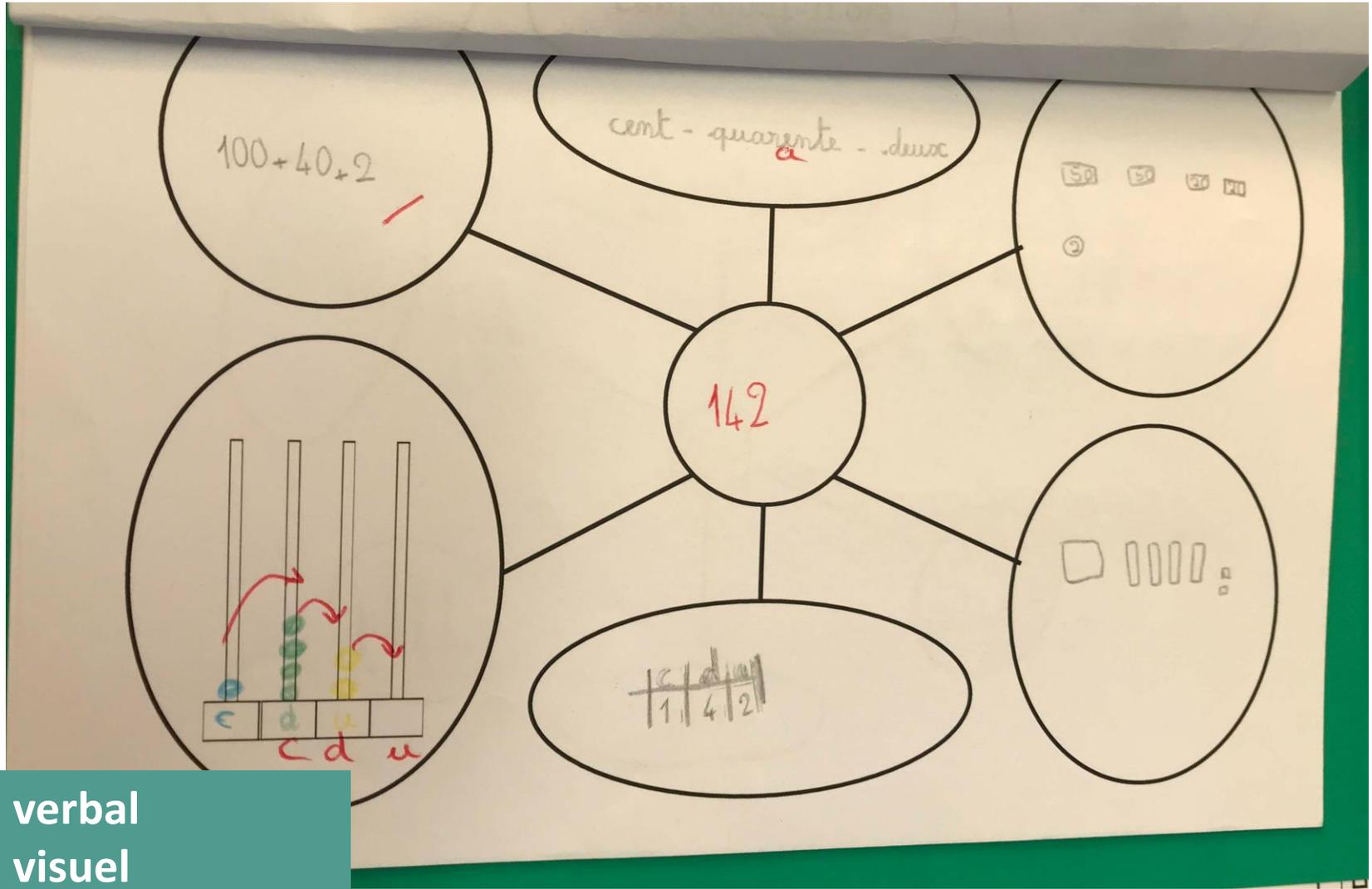


Quels sont les codes mobilisés à travers cette activité ?  
(pris dans le modèle du triple code)

