

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



MathÉsciences31

Enseigner la résolution de problèmes au cycle 2

Premier temps de la formation

FORMATION
2018 - 2019

Objectifs des 9 h de formation

Apporter des savoirs mathématiques, théoriques, didactiques et pédagogiques pour l'enseignement de la résolution de problèmes :

- Typologies et classifications des problèmes
- Exemples de mise en œuvre
- Analyse de pratiques et de travaux d'élèves
- Difficultés des élèves et différenciation pédagogique
- Autres gestes professionnels



Tout le parcours est à suivre sur M@gistère
(ressources, dépôts de travaux, forum des questions)

MODULE de 9 h - Parcours des enseignants – Enseigner la résolution de problèmes au cycle 2

Objectifs : apports théoriques, didactiques et pistes de mise en œuvre pédagogique

Temps 1 – 3 heures
par les CPD - CPC - IEN

Math  sciences31

1. Cadre institutionnel et mesures nationales

2. Les problèmes pour apprendre

- Classification des problèmes des champs additif et multiplicatif, *Vergnaud, Houdement*

Atelier 1: classer des problèmes

- Points de vigilance dans le choix des énoncés
- Procédures personnelles et expertes

Atelier 2: analyse de productions d'élèves

3. Les problèmes pour chercher

- Caractéristiques et scénario-type
Atelier 3: analyse de problèmes
- Des types de raisonnements (stratégies utilisées et éléments de différenciation)

4. Présentation du déroulé du temps 2

- Lectures personnelles
- Analyse à partir d'une vidéo : « enveloppes »
- Mise en œuvre dans la classe



Temps 2 – 3 heures
en équipe enseignante
et m@gistère

1. Lecture personnelle

- Extrait « Le nombre au cycle 2 », *Sceren*
- La résolution de problèmes à l'école élémentaire, note de service du 25 avril du BO n°3 du 26 avril 2018
Pour aller plus loin :
- Problèmes arithmétiques de réinvestissement, *Catherine Houdement*
- La résolution de problèmes de mathématiques au primaire, *Annie Feyfant*

2. Les problèmes pour apprendre



- Analyse en équipe enseignante d'une vidéo « les enveloppes » à l'aide d'un questionnaire
- Mise en œuvre dans sa classe de la situation-problème « enveloppes »
Recueil d'une production d'élève(s), une par école
- Mise en œuvre dans sa classe d'un problème complexe à deux étapes « ballons »
Recueil d'une production d'élève(s) une par école

3. Les problèmes pour chercher

- Mise en œuvre dans sa classe du problème « poules lapins »
Recueil d'une production d'élève(s) une par école

4. Analyse en équipe des mises en œuvre précédentes (3) à partir d'un questionnaire

Temps 3 – 3 heures
par les CPD - CPC - IEN

Retour et approfondissement
sur les
gestes professionnels de l'enseignant pour

- la conceptualisation des enseignements
- la mise en œuvre
- la planification

1. Problèmes pour apprendre



- Difficultés des élèves et aides : diaporama, vidéos, points de vigilance, aides adaptées
- Échanges à partir de l'analyse de la vidéo « enveloppes »
- Échanges à partir de la mise en œuvre « enveloppes » et des productions d'élèves
- Échanges à partir de la mise en œuvre « ballons » et des productions d'élèves

2. Problèmes pour chercher

- Échanges à partir de la mise en œuvre « poules lapins » et des productions d'élèves

3. Programmation et progression

- Analyse de manuels scolaires
- Proposition d'une séquence « 10 problèmes par semaine »

4. Synthèse

Déroulement du temps 1

1. Cadre institutionnel et mesures nationales

2. Quels problèmes pour quoi faire ?

Les 4 types de problèmes et leur fonction

3. Les problèmes pour apprendre

Problèmes élémentaires et problèmes complexes

Problèmes du champ additif et du champ multiplicatif

Atelier 1 : classement de problèmes pour apprendre

Points de vigilance dans le choix des énoncés

Procédures personnelles et procédures expertes

Atelier 2 : analyse de productions d'élèves

4. Les problèmes pour chercher

Caractéristiques et scénario type

Atelier 3 : analyse de problèmes

Des types de raisonnements

5. Présentation du déroulé du temps 2

Lectures personnelles

Analyse d'une vidéo

Mise en œuvre dans la classe

6. Synthèse

Progressivité des apprentissages

Domaine « Résolution de problèmes »



