ACADÉMIE
DE TOULOUSE

Liberté
Égalité
Fraternité

CIRCONSCRIPTION DE FONSORBES
Formation continue 2021-2022

ENSEIGNER LA PROPORTIONNALITÉ AU CYCLE 3

Math Esciences 31

Stéphane TARRIN – Novembre 2021

Plan de formation en mathématiques pour le cycle 3 en Haute-Garonne

2017-2018

Fractions et décimaux

2018-2019

Résolution de problèmes

2019-2020

Calculs

2020-2021

Proportionnalité

2021-2022

- **Fractions**
- **Proportionnalité**
- **Géométrie**

FC Maths cycle 3 - 2021-2022

Enseigner la proportionnalité au cycle 3

Parcours obligatoire de 6 heures

Temps 1 : Présentiel (durée : 2h) **Mardi 16 /11/2021**

1. Enjeux, objectifs, propriétés, domaines d'application

2. Éléments de progression et repères annuels

Temps 2 : Temps de travail librement géré (durée : 2h)

1. Résolutions du problème des stylos

2. Mise en œuvre en classe (situations suivant niveau)

Temps 3 : Présentiel (durée : 2h) **Mardi 14 /12/2021**

1. Retour sur la situation des stylos et les variables numériques

2. Analyse d'erreurs et étayages

3. Manuels et ressources

4. Programmation sur le cycle

ACADÉMIE
DE TOULOUSE
Liberté
Égalité
Fraternité

SOMMAIRE

Enseigner la proportionnalité au cycle 3 :

1. Quels enjeux ? Quels objectifs ?

2. Quelles propriétés ?

3. Dans quels domaines ?

4. Éléments de progression et repères annuels

Enseigner la proportionnalité : Quels enjeux ?

► La notion de proportionnalité, qui est en prise directe avec la **vie courante,** est un incontournable de **toutes les disciplines scientifiques.** C'est pourquoi **l'initiation aux raisonnements propres à la proportionnalité** est si importante.

► L'apprentissage de la proportionnalité s'inscrit dans la durée.

La résolution de problèmes de proportionnalité est un thème mathématique dont l'étude s'étend **de l'école primaire aux classes post-bac**calauréat.

Elle est particulièrement propice au développement des six compétences travaillées en mathématiques : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.

Enseigner la proportionnalité : Quels enjeux ?

CHERCHER : tester, essayer plusieurs pistes de résolution de problèmes.

MODÉLISER : apprendre à modéliser des situations concrètes ;
reconnaître si elles relèvent ou non de la proportionnalité.

REPRÉSENTER : se questionner sur le caractère proportionnel d'une situation représentée dans des domaines tels que la géographie, l'histoire, les sciences et la technologie, l'éducation physique et sportive, etc.

RAISONNER : chacune des étapes de résolution d'un problème relevant de la proportionnalité fait appel au raisonnement (compréhension de l'énoncé, identification d'une situation de proportionnalité, recherche, production et rédaction d'une solution).

CALCULER : les modalités de calcul mises en œuvre (calcul mental, calcul en ligne, calcul posé ou calcul instrumenté) varieront en fonction des nombres en jeu et de l'état des connaissances des élèves.

COMMUNIQUER : l'explicitation de la démarche de résolution fait appel à un réel travail de communication tant à l'oral qu'à l'écrit.

La proportionnalité dans les programmes

BO LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

2016

Reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : **propriétés de linéarité** (additive et multiplicative), **passage à l'unité**, **coefficient de proportionnalité**. Appliquer un pourcentage.

Présence de la proportionnalité dans chacun des domaines mathématiques. **Plusieurs raisonnements** clairement indiqués à connaître et savoir utiliser.

Les ressources d'accompagnement des programmes

https://eduscol.education.fr/251/mathematiques-cycle-3

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation
CYCLES 2 3 4
MATHÉMATIQUES
Proportionnalité

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Proportionnalite/95/5/RA16_C3_MATH_doc_maitre_proport_N.D_576955.pdf

Dès le cycle 2, les élèves ont été confrontés à des situations de proportionnalité dans le cadre de la résolution de problèmes multiplicatifs.

Exemple : Un manuel de mathématiques pèse 340 g.
Combien pèsent 5 manuels identiques ?

Ces problèmes préparent les élèves à la reconnaissance de situations de proportionnalité et à leur résolution par une procédure utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre.

Au cycle 3, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes mathématiques (*Nombres et calculs, Grandeurs et mesures* et *Espace et géométrie*).
Elle pourra aussi être illustrée ou réinvestie dans d'autres disciplines : problèmes d'échelle, de vitesse, de pourcentage (histoire et géographie, éducation physique et sportive, sciences et technologie), problèmes d'agrandissement et de réduction (arts plastiques, sciences).

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation
CYCLES 2 3 4
MATHÉMATIQUES
Proportionnalité

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Proportionnalite/95/5/RA16_C3_MATH_doc_maitre_proport_N.D_576955.pdf

Les situations problèmes proposées seront des situations auxquelles les élèves pourront **donner du sens** et pour lesquelles ils pourront **mettre en œuvre diverses procédures** utilisant :

- la propriété de **linéarité pour l'addition** ;
- la propriété de **linéarité pour la multiplication** par un nombre ;
- les propriétés de linéarité pour l'addition **et** pour la multiplication par un nombre = procédure **mixte** ou hybride;
- le **passage par l'unité** *(règle de 3)* ;
- le **coefficient de proportionnalité** *(produit en croix)*.

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation — CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Proportionnalité

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Proportionnalite/95/5/RA16_C3_MATH_doc_maitre_proport_N.D_576955.pdf

La construction de ce répertoire de procédures se fera progressivement tout au long du cycle 3.

L'efficacité des différentes procédures sera mise en relation avec les nombres en jeu.

L'objectif n'est pas de mettre en avant telle ou telle procédure particulière, mais de permettre à l'élève de disposer d'un **répertoire de procédures**, s'appuyant toujours sur le **sens**, parmi lesquelles il pourra choisir en fonction des nombres en jeu dans le problème à résoudre.

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation — CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Proportionnalité

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Proportionnalite/95/5/RA16_C3_MATH_doc_maitre_proport_N.D_576955.pdf

Confronter les élèves à des situations de la vie courante relevant de la proportionnalité permet l'apprentissage et la mobilisation de procédures différentes pour résoudre des problèmes dans des contextes variés.

Les différentes procédures devront être oralisée en termes similaires, afin de permettre aux élèves de les réinvestir dans différents registres (numérique, géométrique, scientifique, géographique, sportif, etc.) tout en comprenant qu'elles relèvent de la même notion.

Confronter les élèves à des situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité est une stratégie d'enseignement qui permet de lui donner du sens.

