

Résolution de problèmes

Temps 3

Plan



Retours sur les analyses des manuels scolaires



Retours sur les problèmes produits



Transformation de problèmes



Distinction « représentations » et « modélisation » d'un problème



Échanges sur les modalités de mise en œuvre des problèmes pour apprendre



La formation en 2019-2020

Vos analyses des manuels scolaires

Problèmes du champ multiplicatif		Cap Maths 2016 et 2017	Au rythme des maths 2016	Les nouveaux outils pour les maths 2017	Maths explicites 2016	Pour comprendre les maths 2017	Résoudre des problèmes 2016	MHM - 2018 Nicolas PINEL	J' apprends les maths 2017
		Non représentés							
Comparaison multiplicative N fois plus // N fois moins	Recherche du résultat								
	Recherche du rapport								
Proportionnalité	Produit Cartésien	Recherche du nombre de couples possibles							
		Recherche du nombre d'un élément							
	Configuration rectangulaire	Recherche du tout							
		Recherche d'une partie							
	Multiplication	Recherche du nombre total d'éléments							
	Division partition	Recherche de la valeur d'une part							
	Division quotition	Recherche du nombre de parts							
	4 ^{ème} de proportionnelle	(Sans passage à l'unité)							

Vos analyses des manuels scolaires

- Aucun manuel ne satisfait tous les critères.
- Nécessité de porter un regard critique sur les ressources professionnelles à disposition pour :
 - Compléter ce qu'elles n'abordent pas du tout ou pas suffisamment.
 - Prendre conscience des éléments du programme qui ne sont pas abordés pendant plusieurs semaines (« rebrassage » à envisager, planification à concevoir « à côté » de celle suggérée par les auteurs du manuel).
 - Faire varier les pratiques qu'elles suggèrent (via le guide de l'enseignant) si elles ne correspondent pas aux orientations didactiques actualisées.
 - S'assurer qu'elles sont cohérentes avec celles utilisées par l'enseignant de l'année précédente (démarches, couverture effective du programme lors de l'année scolaire précédente, etc.).
 - S'assurer qu'elles sont cohérentes avec celles utilisées par les élèves l'année précédente (fichier, manuel, connaissances et compétences acquises en fin d'année scolaire précédente).

Les problèmes produits sur le forum

- Bravo et merci !
- Une banque de plus de 170 problèmes dont les énoncés portent sur des grandeurs différentes avec des structures syntaxiques et sémantiques ressemblantes.
- Une large couverture de la catégorisation proposée par Gérard VERGNAUD.
- Via le site de circonscription, mise à disposition de la banque de problèmes dans un format modifiable.

Travail de concertation et de conception « allégé » !

Transformer des problèmes existants

Lorsqu'on ne dispose pas d'énoncé pour une catégorie de problèmes, on peut transformer un problème existant.

Pas si simple !

Entrainement collectif sur 3 exemples.

Exemple n°1 : **Composition de transformation**
avec recherche de la transformation composée

Aujourd'hui, Lucas a perdu 17 billes à la récréation du matin, puis il a gagné 22 billes à la récréation de l'après-midi.

Combien de billes Lucas a-t-il gagnées aujourd'hui ?

Réécrire cet énoncé pour qu'il devienne un problème de **composition de transformation** avec recherche de l'une des composantes.

Exemple n°1 : Composition de transformation

avec recherche de la transformation composée

Aujourd'hui, Lucas a perdu 17 billes à la récréation du matin, puis il a gagné 22 billes à la récréation de l'après-midi.

Combien de billes Lucas a-t-il gagnées aujourd'hui ?

Aujourd'hui, Lucas a perdu 17 billes à la récréation du matin.
A la fin de la journée, il a 5 billes de plus qu'en arrivant à l'école.
Combien de billes a-t-il gagnées à la récréation de l'après-midi ?

Lucas a gagné 5 billes aujourd'hui. Il en a perdu 17 le matin.
Combien de billes a-t-il gagnées l'après-midi ?

Lucas a joué deux parties de billes. A la première partie, il a gagné 22 billes. A la fin de la journée, il a gagné 5 billes.
Combien de billes a-t-il perdues lors de la seconde partie ?

Transformer des problèmes existants

Lorsqu'on ne dispose pas d'énoncé pour une catégorie de problèmes, on peut transformer un problème existant.

Pas si simple !

Entraînement collectif sur 3 exemples.

Exemple n°2 : **Comparaison multiplicative** (n fois plus / n fois moins)
Recherche du résultat

Léa a 18 images. Sa copine Lisa en a 2 fois plus qu'elle.
Combien d'images Lisa a-t-elle ?