Domaine « Nombres et calcul »

Cycle

4

Modélisation algébrique

Cycle

3

Reconnaître des problèmes relevant de situations additive, multiplicative, de proportionnalité et engageant une démarche à plusieurs étapes

$$\begin{cases} 4c+3t = 41 \\ c + t = 12 \end{cases}$$

Cycle

2

Résoudre des problèmes simples relevant des 4 opérations et engageant une démarche à deux étapes

Cycle

1

Résoudre des problèmes pour apprendre à chercher
Par « tâtonnement »
Une seule solution possible

Résoudre des problèmes pour apprendre à chercher
Raisonnement, tâtonnement,
Plusieurs solutions possibles

Résoudre des problèmes
Comparer des collections avec des procédures numériques ou non numériques
Ajouter/enlever pour obtenir une quantité
Ordonner/repérer
Par « tâtonnement »

► Dénombrer des collections, augmenter, diminuer, partager

$$8 - 5 = 3$$



► numération de position



$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

► Fractions simples, fractions décimales, nombres décimaux
► Divisions

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

\mathbb{D} l'ensemble des décimaux.

nombres réels \mathbb{R}

\mathbb{Q} l'ensemble des rationnels.

$$\sqrt{2} \in \mathbb{R} \\ \pi \in \mathbb{R}$$

► Les nombres entiers servent à dénombrer les objets.