Si je mesure 1 mètre à 10 ans, je peux mesurer 2 mètres à 20 ans mais sûrement pas 4 mètres à 40 ans et je sais aussi que je ne mesurais pas 10 centimètres à 1 an. »

ACADÉMIE
DE TOULOUSE
Liberté
Égalité
Fraternité

SOMMAIRE

Enseigner la proportionnalité au cycle 3 :

1. Quels enjeux ? Quels objectifs ?

2. Quelles propriétés ?

3. Dans quels domaines ?

4. Éléments de progression et repères annuels

Une situation de proportionnalité

► Problème à résoudre

Pendant le premier confinement, avec les 25 litres de peinture qu'il me restait, j'ai réussi à couvrir 175 m^2 de murs.

Quelle surface aurais-je pu couvrir avec 60 litres de peinture ?

Une situation de proportionnalité

► Quelles procédures ?

25 : 5 = 5 → 175 : 5 = 35
5 x 12 = 60 → 35 x 12 = 420
Avec 60 litres de peinture, je peux couvrir un mur de 420 m².
J'utilise la linéarité.

Calcul du coefficient directeur : 175 : 25 = 7

Peinture (l)	25	60
Surface peinte (m2)	175	420

x 7

J'aurais donc pu peindre une surface de 420 m2 de mur avec 60 litres de peinture.

Procédure 1
25 L → 175 m²
60 L → ?
(60x175) : 25 = 420 m²
J'aurais pu couvrir 420 m² avec 60 litres de peinture.

Procédure utilisée : le produit en croix

Procédure 2

Avec 25 L , je couvre 175 m².
1 litre, c'est 25 fois moins que 25 L.
25 fois moins que 175 m² c'est 7 m².
Avec 1 litre, je couvre 7 m².
60 litres, c'est 60 fois plus que 1 litre.
60 fois plus que 7 m² c'est 420 m².
Avec 60 litres de peinture, j'aurais pu couvrir 420 m².

Procédure utilisée : le passage par l'unité.

175/5 = 35
Avec 5 litres de peinture, je recouvre 35 m².
35x12 = 420
Avec 60 litres de peinture, je recouvre 420 m².

J'ai commencé par décomposer 60 = 50 +10

x2 :5

Litres	25	50	10	60
m2	175	350	70	

Litres	25	50	10	60
m2	175	350	70	420

+

50 litres + 10 litres =60 litres
350 m² + 70 m² =420 m2

Une situation de proportionnalité

► **Problème à résoudre**

Pendant le premier confinement, avec les 25 litres de peinture qu'il me restait, j'ai réussi à couvrir 175 m^2 de murs.

Quelle surface aurais-je pu couvrir avec 60 litres de peinture ?

► **Quelles procédures ?**

~ 23% : procédure **hybride** (linéarité additive et multiplicative)

~ 46% : procédure de **passage par l'unité** (règle de 3)

~ 32% : procédure utilisant le **coefficient de proportionnalité** *(produit en croix, règle de 3)*.

Les propriétés de linéarité

► Propriété multiplicative

$\times 2$

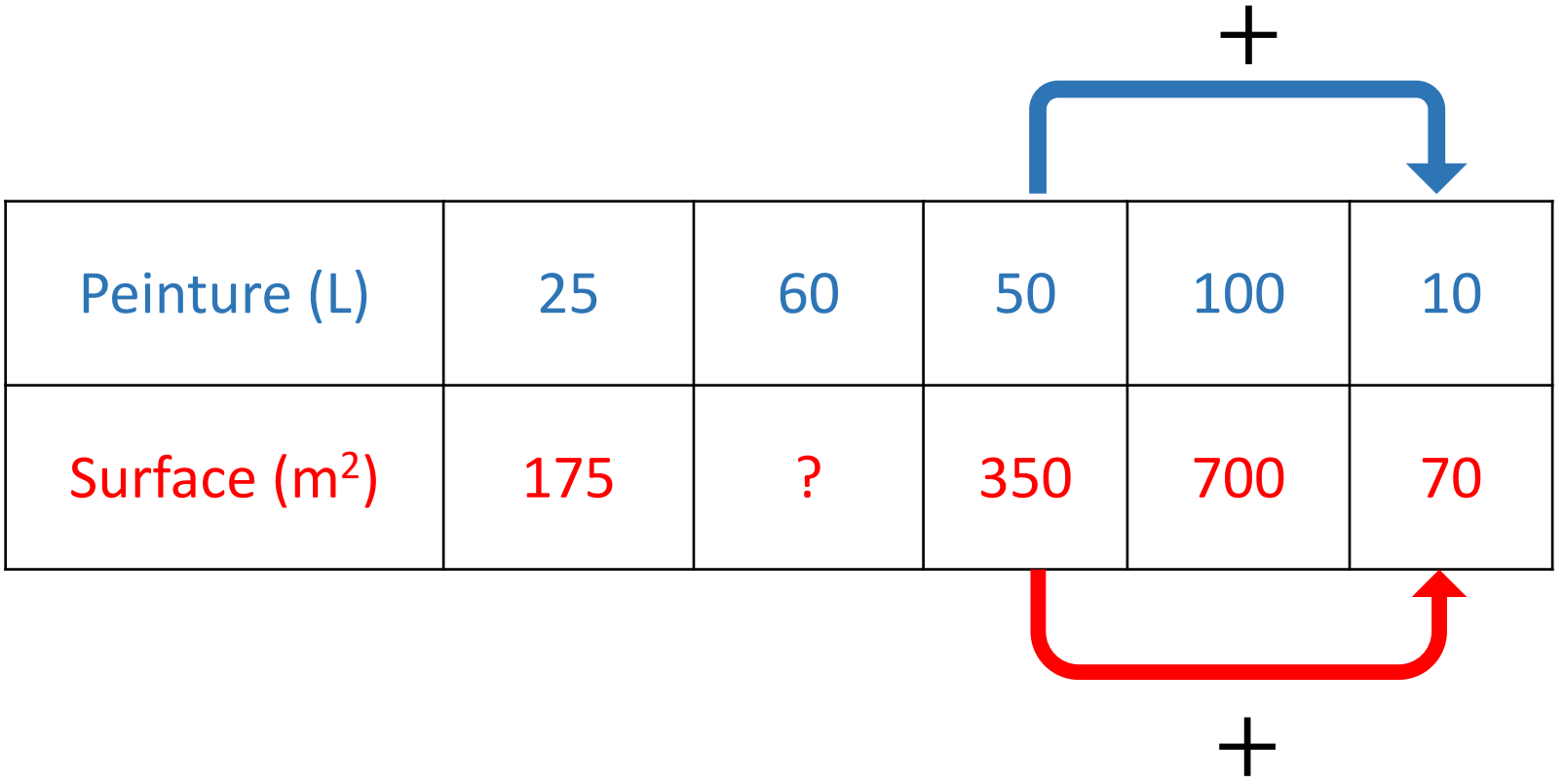
Peinture (L)	25	60	50	100	10
Surface (m^2)	175	?	350	700	70

$\times 2$

$$f(50) = f(2\times 25) = 2\times f(25) = 2\times 175 = 350$$

Les propriétés de linéarité

► Propriété additive



$$f(60) = f(50 + 10) = f(50) + f(10) = 350 + 70 = 420$$

Les propriétés de linéarité

► Exemple d'application dès le cycle 2

En empilant 4 cubes identiques on obtient une tour de 22 cm de hauteur.
Quelle est la hauteur d'une tour obtenue en empilant 12 cubes ? 40 cubes ?