Réécrire cet énoncé pour qu'il devienne un problème de **comparaison multiplicative** avec recherche du rapport.

Exemple n°2 : Comparaison multiplicative (n fois plus / n fois moins)
Recherche du résultat

Léa a 18 images. Sa copine Lisa en a 2 fois plus qu'elle.
Combien d'images Lisa a-t-elle ?

Léa a 18 images. Sa copine Lisa en a 36.
Combien de fois Lisa a-t-elle **le nombre** d'images de Léa ?

Avantages de cette formulation :

- Les mots plus et moins n'apparaissent pas dans la question.
- Le rapport peut donc être un nombre entier ou une fraction inférieure à 1 (moitié, quart, tiers, ...)

Léa a 36 images. Sa copine Lisa en a 9.
Combien de fois plus d'images Léa a-t-elle par rapport à Lisa ?

Le mots « plus » indique le sens du rapport dans la question.

Le mot « plus » entre en conflit avec la multiplication ou la division.

La structure sémantique de la question n'est pas congruente avec la structure mathématique du problème.

Transformer des problèmes existants

Lorsqu'on ne dispose pas d'énoncé pour une catégorie de problèmes, on peut transformer un problème existant.

Pas si simple !

Entraînement collectif sur 3 exemples.

Exemple n°3 : Configuration rectangulaire
Recherche du tout

Un jardinier a planté 8 rangées de 4 salades.
Combien a-t-il planté de salades en tout ?

Réécrire cet énoncé pour qu'il devienne un problème de **configuration rectangulaire** avec recherche d'une partie.

Exemple n°3 : Configuration rectangulaire
Recherche du tout

Un jardinier a planté 8 rangées de 4 salades.
Combien a-t-il planté de salades en tout ?

Un jardinier a planté 32 salades.
Il les a organisées en rangées de 4 salades.
Combien de salades y a-t-il par rangée ?

Un jardinier a planté 32 salades.
Il les a réparties équitablement sur 8 rangées.
Combien de salades y a-t-il par rangée ?

Distinguer représentation et modélisation

Qu'en dit le Socle Commun ?