$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



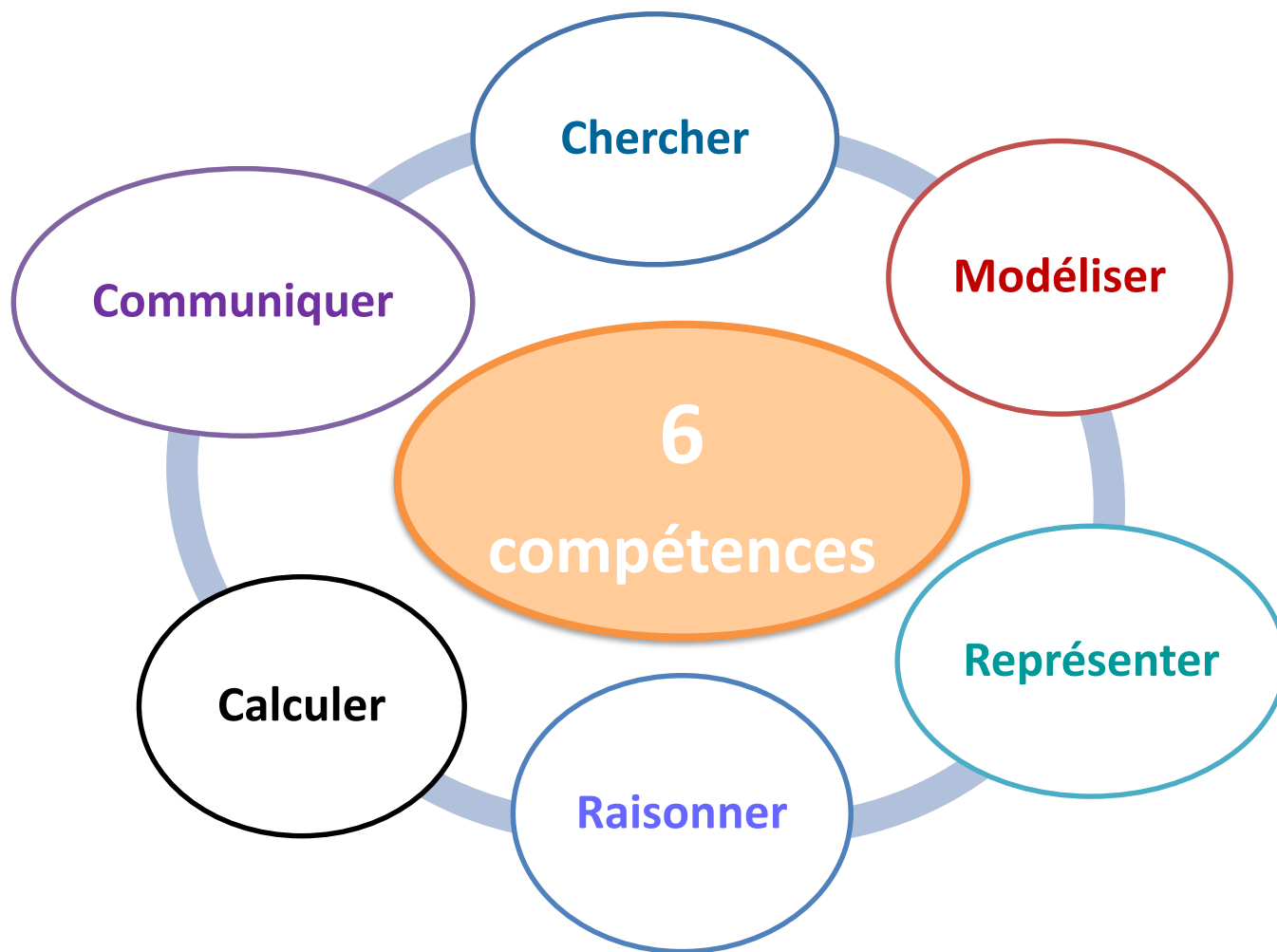
MathÉsciences31

1. Cadre institutionnel et mesures nationales

Cadre institutionnel

- **Socle commun de connaissances, de compétences et de culture** BO du 23 avril 2015
et le programme BO du 26 novembre 2015
- **21 mesures pour l'enseignement des mathématiques**, rapport du 12 février 2018, par Cédric Villani et Charles Torossian
- **La résolution de problèmes à l'école élémentaire**, note de service du 25-04-2018 du BO n°3 du 26 avril 2018
- **Les ajustements des programmes**, BO n° 30 du 26 juillet 2018

Les 6 compétences travaillées



Les repères de progressivité



Dès le début de l'année, [...] résoudre des problèmes **additifs**.

À partir de la **période 3**, [...] quelques problèmes **multiplicatifs** [...] **petits nombres** [...] résolution s'appuie sur **une itération d'additions** [...] **construire en situation le sens de la multiplication**.

En parallèle, dans la continuité du travail sur le sens effectué en maternelle, **des problèmes de division** sont initiés dans des situations très simples de partage ou de groupement.

Les repères de progressivité



Dès le début de l'année, [...] **problèmes additifs à une ou deux étapes.**

À partir de la **période 3**, [...] **nouveaux problèmes multiplicatifs** [...] utilisant leurs connaissances des tables de multiplication

(exemple de la tablette de chocolat : combien y a-t-il de carreaux dans une tablette de 3 carreaux par 6 ?).

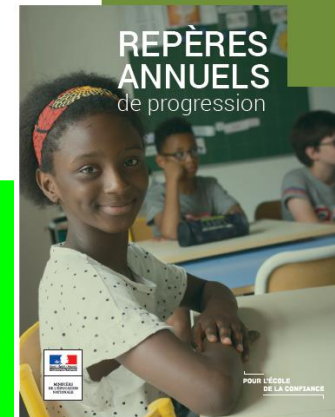
En **période 4**, l'étude du **sens de la division** [...] deux types de problèmes :

ceux où l'on cherche combien de fois une grandeur contient une autre grandeur et

ceux où l'on partage équitablement une grandeur en un nombre donné de grandeurs.

En parallèle, [...] **des problèmes à deux étapes** mixant **addition** et **soustraction**, ou **multiplication** [...] (sans) algorithme opératoire.

Les repères de progressivité



Dès le **début de l'année**, les élèves résolvent des problèmes **additifs et multiplicatifs** portant sur des **nombre plus grands**, ou des problèmes **relevant de plusieurs opérations**, nécessitant par exemple l'exploration d'un tableau ou d'un graphique.

Tout au long de l'année, [...] les élèves consolident l'étude du sens de la division par la résolution de deux types de problèmes abordés au CE1 : **le partage et le groupement**.

Le réinvestissement dans de nombreux problèmes arithmétiques élémentaires permet ensuite aux élèves d'accéder à différentes compréhensions de chaque opération et les liens entre elles.

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

2. Quels problèmes pour quoi faire ?

académie
Toulouse



direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



MathÉsciences31

Quels problèmes pour quoi faire ?