Pour trouver la hauteur d'une tour de 12 cubes, il suffit d'empiler 4 cubes, puis 4 cubes puis encore 4 cubes, ce qui donne 22 + 22 + 22 = 66 cm.

Cette procédure est une mise en œuvre de la propriété de **linéarité additive**.

Pour 40 cubes, l'addition réitérée n'est plus pertinente.
Mais on peut tout à fait attendre d'un élève de CE2 le raisonnement suivant « *empiler 40 cubes c'est empiler 10 fois 4 cubes* » ce qui débouche sur une hauteur de 10 × 22 cm = 220 cm.

Cette procédure est une mise en œuvre de la propriété de **linéarité multiplicative**.

Le coefficient de proportionnalité

► **Passage par l'unité** : procédure qui garde le sens

25 L → 175 m^2

1 L → 7 m^2 (175 : 25)

60 L → 420 m^2 (60 x 7)

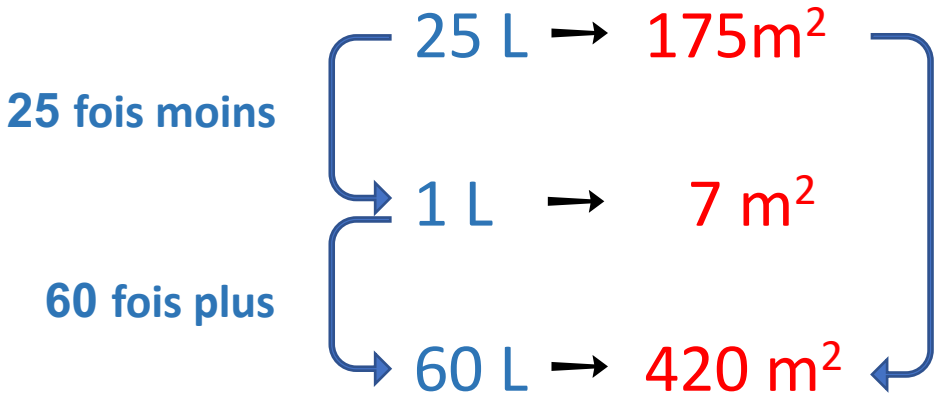
Raisonnement explicite :

Pour couvrir 175 m^2 de mur, il faut 25 L de peinture.
1 L c'est 25 fois moins que 25 litres. 25 fois moins que 175 litres, c'est 7 litres.
Avec 1 litre, je peux couvrir une surface de 7 m^2.
60 L c'est 60 fois plus que 1 L. Avec 60 L, je peux couvrir 60 fois plus que 7 m^2.
60 fois plus que 7 m^2, c'est 420 m^2.
Avec 60 L, je peux couvrir une surface de 420 m^2.

Le coefficient de proportionnalité

► **Règle de trois** : coefficient de proportionnalité **implicite**

Résultat intermédiaire dans un calcul automatisé.



$$\frac{175}{25} \times 60 = 420$$

Raisonnement implicite :

C'est une méthode permettant de déterminer une *quatrième proportionnelle*. Plus précisément, trois nombres étant donnés, la règle de trois permet, à partir de l'égalité des produits en croix, de trouver le quatrième.

Le coefficient de proportionnalité (2)

► Recherche du coefficient de proportionnalité

Cette procédure fait intervenir la fonction linéaire sous-jacente qui met en correspondance 2 grandeurs (2 séries de nombres)

x	25	60
$y = f(x)$	175	?

x a

$$a = \frac{y}{x} = 7$$

Le coefficient de proportionnalité est le **rapport** : $\frac{y}{x}$

Le coefficient de proportionnalité (3)

► **Produit en croix :** coefficient de proportionnalité **implicite** donné par l'égalité des fractions.

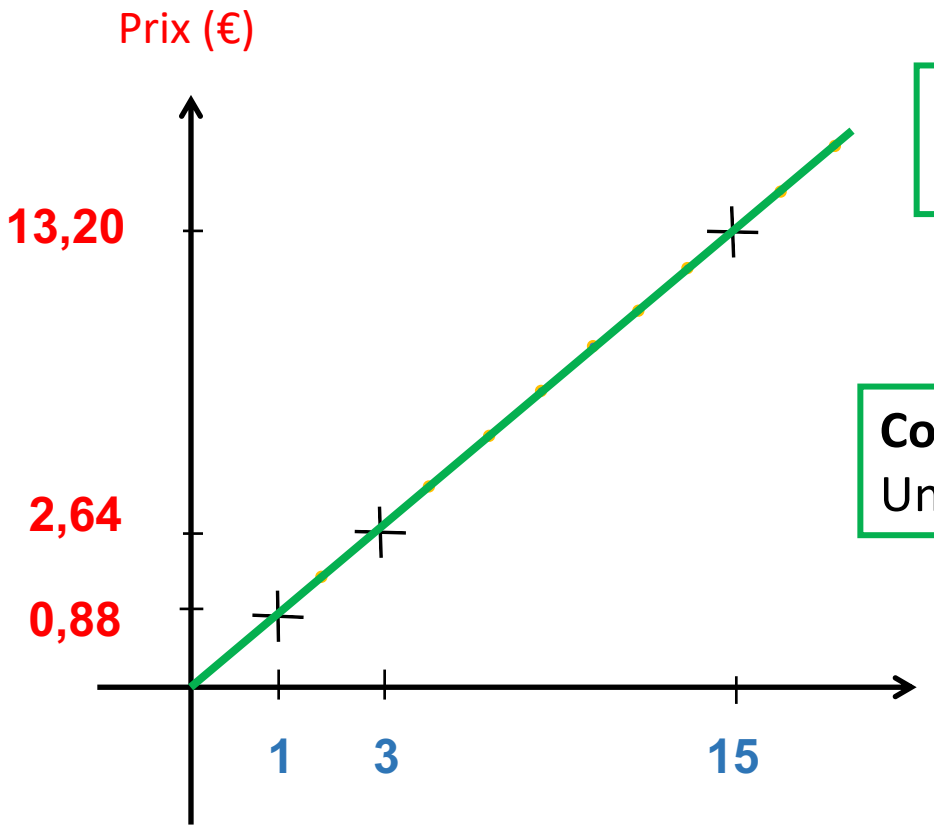
x	25	60
$y = f(x)$	175	x

$$\frac{175}{25} = \frac{x}{60} = a \quad \Rightarrow \quad \frac{175 \times 60}{25 \times 60} = \frac{x \times 25}{60 \times 25} \quad \Rightarrow \quad 175 \times 60 = x \times 25$$