Modéliser

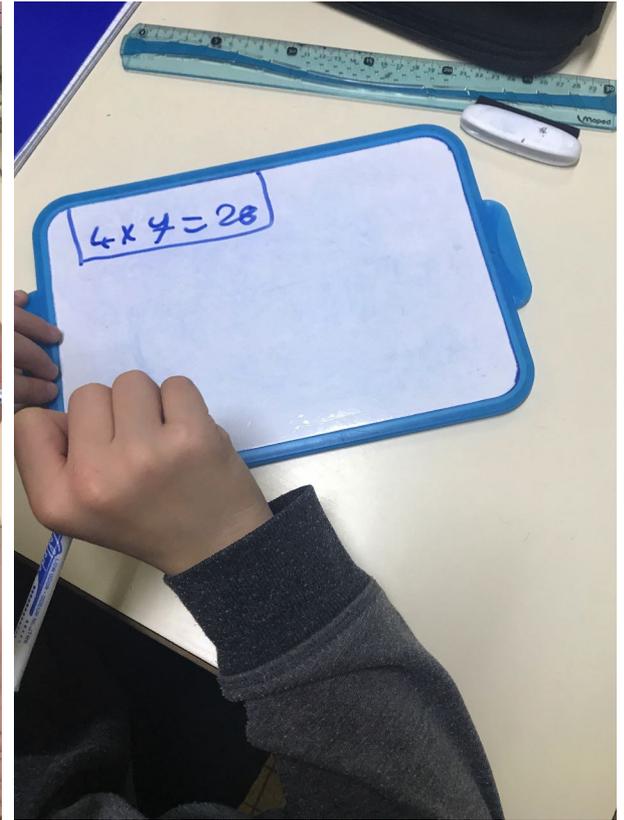
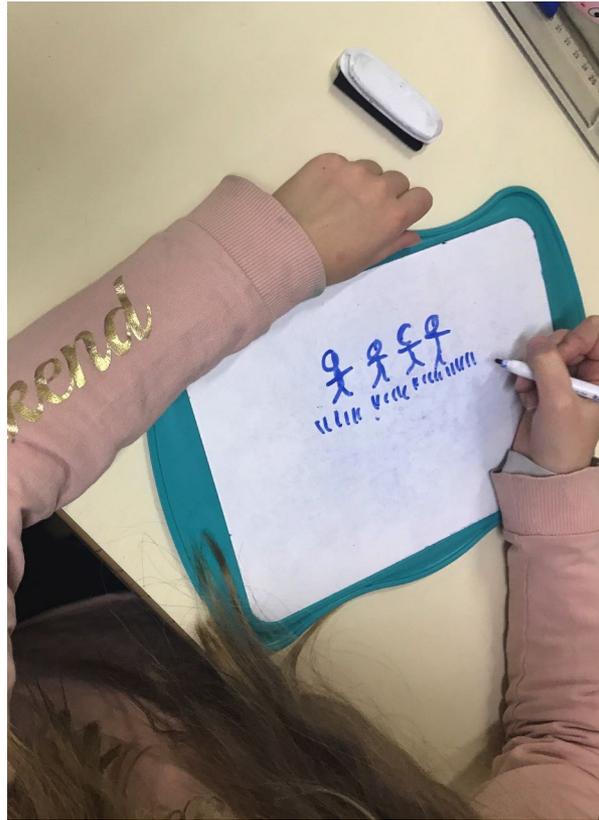
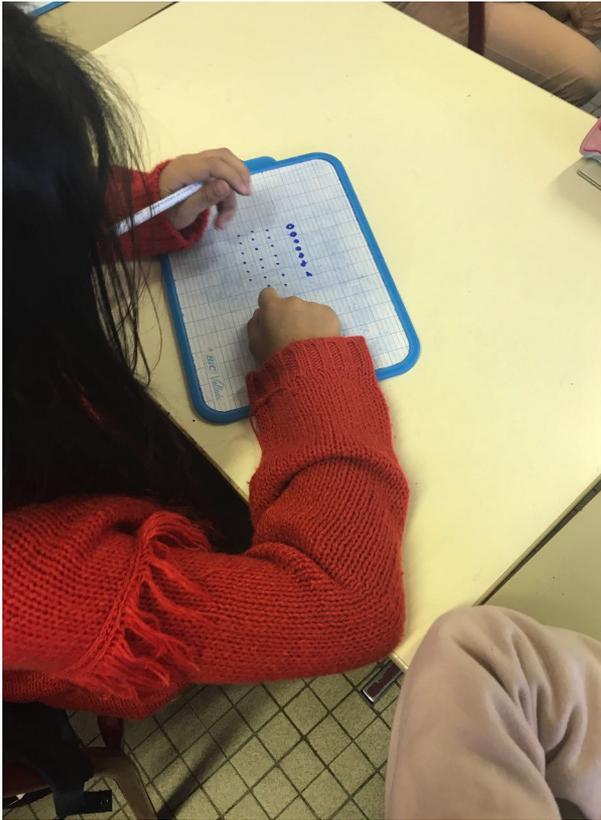
- utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne ;
- reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité ;
- reconnaître des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie) ;
- utiliser des propriétés géométriques pour reconnaître des objets.

1, 2, 4

Représenter

- utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, etc. ;
- produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux ;
- analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points) ;
- reconnaître et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide ;
- utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.

1, 5



Distinguer représentation et modélisation

28 éléments à partager équitablement entre 4 enfants
alors que la division n'est pas accessible.

Classe de Pascale Dassenoy, école Florence Arthaud à Saint-Lys

Distinguer représentation et modélisation

Qu'en disent les **programmes actualisés** ?

Partie « Nombres et calculs »

Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles. Les procédures de traitement de ces problèmes, adaptées à leur structure, peuvent évoluer en fonction des nombres en jeu. L'organisation des calculs et leur réalisation contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul et des aptitudes de résolution de problèmes arithmétiques (le travail sur la technique et sur le sens devant se nourrir l'un l'autre).

Distinguer représentation et modélisation

Qu'en disent les **programmes actualisés** ?

Partie « Nombres et calculs »

Résoudre des problèmes en utilisant des fractions, des nombres décimaux et le calcul

Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations :

- sens des opérations ;
- problèmes à une ou plusieurs étapes relevant des structures additive et/ou multiplicative.