code verbal  
code visuel  
code des quantités

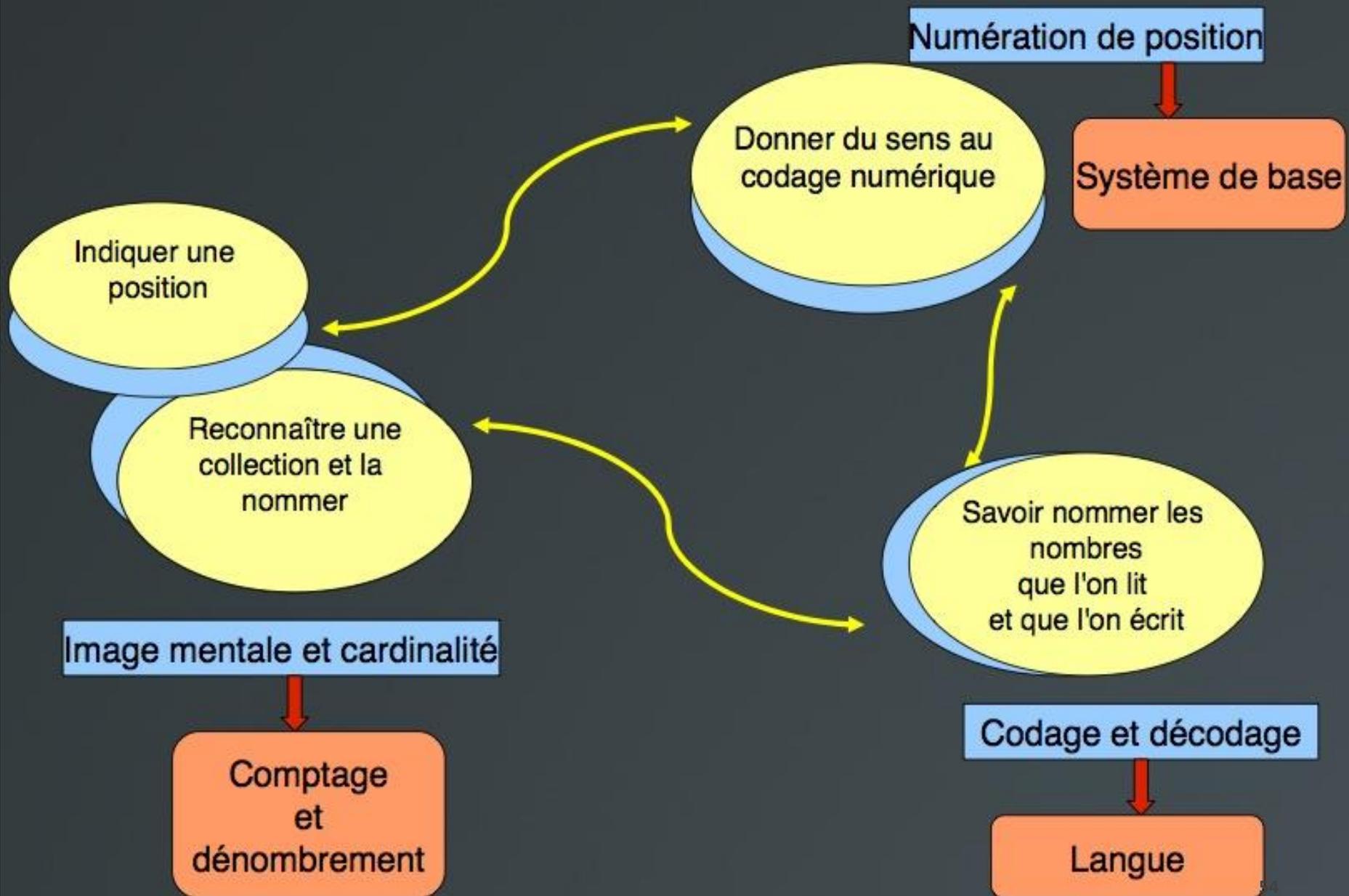


Quels sont les codes mobilisés à travers cette activité ?  
(pris dans le modèle du triple code)