Fonctions et types de tâches

Deux fonctions de la résolution de problèmes à l'école primaire

la résolution de problèmes comme
moyen d'apprentissage

la résolution de problèmes comme
objectif d'apprentissage

Deux types de tâches de l'élève

l'élève a appris à résoudre
cette catégorie de problème

Il doit alors :
-identifier les étapes de la résolution
-exécuter les calculs

l'élève ne dispose pas d'un modèle
mathématique enseigné auparavant

Il doit alors :
-élaborer une procédure de résolution
-évaluer lui-même cette procédure
-améliorer ou changer sa procédure

Quels problèmes ? (1)

Fonctions	PROBLÈMES POUR APPRENDRE			PROBLÈMES POUR CHERCHER
Types de problèmes	Problèmes de découverte (situations-problèmes)	Problèmes d'application directe (simples)	Problèmes de réinvestissement transfert (complexes)	Problèmes de recherche (ouverts)
	Problème dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance ou d'un nouvel aspect d'une connaissance antérieure	Problème destiné à s'entraîner à maîtriser le sens d'une connaissance	Problème complexe nécessitant l'utilisation de plusieurs connaissances construites dans différents contextes	Problème centré sur le développement des capacités à chercher : en général, les élèves ne connaissent pas la solution experte

Jeu du garage (manipulation) : 12 voitures sont dans mon garage. J'ajoute 5 voitures. Combien ai-je de voiture dans mon garage ?

Léa distribue 4 stylos à 7 enfants. Combien a-t-elle distribué de stylos ?

Pierre avait 10 €. Il a acheté 1 ballon à 3 € et 2 moulinets à 2 €. Quelle somme d'argent lui reste-t-il ?

On cherche un nombre qui s'écrit avec 2 chiffres. Si on additionne les chiffres, on trouve 7. Quelles sont toutes les solutions possibles ?"

Quels problèmes ?

Atelier 1

Consignes :

En binôme :

- Prendre connaissance d'un corpus d'énoncés de problèmes
- Classer les 8 énoncés en précisant s'il s'agit :
 - d'un problème de découverte,
 - d'un problème d'application,
 - d'un problème de réinvestissement,
 - d'un problème de recherche.



10
min

Mise en commun



5 min

Quels problèmes?

- J'ai 250 œufs, combien de boîtes de 6 sont nécessaires pour les ranger?
- Problème de découverte?
d'application?
de recherche?

Quels problèmes ? (3)

3 en 1

« J'ai 250 œufs. Combien de boîtes de 6 sont nécessaires pour les ranger ? »	CE1 : Problème de recherche	Les élèves ne connaissent pas la technique de la division. Ils sont face à un défi intellectuel qu'ils doivent relever pour chercher. Ils vont utiliser différentes procédures personnelles : dessin, calculs partiels...
	CE2 : Problème de découverte	Ils ne connaissent pas encore la technique de la division. Analyser les procédures utilisées et leurs limites. Identifier la procédure experte pour introduire la technique opératoire de la division.
	CM2 : Problème d'application	La division a été étudiée. Les élèves sont censés reconnaître un problème de division et utiliser la technique opératoire pour le résoudre.

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



MathÉsciences31

3. Les problèmes pour apprendre

Enjeu principal de l'enseignement des problèmes

→ **Enrichir la mémoire des élèves sur les problèmes :**

- ils disposeraient ainsi de plus de schémas,
- face à un nouveau problème, ils seraient capables de pointer des analogies avec ceux déjà rencontrés.

Comment ?

→ La rencontre des élèves avec des problèmes doit être :

- fréquente,**
- surtout avec des **problèmes élémentaires,**
- avec résolution et réussite individuelle.

Les problèmes « élémentaires »

→ Deux exemples

*Une salle comporte 200 places disposées en 25 rangées.
Combien y a-t-il de places dans chaque rangée ?*

*Victor Hugo est mort en 1885 à l'âge de 83 ans.
En quelle année est-il né ?*

→ Caractéristiques

- énoncé court,
- syntaxe et vocabulaire simples,
- sans information superflue,
- contexte facile à comprendre,
- 2 données, recherche d'une 3^{ème} valeur.

Résolution

→ quasi-immédiate

**G.
Vergnaud**

Si on vous dit « classification des problèmes »



Où trouver de tels problèmes ?

→ peu dans les manuels, organisation pas pensée

→ structures additives et multiplicatives de Vergnaud

Les problèmes complexes

→ Un exemple

Au vide-grenier, Léo vend ses jouets.