Organisation et gestion de données

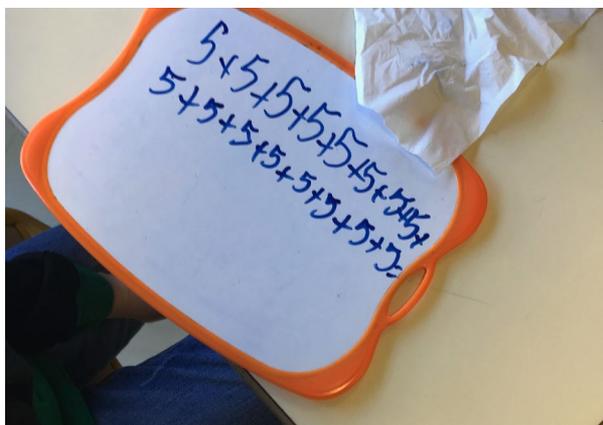
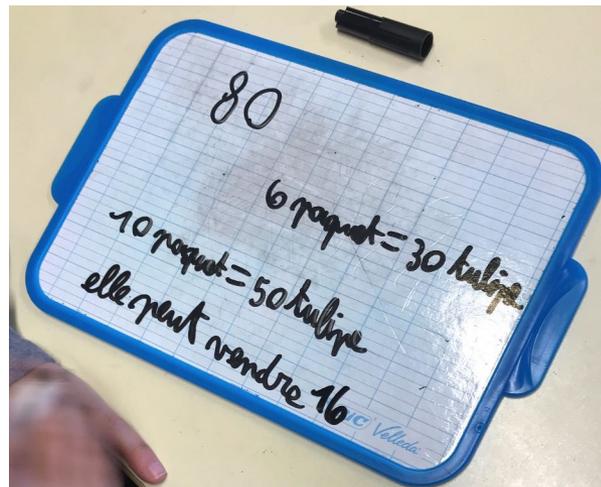
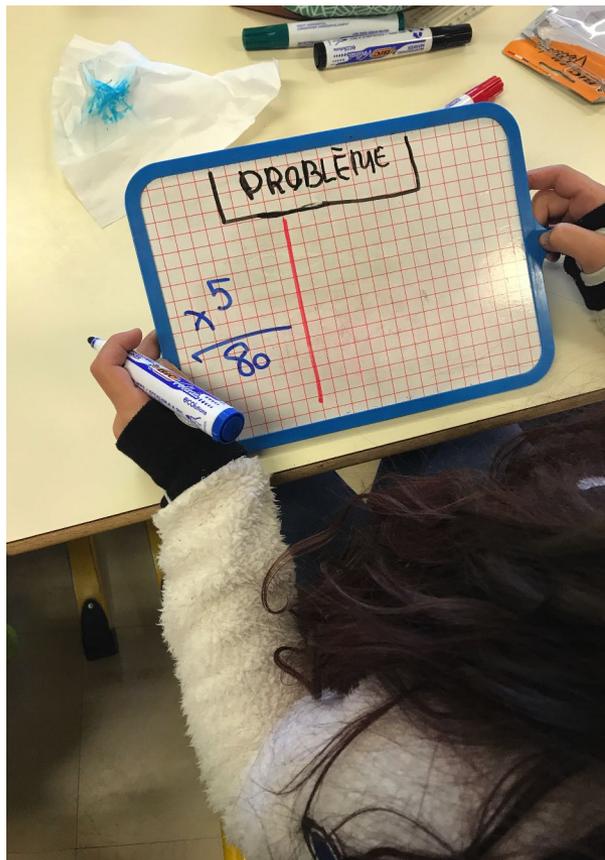
Prélever des données numériques à partir de supports variés. Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques.

Exploiter et communiquer des résultats de mesures.

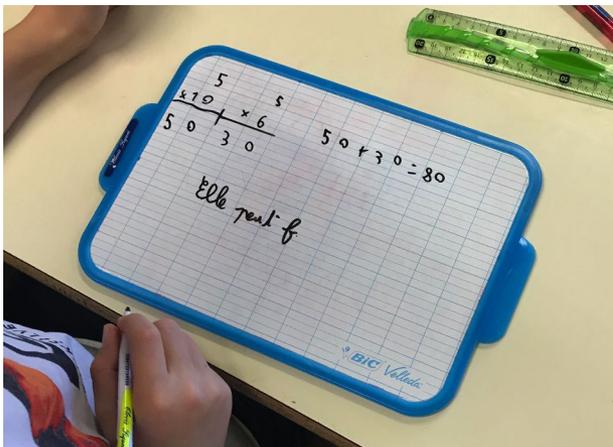
Lire ou construire des représentations de données :

- tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée) ;
- diagrammes en bâtons, circulaires ou semi-circulaires ;
- graphiques cartésiens.

Organiser des données issues d'autres enseignements (sciences et technologie, histoire et géographie, éducation physique et sportive, etc.) en vue de les traiter.



Classe de Carole Arnaud,
 école élémentaire La
 Béouzo à Fonsorbes



Distinguer représentation et modélisation

Combien de bouquets de 5 tulipes peut constituer une fleuriste qui dispose de 80 tulipes ?

Distinguer représentation et modélisation

Qu'en dit la note de service d'avril 2018 ?