$$x = \frac{175 \times 60}{25}$$

Situation d'achat de baguettes à 0,88 € l'unité

Nombre de baguettes	1	3	15
Prix à payer (€)	0,88	2,64	13,20

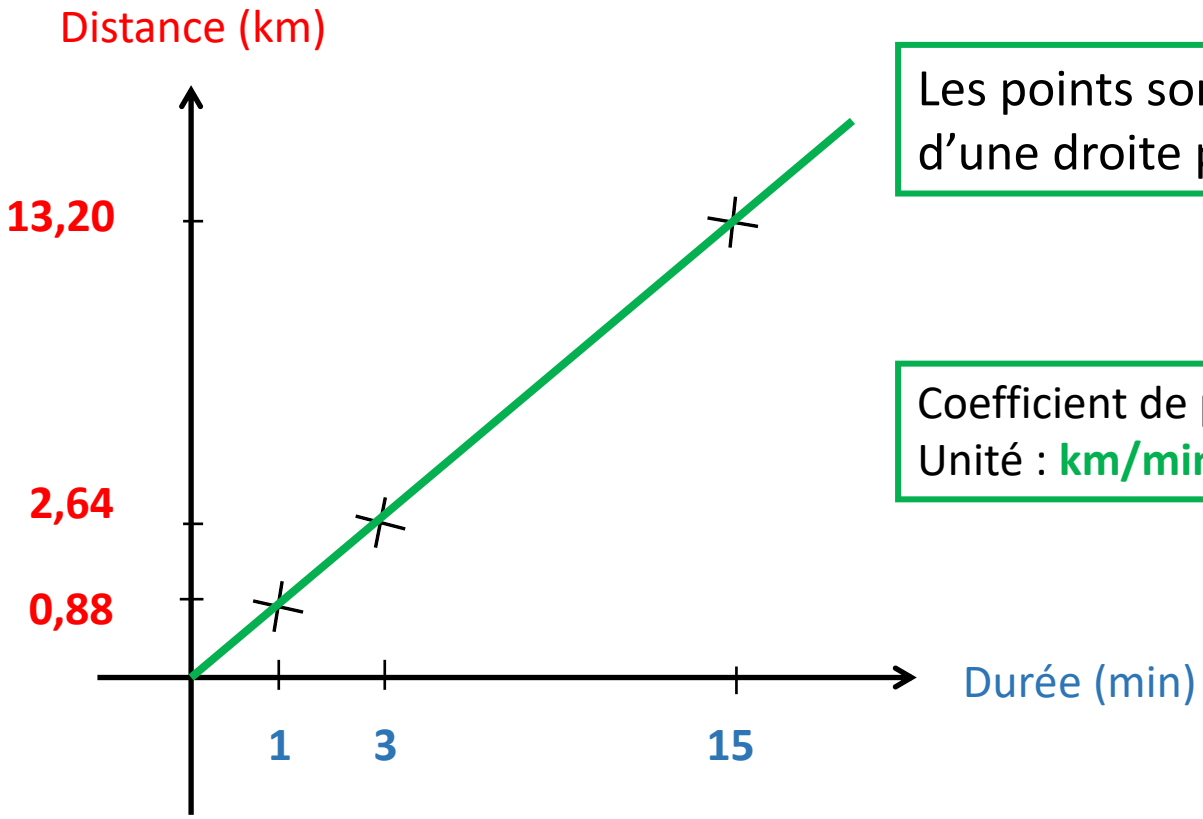


Les points sont alignés le long d'une droite passant par l'origine.

Coefficient de proportionnalité : **0,88**
Unité : **€/baguette**

Situation d'un taxi qui roule à vitesse constante

Durée (min)	1	3	15
Distance (km)	0,88	2,64	13,20



Les points sont alignés le long d'une droite passant par l'origine.

Coefficient de proportionnalité : **0,88**
Unité : **km/min**

Linéarité additive dans les différents domaines

- Domaine **NOMBRES ET CALCULS**

  8 x 10 = 80 et 8 x 3 = 24

  8 x 13 = 8 x (10 + 3) = (8 x 10) + (8 x 3) = 80 + 24

- Domaine **GRANDEURS ET MESURES**

  5 kg de pommes coutent 6,40 € et 3 kg coutent 3,84€.

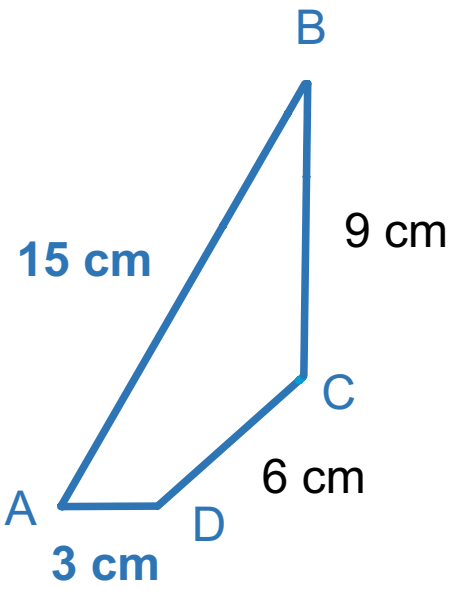
  2kg (5 kg - 3kg) de pommes coutent donc 2,56 € (6,40 € - 3,84 €)

- Domaine **ESPACE ET GÉOMÉTRIE**

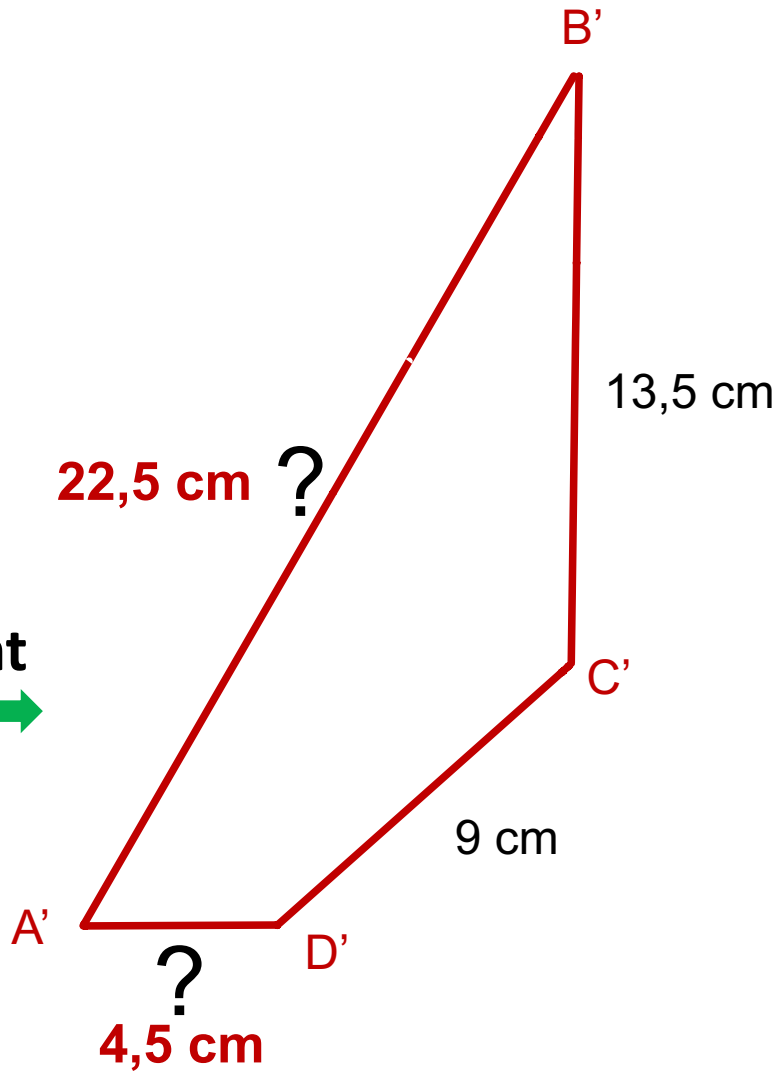
  Agrandissement/réduction de figures

Atelier : 5 minutes *(Linéarité additive)*

► Il faut trouver les longueurs des deux côtés de la figure agrandie en n'utilisant que des **additions** et des **soustractions**.