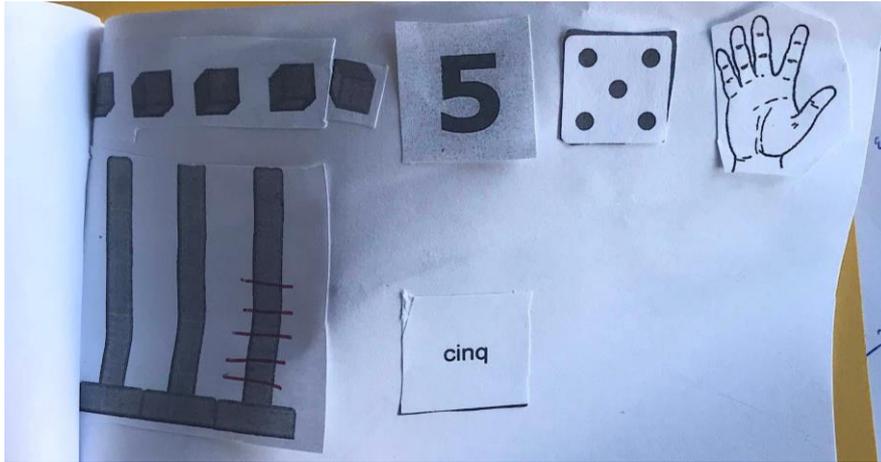


code verbal  
code visuel  
code des quantités

# Les difficultés dans la construction de ce concept



# Les différentes représentations d'un nombre en CP



Exemples de productions observées en classe de CP

# Les différentes représentations d'un nombre en CP

Inspirées par la **Méthode Heuristique de Mathématiques**



# Les différentes représentations d'un nombre en CE1

**Le nombre du jour**  
439

**Ecriture en lettres**  
quatre-cent-trente-neuf

**File des nombres**  
437 438 439 440 441

**Décomposition**  
400 + 30 + 9

**La tirelire**

centaines dizaines unités  
4 3 9

438 439 440  
429 439 449  
339 439 539

Le 20<sup>ème</sup> siècle  
Le 19<sup>ème</sup> siècle  
Au temps de vos grands-parents et de vos parents

# Les différentes représentations d'un nombre en CE1 et CE2

Le nombre du jour

**439**

Décomposition  
 $400 + 30 + 9$

Ecriture en lettres  
**quatre-cent-trente-neuf**

File des nombres

437 438 **439** 440 441

438 <sup>-1</sup> <sup>+1</sup> 440  
 429 <sup>-10</sup> <sup>+10</sup> 449  
 339 <sup>-100</sup> <sup>+100</sup> 539

Vendredi 23 novembre 2018

Les nombres après 1000.

m	c	d	u	1	1	5	3	
m	c	d	u	1	4	2	6	
m	c	d	u	2	3	6	9	
m	c	d	u	3	1	4	5	
m	c	d	u	4	8	0	3	
m	c	d	u	9	0	7	3	

N Les nombres peuvent s'écrire de différentes façons: Complète:

En lettres:

vingt-cinq

2 dizaines et 5 unités

Ex:  $30 + 4$   
 $20 + 5$

En barres et cubes

25

Ex:  $10 + 10 + 10 + 4$   
 $10 + 10 + 5$

20 25 30

Thématique retenue au niveau départemental :

« **Nombres et calculs** »

Modalités relatives à l'organisation :

- Ce qui est **fixé** : 9 heures au total, en présence et à distance

- Ce qui est **ajustable** :

- Découpage horaire ;
- En individuel, en groupe (avec accompagnement en conseil des maîtres) ;
- Dans son école, en regroupement avec d'autres écoles ;
- Productions « papier/crayon », en ligne (sur M@gistère).

**Merci pour  
votre attention  
et votre participation**