« L'objet de la présente note de service est de contribuer à la mise en place d'un enseignement construit pour développer l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes. Cela nécessite de conduire, année après année, et dès le plus jeune âge, un travail structuré et régulier ...

Distinguer représentation et modélisation

... pour faire acquérir aux élèves les connaissances et compétences leur permettant :

- de **comprendre** le problème posé ;
- d'**établir une stratégie** pour le résoudre, **en s'appuyant sur un schéma ou un tableau**, **en décomposant** le problème en sous-problèmes, **en faisant des essais**, en partant de ce que l'on veut trouver, **en faisant des analogies** avec un modèle connu ;
- de **mettre en œuvre la stratégie** établie ;
- de **prendre du recul** sur leur travail, tant pour s'assurer de la pertinence de ce qui a été effectué et du résultat trouvé, que pour repérer ce qui a été efficace et ce qui ne l'a pas été afin de pouvoir en tirer profit **pour faire des choix de stratégies lors de futures résolutions de problèmes.** »

Distinguer représentation et modélisation

Qu'en dit la note de service d'avril 2018 ?

La formalisation de ces exemples-types doit être l'occasion d'introduire des **représentations**, sous forme de **schémas** bien adaptés, permettant la **modélisation** des problèmes proposés. Ces **représentations** sont systématiquement **utilisées lors des résolutions de problèmes menées face à la classe, afin de servir de référence aux élèves.**

Elles ne sont bien sûr **jamais rendues obligatoires** (en particulier pour les élèves en réussite qui n'en ont pas besoin), mais **doivent servir de point d'appui**, lors des séances d'enseignement, **avec les élèves rencontrant des difficultés lors de la résolution d'un problème.**

Distinguer représentation et modélisation

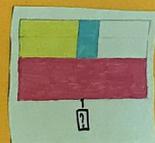
Qu'en dit la **note de service d'avril 2018** ?

L'objectif n'est pas d'établir un catalogue détaillé de typologies de problèmes pouvant exister, dont l'usage serait inopérant pour les élèves, mais au contraire de **réunir les problèmes dans des catégories aussi larges que possible en faisant des analogies, par exemple, entre les problèmes pouvant s'appuyer sur les mêmes représentations.**

Distinguer représentation et modélisation

Combien ça fait en tout
→ Collections différentes

Problème 1/1:
Pour son anniversaire, Léa reçoit
60 euros de sa grand-mère, 30
euros de sa tante et 50 euros de
ses parents.
Combien Léa a-t-elle reçu
d'argent pour son anniversaire ?



Léa a reçu 140€ à son anniversaire.

$$60 + 30 + 50$$



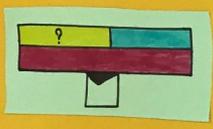
Le nombre est 140.

Je pense à un nombre,
je lui enlève 30, j'obtiens
80. Quel est ce
nombre ?

$$80 + 30 = 110$$

Combien fait une partie

1/ Une étape
Durant son année
de CM2, Manon a
Grandi de 8 cm. En fin
d'année, elle mesure
123 cm.



Combien mesurait-elle à la rentrée ?
A la rentrée
Manon mesurait
115 cm.

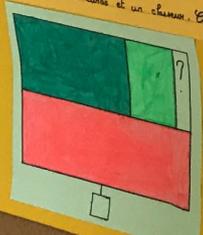
$$123 - 8 = 115$$

2/ Deux étapes

Le nombre de billes avait un centaine et 30 unités, un litre et 25 euros et un chemin. Les
autres ont 50 euros. Combien coûte le chemin ?

$$30 + 15 = 45$$

$$50 - 45 = 5$$



Comparer

a) Une étape

Théo a 60 euros dans
sa tirelire. Il a 20 euros
de plus que son frère Mathis.
Combien d'argent Mathis
a-t-il dans sa tirelire ?

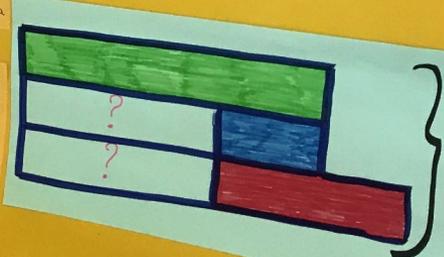


$$60 - 20 = 40$$

Mathis a 40€

b) Deux étapes

Le problème mes
Le matin on arrivant à l'école Nathana
52 billes.
Il Perd 7 billes le matin,
Puis il en regagne 10 billes l'après-midi.
Lorsqu'il rentre chez lui le soir, Nathan
a-t-il plus ou moins de billes que le
matin on arrivant à l'école ?



$$52 - 7 = 45$$

$$45 + 10 = 55$$

$$55 > 52$$

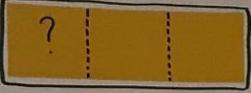
Nathan a plus de billes
que le matin.