Agrandissement



Linéarité multiplicative dans les différents domaines

► Domaine **NOMBRES ET CALCULS**

On connaît 7 x 13 = 91 et on cherche 35 x 13 = ?

35 est le quintuple de 7, donc 35 x 13 est le quintuple de 91

→ (7 x 5) x 13 = 5 x (7 x 13) = 5 x 91 = 455

► Domaine **GRANDEURS ET MESURES**

J'ai acheté 35 mangas, tous au même prix. Cela m'a coûté 252€.

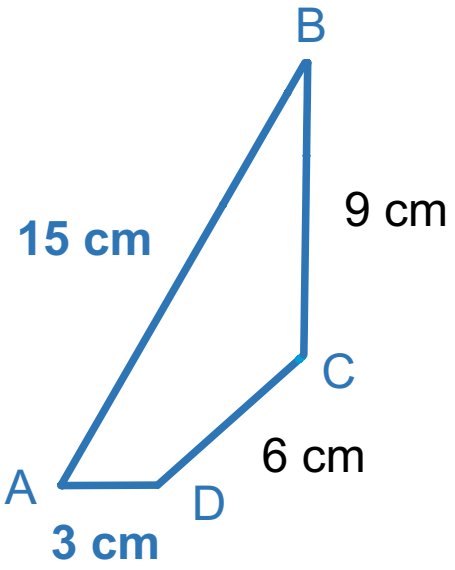
Combien ma sœur va-t-elle payer pour 5 mangas ?

► Domaine **ESPACE ET GÉOMÉTRIE**

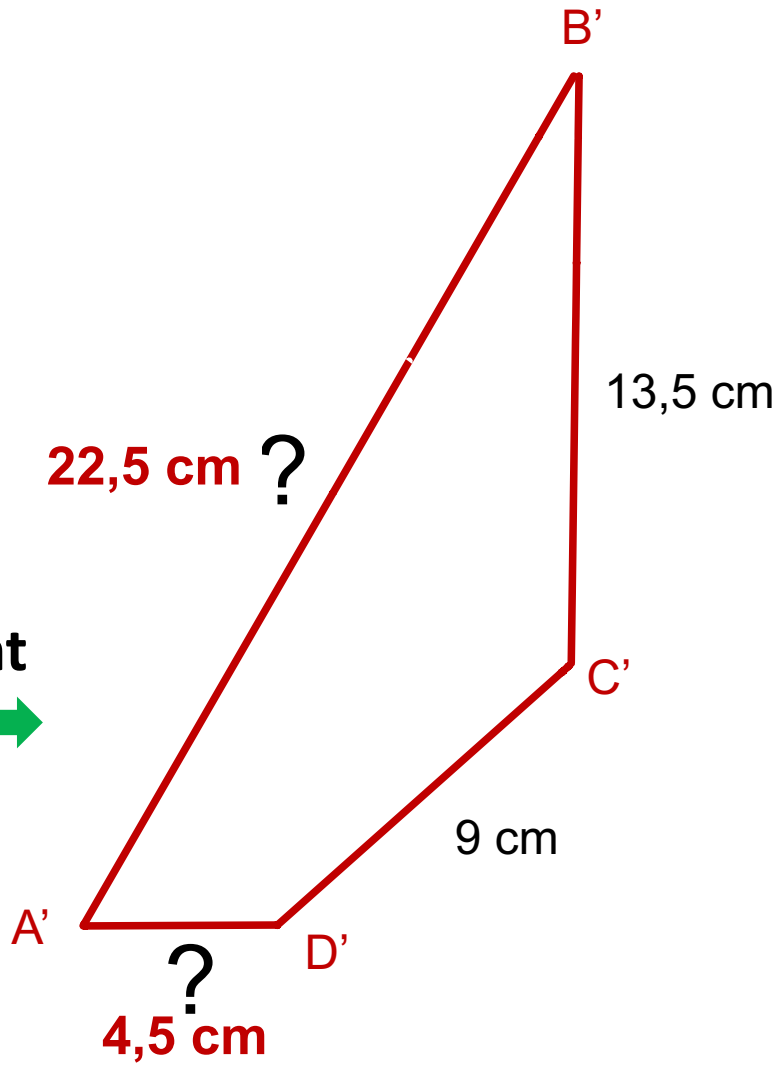
Dans un **agrandissement** ou une **réduction**, les longueurs sur la figure agrandie ou réduite sont proportionnelles aux longueurs associées sur la figure initiale.

Atelier : 5 minutes *(Linéarité multiplicative)*

► Il faut trouver les longueurs des deux côtés de la figure agrandie en n'utilisant que des **multiplications** et des **divisions**.



Agrandissement



Coefficient de proportionnalité = coefficient d'agrandissement

ACADÉMIE
DE TOULOUSE
Liberté
Égalité
Fraternité

SOMMAIRE

Enseigner la proportionnalité au cycle 3 :

1. Quels enjeux ? Quels objectifs ?

2. Quelles propriétés ?

3. Dans quels domaines ?

4. Éléments de progression et repères annuels

Tables de multiplications lacunaires

Table de 7	
1	7
2	14
4	28
8	56

3 x 7 = ? (1 x 7) + (2 x 7)

6 x 7 = ? 2 x (3 x 7)
(4 x 7) + (2 x 7)

7 x 7 = ? (5 x 7) + (2 x 7)
(4 x 7) + (3 x 7)

9 x 7 = ? (8 x 7) + (1 x 7)

13 x 7 = ? (10 x 7) + (3 x 7)

« cinq fois sept, c'est quatre fois sept et un(e) fois sept »

Division partition

Exemple où 20 8 permet de trouver la **valeur d'une part**.

8 tartelettes valent 20 euros.
Combien vaut 1 tartelette ?

Nombre de parts	1	8
Valeur (€)	**?**	20

Division quotition

Exemple où 20 8 permet de trouver le **nombre de parts**.

1 kg de figues vaut 8 euros.
Quelle masse de figues pour 20 euros ?

Nombre de parts	?	1
valeur	20	8

Divisions

Les divisions (partition et quotition) dépendent du contexte de l'exercice proposé.

Les situations de division partition sont généralement mieux réussies que les situations de division quotition.

Partition : Valeur d'une part ?

Ex : On divise des € par des tartelettes → € / tartelette

Quotition : Nombre de part ?

Ex : On divise des € par des € / kg → kg

Les changements d'unités

- le **change** de monnaies (€ / $…)

- le **changement d'unités** de mesures internationales (1 pouce = 2,54 cm).

Le changement d'**unité** (38,4 **dm** = 0,0384 **hm**) relève plus de la **numération décimale de position** que de la proportionnalité (le coefficient de proportionnalité est 10, 100, 1000…)

Un tableau de conversion est une sorte de tableau de proportionnalité avec des coefficients qui sont des puissances de 10.

Ceci touche plus à la numération qu'à la proportionnalité…

Comparaison de proportions

Pierre mélange 4 cl de sirop et 11 cl d'eau.
Léa mélange 6 cl de sirop et 19 cl d'eau.
Quelle boisson a le plus de goût ?

1. À volume égal de sirop, on compare les volumes **d'eau** :

Pierre		Léa	
eau	**sirop**	**eau**	sirop
11 cl (x3) **33 cl**	4 cl (x3) **12 cl**	19 cl (x2) **38 cl**	6 cl (x2) **12 cl**

Moins d'eau
→ Plus de goût.

2. À volume égal d'eau, on compare les volumes de **sirop** :

Pierre		Léa	
eau	**sirop**	**eau**	**sirop**
11 cl (x19) **209 cl**	4 cl (x19) **76 cl**	19 cl (x11) **209 cl**	6 cl (x11) **66 cl**

Plus de sirop
→ Plus de goût.

Taux de pourcentages

Pourcentage = expression d'une proportion pour cent unités.
= coefficient de proportionnalité qui s'écrit comme une fraction de dénominateur 100

Système efficace pour comparer des proportions :

Dans la classe de Lisa il y a 27 élèves dont 13 filles.

Dans celle de Jean il y a 23 élèves dont 12 filles.

Dans quelle classe y a-t-il le plus de filles?

► additif : 13 > 12

Dans quelle classe les filles sont-elles le plus représentées ?

► multiplicatif : 48% contre 52%

Vitesse constante

$d = v \times t$

Dans cette expression, la vitesse « *v* » **constante** apparaît comme le coefficient de proportionnalité qui lie distance « *d* » et durée « *t* ».

Un train roule à vitesse constante de 120 km/h pendant 2h30. Quelle distance a-t-il parcourue ?

120 km $\leftrightarrow$ 1 heure 60 km $\leftrightarrow$ $\frac{1}{2}$ heure

► 120 + 120 + 60 = 300 km en 2h30

Les échelles

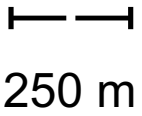
Il existe plusieurs types d'échelles sur les cartes et les plans mais tous expriment une relation de proportionnalité entre distance réelle et distance représentée.

$$\text{Échelle} = \frac{\text{Distance sur le plan}}{\text{Distance réelle}}$$

Les distances sont exprimées dans la même unité !

Les échelles peuvent être données de manières différentes :

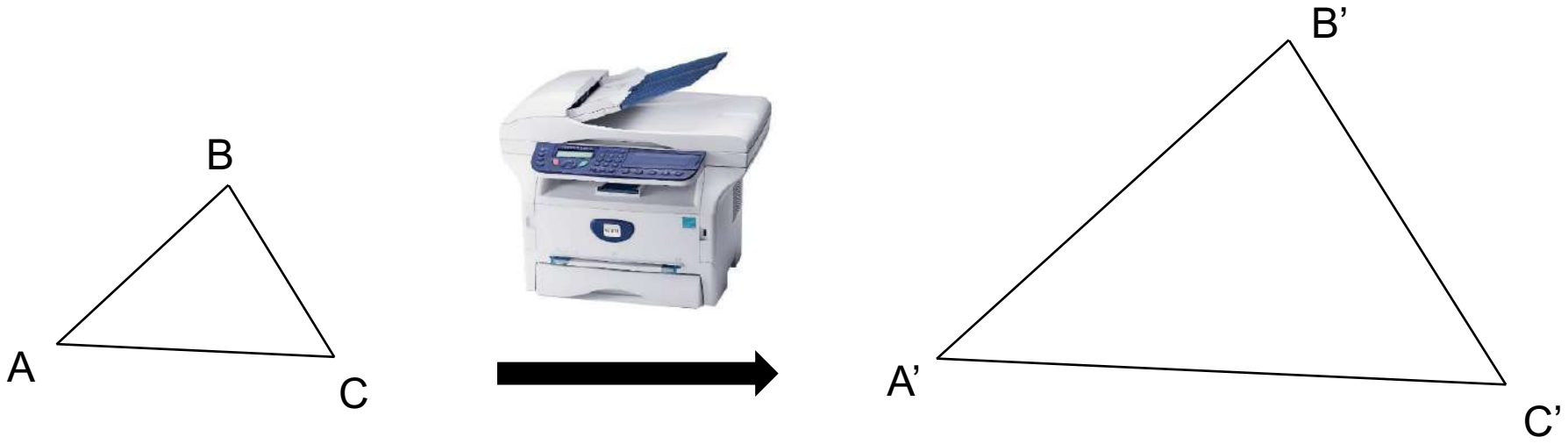
1/25 000 1 cm représente 250 m



À l'école élémentaire, on utilise les échelles pour calculer la distance réelle connaissant la distance représentée (ou l'inverse).

Proportionnalité en géométrie

Agrandissement – réduction



Par superposition, **les angles sont conservés** et par mesurage, les longueurs des côtés sont proportionnelles (*coef. d'agrandissement = coef. de proportionnalité*).

Le mot agrandissement est ambigu. En effet dans le langage courant un agrandissement désigne généralement une augmentation sans conservation des rapports (*agrandir une maison* par exemple). Alors qu'en mathématiques il désigne une transformation qui conserve les proportions (au sens des homothéties). Cette polysémie peut être la source d'obstacles.

https://media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf

ACADÉMIE
DE TOULOUSE
Liberté
Égalité
Fraternité

SOMMAIRE

Enseigner la proportionnalité au cycle 3 :

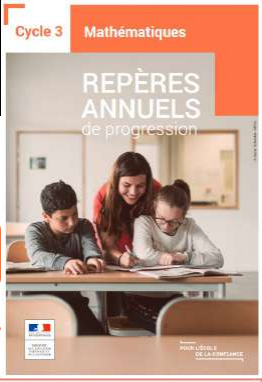
1. Quels enjeux ? Quels objectifs ?