Classe de Carole Arnaud, école
élémentaire La Béouzo à Fonsorbes

Distinguer représentation et modélisation

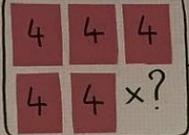
On cherche **COMBIEN FAIT UNE PART.**
 Kiriis a 33 billes. Il donne le tiers de ses billes à Idriss. Combien de billes donne-t-elle à Idriss?

33



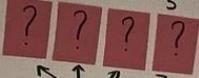
$33 : 3 = 11$

On cherche **COMBIEN CA FAIT DE GROUPES.**
 → c'est un groupement
 Kiriis a distribué 20 cartes. Il a donné 4 cartes à chaque joueur. Combien y a-t-il de joueurs?



$20 : 4 = 5$

On cherche **COMBIEN CHACUN AURA ?**
 → c'est un partage.
 Kiriis a distribué 24 cartes à 4 joueurs. Combien de cartes chaque joueur a-t-il reçues?



$24 : 4 = 6$

On cherche **COMBIEN CA FAIT EN TOUT.**
 → même collection répétée plusieurs fois.
 Kiriis a acheté 6 boîtes de 10 craies. Combien a-t-elle acheté de craies en tout?



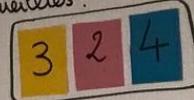
$10 \times 6 = 60$

On cherche **COMBIEN FAIT UNE PARTIE.**
 Kiriis pèse 16 kg. Elle monte sur une balance avec son chien. La balance affiche 22 kg. Quel est le poids du chien?



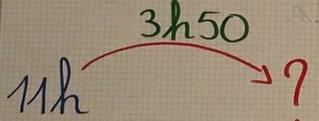
$22 - 16 = 6$

On cherche **COMBIEN CA FAIT EN TOUT.**
 → collections différentes
 Kiriis a cueilli 3 fleurs jaunes, 2 fleurs rouges et 4 fleurs bleues. Combien de fleurs a-t-elle cueillies?



$3 + 2 + 4 = 9$

On cherche **L'HEURE de FIN**
 Un train part à 11h. Son trajet dure 3h50min. A quelle heure arrive-t-il?



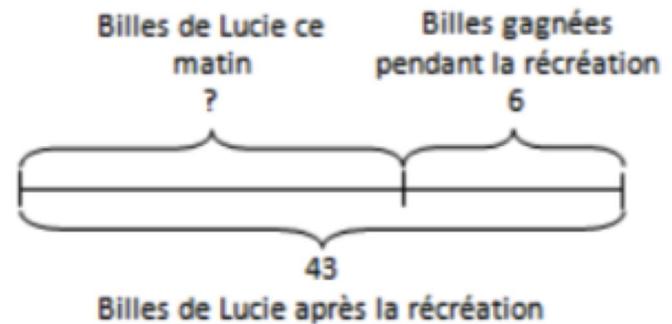
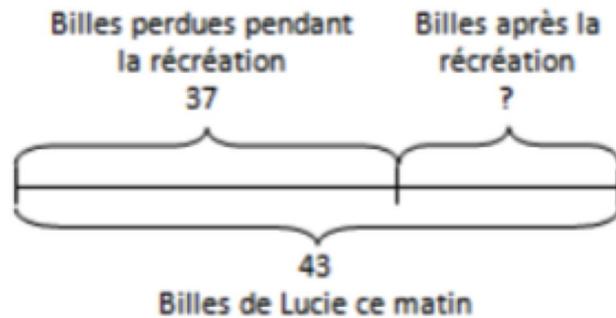
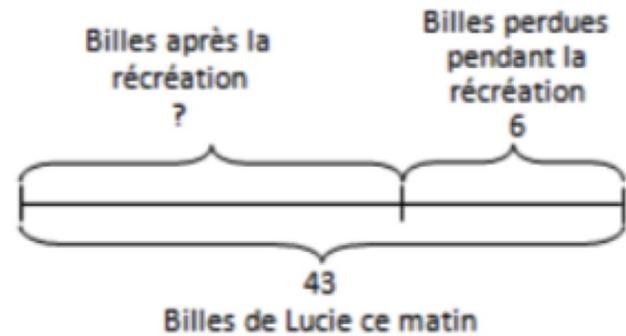
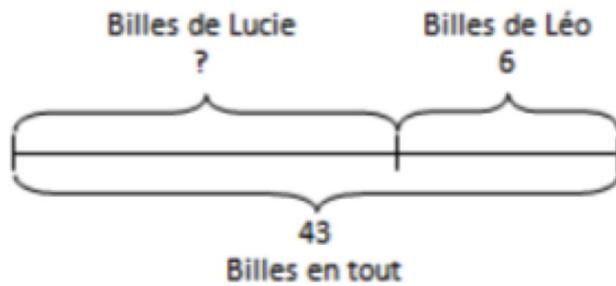
$11h + 3h50 = ?$

On cherche **UNE DURÉE**
 Un train part à 11h et arrive à 18h. Quelle est la durée du trajet?

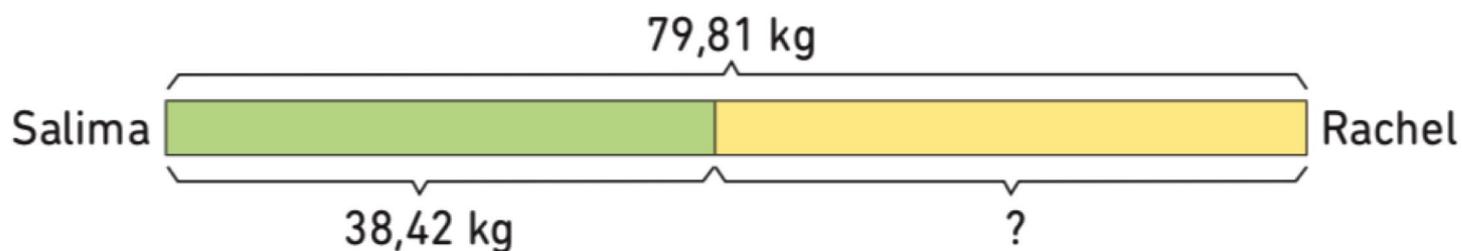


$11h + ? = 18h$

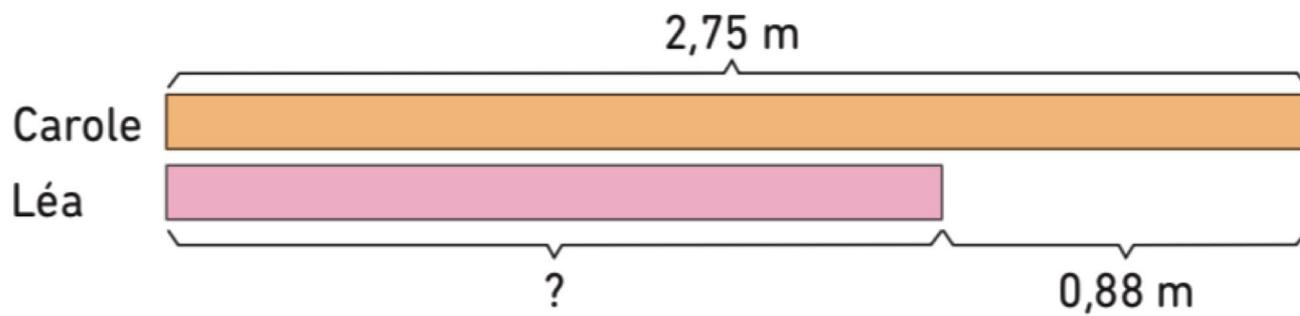
Classe de Julie Cambouives, école primaire Génibrat à Fontenilles



- 2** Salima et Rachel pèsent à elles deux 79,81 kg. Salima pèse 38,42 kg. Combien Rachel pèse-t-elle ?



- 3** En saut en longueur, Carole a sauté une distance de 2,75 m. Léa a sauté 0,88 m de moins que Carole. Quelle distance Léa a-t-elle sauté ?



Échanges sur les modalités de mise en œuvre des problèmes pour apprendre

- La **multireprésentation** : proposer des problèmes ressemblants portant sur des grandeurs différentes, les élèves les résolvent dans l'ordre de leur choix.
- Le **recodage sémantique** (problèmes de « Tout et parties ») : , construire un point de vue sur les problèmes, prendre conscience que deux stratégies conduisent au même résultat.
- Le **tempo** : 10 problèmes élémentaires pour apprendre par semaine.

Du point de vue des enseignants :

- Qu'est-ce qui « coûte » pour la mise en œuvre ? Qu'est-ce qui fait obstacle ?
- Quelles « réponses » ont été mises essayées pour dépasser les obstacles ?
- Qu'est-ce qui semble « facile » à intégrer dans les pratiques ?