2. Quelles propriétés ?

3. Dans quels domaines ?

4. Éléments de progression et repères annuels

La proportionnalité dans les programmes



REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION POUR LE CYCLE 3

NOMBRES ET CALCULS (suite)

La résolution de problèmes

Problèmes relevant de la proportionnalité

Le recours aux propriétés de linéarité (multiplicative et additive) est privilégié. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples verbalisés (« Si j'ai deux fois, trois fois… plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois… plus d'ingrédients » ; « Je dispose de briques de masses identiques. Si je connais la masse de 7 briques et celle de 3 briques alors je peux connaître la masse de 10 briques en faisant la somme des deux masses »). Dès la **période 1**, des situations de proportionnalité peuvent être proposées (recettes...). L'institutionnalisation des propriétés se fait progressivement à partir de la **période 2**.	Dès la **période 1**, le passage par l'unité vient enrichir la palette des procédures utilisées lorsque cela s'avère pertinent. À partir de la **période 3**, le symbole % est introduit dans des cas simples, en lien avec les fractions d'une quantité (50 % pour la moitié ; 25 % pour le quart ; 75 % pour les trois quarts ; 10 % pour le dixième).	Tout au long de l'**année**, les procédures déjà étudiées en CM sont remobilisées et enrichies par l'utilisation explicite du coefficient de proportionnalité lorsque cela s'avère pertinent. Dès la **période 2**, en relation avec le travail effectué en CM, les élèves appliquent un pourcentage simple (en relation avec les fractions simples de quantité : 10 %, 25 %, 50 %, 75 %). Dès la **période 3**, ils apprennent à appliquer un pourcentage dans des registres variés.

GRANDEURS ET MESURES (suite)

Proportionnalité

Les élèves commencent à identifier et à résoudre des problèmes de proportionnalité portant sur des grandeurs.	Des situations très simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.	Sur des situations très simples en relation avec l'utilisation d'un rapporteur, les élèves construisent des représentations de données sous la forme de diagrammes circulaires ou semi-circulaires.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

La proportionnalité

	Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un rapport simple donné (par exemple $\times \frac{1}{2}$, $\times 2$, $\times 3$).	Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un rapport plus complexe qu'au CM2 (par exemple $\frac{3}{2}$ ou $\frac{3}{4}$) ; ils reproduisent une figure à une échelle donnée et complètent un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée à partir de la connaissance d'une des mesures agrandie ou réduite.

La proportionnalité dans les programmes

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE DE CM1

Problèmes relevant de la proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- Dans chacun des trois domaines « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie » des problèmes relevant de la proportionnalité sont proposés à l'élève.
- Il mobilise pour les traiter des formes de raisonnement spécifiques et des procédures adaptées, comme les propriétés de linéarité (additive et multiplicative).

Exemples de réussite

- Indique si les affirmations sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.
  – Si Max mesure 1 m 10 cm à 9 ans, il mesurera 2 m 20 cm à 18 ans.
  – Si je prends 5 litres d'essence, je paie 8€. Si je prends 15 litres, je paierai 24 €.
  – Si 4 billes identiques pèsent 20 g, que 8 billes pèsent 40 g alors 2 billes pèsent 10 g.
- Sachant qu'une bouteille coûte 2€, complète le tableau suivant :

Nombre de bouteilles achetées	2	4	6	8	10	12	15	20	30	50
Prix payé										

- Il résout des situations de type : « si j'ai deux fois, trois fois… plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois… plus d'ingrédients » ; « je dispose de briques de masses identiques. Si 10 briques pèsent 5 kg, combien pèsent 25 briques ? »

La proportionnalité dans les programmes

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE DE CM1

Proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- L'élève identifie une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation.

Exemples de réussite

- Léa possède une recette pour fabriquer un gâteau pour quatre personnes. Pour ce gâteau, il faut : 2 œufs, 30 cL de crème fraîche, 110 g de sucre, 150 g de farine.
  Quelle quantité de chaque ingrédient faudra-t-il à Léa si elle veut faire un gâteau pour :
  – 8 personnes ?
  – 2 personnes ?
  – 6 personnes ?
  – 10 personnes ?

La proportionnalité dans les programmes

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE DE CM2

Problèmes relevant de la proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- Dans chacun des trois domaines « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie » des problèmes relevant de la proportionnalité sont proposés à l'élève.
- Il mobilise pour les traiter des formes de raisonnement spécifiques et des procédures adaptées : les propriétés de linéarité (additive et multiplicative), le passage à l'unité, le coefficient de proportionnalité.

Exemples de réussite

- Indique si les affirmations sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.
  – Quand je monte 5 marches, je m'élève de 100 cm, donc si je monte 10 marches, je m'élève de 2 m.
  – Quand je monte 5 marches, je m'élève de 100 cm, donc si je monte 8 marches, je m'élève de 160 cm.
  – Si Max pèse 30 kg à 10 ans, il pèsera 60 kg à 20 ans.
  – Si je prends 5 litres d'essence, je paie 8 €, donc si je prends 15 litres, je paierai 24 €.
  – Si 4 billes identiques pèsent 20 g, que 8 billes pèsent 40 g, alors 2 billes pèsent 10 g.
  On peut donner (ou non) des informations supplémentaires (exemple : les marches sont identiques)
- Au marché, un kilogramme de fraises vaut 12 €. Combien valent alors :
  500 g de fraises ? 200 g de fraises ? 2 kg 250 g de fraises ?
- La recette pour un dessert au chocolat nécessite pour 4 personnes :
  100 g de sucre, 60 g de chocolat, 1 litre de lait.
  Quelle quantité de chaque ingrédient faudrait-il pour confectionner ce dessert pour :
  6 personnes ? 5 personnes ?

La proportionnalité dans les programmes

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE DE CM2

Proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- L'élève identifie une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation. Des situations simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.

Exemples de réussite

- Par-delà le travail conduit à partir de cartes ou de plans, les élèves peuvent compléter des tableaux de type :

Echelle	1/10	1/50	1/200	
Distance sur la carte	40 cm	20 cm		20 cm
Distance réelle			4 m	20 km

- En roulant à une vitesse constante de 80 km/h, quelle distance est-ce que je parcours en une heure ?
- Quelle est ma vitesse si je parcours 55 km en une demi-heure ?

La proportionnalité dans les programmes

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE DE 6E

Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul

- Il remobilise les procédures déjà étudiées pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et les enrichit par l'utilisation du coefficient de proportionnalité.
- L'élève sait exprimer un coefficient de proportionnalité sous la forme d'une fraction. Exemple :

Longueur du côté d'un carré avant agrandissement (cm)	3
Longueur du côté d'un carré après agrandissement (cm)	7

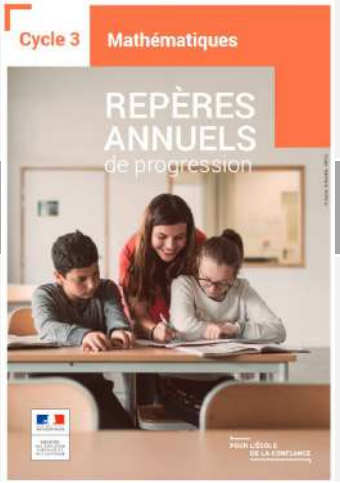
Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques

Proportionnalité

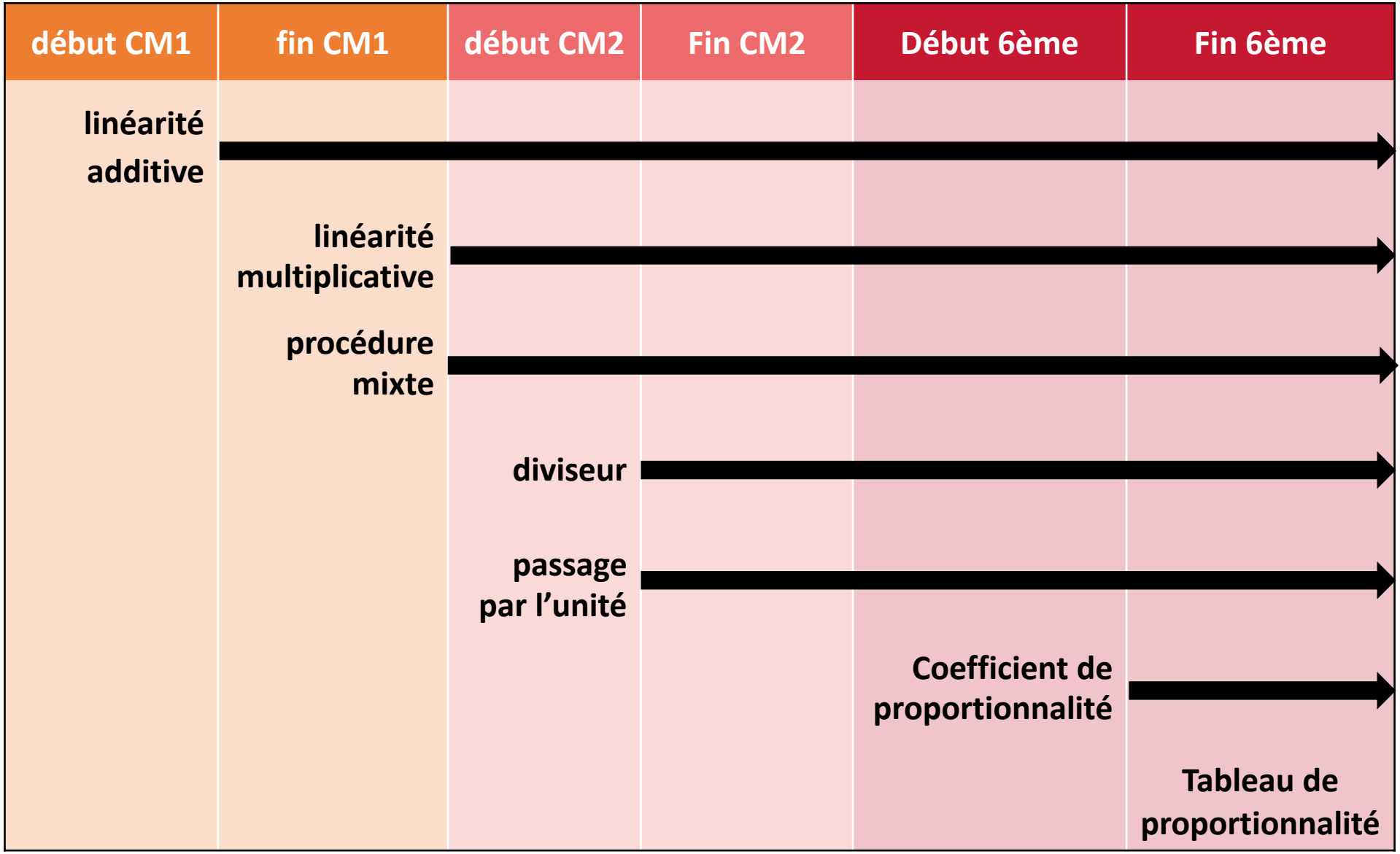
- Il reproduit une figure en respectant une échelle donnée.

Repères annuels de progression

CM1	CM2	6e
NOMBRES ET CALCULS		
Le recours aux propriétés de **linéarité** (multiplicative et additive) est privilégié. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples verbalisés (« Si j'ai deux fois, trois fois…plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois… plus d'ingrédients » […]	Dès la **période 1**, le **passage par l'unité** vient enrichir la palette des procédures utilisées lorsque cela s'avère pertinent. À partir de la **période 3**, le **symbole %** est introduit dans des cas simples, […]	[…] utilisation explicite du **coefficient de proportionnalité** lorsque cela s'avère pertinent. […]les élèves appliquent un **pourcentage** simple (en relation avec les fractions simples de quantité : 10 %, 25 %, 50 %, 75 %). […]
GRANDEURS ET MESURES		
Les élèves commencent à identifier et à résoudre des problèmes de proportionnalité portant sur des **grandeurs**.	Des situations très simples impliquant des **échelles** et des **vitesses constantes** peuvent être rencontrées.	[…], les élèves construisent des **représentations** de données sous la forme de diagrammes circulaires ou semi-circulaires.
ESPACE ET GÉOMÉTRIE		
	Les élèves **agrandissent ou réduisent une figure** dans un rapport simple donné (par exemple x1/2, x2, x3).	[…] ils reproduisent une figure à une **échelle** donnée […]



Repères de progression des procédures attendues



Enseigner la proportionnalité au cycle 3

Parcours obligatoire de 6 heures

D'ici à mardi 14 /12/2021

Temps 2 : Temps de travail librement géré (durée : 2h)

1. Résolution du problème des stylos (enseignants → questionnaire par mail)
2. Mise en œuvre en classe (situations suivant niveau)

Quatre énoncés de problèmes relevant de la proportionnalité, dont seules les valeurs numériques changent, sont proposés.

A. Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros, combien valent 14 stylos ?

B. Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros, combien valent 8 stylos ?

C. Sachant que 4 stylos valent 2 euros, combien valent 8 stylos ?

D. Sachant que 4 stylos valent 2 euros, combien valent 14 stylos ?

La difficulté de résolution varie en fonction des nombres en jeu.

Enseigner la proportionnalité au cycle 3

Parcours obligatoire de 6 heures

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation
CYCLES 2 3 4
MATHÉMATIQUES
Proportionnalité

1. Résoudre chaque problème et préciser la propriété ou procédure employée.

2. Ranger les problèmes (A-B-C-D) dans l'ordre croissant de difficulté.

3. Choisir le problème le mieux adapté au niveau de vos élèves et leur donner à résoudre individuellement et par écrit.

- ☐ Linéarité additive
- ☐ Linéarité multiplicative
- ☐ Passage par l'unité
- ☐ Coefficient de proportionnalité
- ☐ Règle de 3
- ☐ Produit en croix

4. Repérer des procédures d'élèves différentes (qu'elles soient justes ou fausses) et en garder une trace pour le temps 3.

ACADÉMIE
DE TOULOUSE
Liberté
Égalité
Fraternité

CIRCONSCRIPTION DE FONSORBES
Formation continue 2021-2022

ENSEIGNER LA PROPORTIONNALITÉ AU CYCLE 3

Merci pour votre attention et votre participation