Du côté des élèves :

- Quels effets ont été observés sur les apprentissages ?
- Quels effets percevez-vous sur leurs rapports à la résolution de problèmes ?

Échanges sur les modalités de mise en œuvre des problèmes pour apprendre

	Multiprésentation	Recodage sémantique	Tempo
Qu'est-ce qui « coûte » pour la mise en œuvre ? Qu'est-ce qui fait obstacle ?			
Quelles « réponses » ont été essayées pour dépasser les obstacles ?			
Qu'est-ce qui semble « facile » à intégrer dans les pratiques ?			
Quels effets ont été observés sur les apprentissages des élèves ?			

Tempo

Date : 13/12/18

NOM : *Pouyet*
Prénom : *Pauline*

Pour chaque problème, écris un calcul et la solution. Tu peux aussi si tu veux dessiner un schéma pour t'aider.

Problème N°1 :
Pour son anniversaire, Léa reçoit 60 euros de sa grand-mère, 30 euros de sa tante et 50 euros de ses parents.
Combien Léa a-t-elle reçu d'argent pour son anniversaire ?
 $60 + 50 + 30 = 140$
Pour son anniversaire Léa a reçu 140 euros. ✓

Problème N°2 :
Durant son année de CM2, Manon a grandi de 8 cm. En fin d'année, elle mesure 123 cm.
Combien mesurait-elle à la rentrée ?
 $123 - 8 = 115$
À la rentrée Manon mesurait 115 cm = 1,15 m. ✓

Problème N°3 :
La maman de Mathis achète un cartable à 30 euros, un livre à 15 euros et un classeur. Ces achats coûtent 50 euros.
Combien coûte le classeur ?
Le classeur coûte 5 euros. $30 + 15 + \dots = 50$ ✓

Problème N°4 :
Théo a 60 euros dans sa tirelire. Il a 20 euros de plus que son frère Mathis.
Combien d'argent Mathis a-t-il dans sa tirelire ?
 $60 - 20 = 40$
Mathis a 40 euros dans sa tirelire. ✓

Problème N°5 :
Le matin en arrivant à l'école, Nathan a 52 billes. Il perd 7 billes le matin, puis il en regagne 10 l'après-midi.
Lorsqu'il rentre chez lui le soir, Nathan a-t-il plus ou moins de billes que le matin en arrivant à l'école ?
 $52 - 7 + 10 = 55$
Nathan a plus de billes que le matin en arrivant à l'école. ✓

Date : 14/12/18

NOM : *Pouyet*
Prénom : *Pauline*

Pour chaque problème, écris un calcul et la solution. Tu peux aussi si tu veux dessiner un schéma pour t'aider.

Problème N°6 :
Pour partir au ski, la famille de Paul a roulé hier pendant 470 km. Aujourd'hui, il leur reste encore à parcourir 150 km.
A quelle distance de chez elle, cette famille est-elle allée skier ?
 $470 + 50 = 620$ ✓
La famille de Paul est allée skier à 620 km de chez elle. ✓

Problème N°7 :
Dans sa tirelire, Manon a déjà 60 euros. Sa grand-mère lui donne de l'argent. Maintenant, elle a 110 euros.
Combien d'argent sa grand-mère lui a-t-elle donné ?
Sa grand-mère lui a donné 50 euros ✓
 $60 + \dots = 110$ ✓

Problème N°8 :
Trente-six enfants et quatre adultes montent dans un bus de cinquante places.
Combien reste-il de places libres dans le bus ?
 $36 + 4 = 40$ ✓
Il reste 10 places dans le bus. ✓

Problème N°9 :
A la récréation, Nathan a perdu 6 billes. Maintenant, il a 40 billes. Combien de billes Nathan avait-il avant la récréation ?
 $40 - 6 = 34$ erreur d'opération ✓
Avant la récréation Nathan avait 34 billes. X

Problème N°10 :
Théo a 45 euros dans sa tirelire. Son frère Mathis a 52 euros dans sa tirelire.
Combien d'argent Mathis a-t-il de plus que Théo dans sa tirelire ?
Mathis a 7 euros de plus que Théo. ✓
 $45 + 7 = 52$ ✓

La formation en 2019-2020

- Thématique retenue au niveau départemental
« **Nombres et calculs** »
- Modalités relatives à l'organisation :
 - **Ce qui est fixé** : 9 heures au total, en présence et à distance
 - Ce qui est **ajustable** :
 - Découpage horaire
 - En individuel, en groupe (avec accompagnement en conseil des maîtres)
 - Dans son école, en regroupement avec d'autres écoles
 - Productions « papier/crayon », en ligne (sur M@gistère)