Il vend ses figurines 2 € chacune, ses sachets de billes 1 € chacun et ses petites voitures 3 € chacune.

A la fin de la journée, il a vendu 7 figurines, 5 sachets de billes et des petites voitures.

A la fin de la journée, ses ventes lui ont rapporté 31 €.

Combien a-t-il vendu de petites voitures ?

→ Caractéristiques

- composés de problèmes élémentaires,
- difficulté liée à la distance entre les informations à connecter pour construire la réponse,
- mobilisent plusieurs connaissances mathématiques.

Résoudre un problème complexe nécessite :

- **de construire des sous-problèmes calculables**
(souvent élémentaires) qui font avancer la réponse
- **de savoir résoudre ces problèmes élémentaires**
- **de qualifier** les résultats intermédiaires :
 - donner la grandeur réponse : *16 euros*,
 - expliciter le rôle que joue la grandeur : *16 € somme de la vente des figurines*
- **d'avoir pris conscience de la nécessité** de ce travail de pensée.

→ Le problème complexe

Au vide-grenier, Léo vend ses jouets.

Il vend ses figurines 2 € chacune, ses sachets de billes 1 € chacun et ses petites voitures 3 € chacune.

A la fin de la journée, il a vendu 7 figurines, 5 sachets de billes et ? petites voitures.

A la fin de la journée, ses ventes lui ont rapporté 31 €.

Combien a-t-il vendu de petites voitures ?

→ Les sous-problèmes

Calculables

~~Nombre de figurines et de sachets de billes vendus.(12)~~

Recette de la vente des figurines.(7x2=14)

Recette de la vente des sachets de billes.(5x1=5)

Recette de la vente des figurines et des sachets de billes.(14+5=19)

Recette de la vente des petites voitures.(31-19=12)

Utiles

Pour aider les élèves à faire des analogies, pour aider l'enseignant à élaborer une progression structurée sur des problèmes élémentaires

La classification de Vergnaud

Problèmes additifs			Problèmes multiplicatifs	
composition	transformation	comparaison	ternaire	Quaternaire= proportionnalité
Emma a fait un collier avec 10 perles bleues et 7 perles rouges. Combien y a-t-il de perles sur son collier?	Nathan à 75 billes. Son copain lui donne 7 billes. Combien Nathan a-t-il de billes maintenant.	Paul a 12 billes et Alice en a 5 de plus que Paul. Combien Alice en a-t-elle?	Théo a 9 billes. Son copain Nathan en a 4 fois plus que lui. Combien Nathan a-t-il de billes?	1 cahier coûte 3€, combien coûtent 25 cahiers?

CHAMP ADDITIF

Utilisation de la mémoire à long terme

- Fréquence des problèmes soumis aux élèves
- Variété des problèmes proposés :
 - jouer sur le type de problèmes :
 - problèmes de combinaison : recherche du tout ou d'une partie ;
 - problèmes de transformation ;

Léa a 22 billes. Adèle a 13 billes.
Combien ont-elles de billes en tout ?

Kevin avait 27 jetons ; il en a donné 12 à Agathe.
Combien de jetons a Kevin maintenant ?

Matéo a 20 billes.
Sara en a 10 de plus que lui.
Combien les deux enfants ont-ils de billes en tout ?

❖ Fréquence des problèmes soumis aux élèves

- Variété des problèmes proposés :
- jouer sur le type de problèmes :

❖ jouer sur les nombres en jeu :

- travail sur la numération, avec des nombres plus simples au début puis progressivement des travaux où il faut travailler sur les différentes unités de numération ;
- travail sur le calcul, apparition de retenues, utilisation de tables moins connues, etc. ;

**Kevin avait 83 jetons, il en a donné 1045 à Alice.
Combien de jetons a Kevin maintenant ?**

Champ additif

Les problèmes dans lesquels un état initial (E_i) subit une transformation (T) pour aboutir à un état final (E_f)



Kevin avait **823** jetons ; il en a donné **546** à Agathe.
Combien de jetons a Kevin maintenant ?

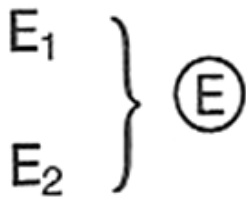
Que cherche t-on l'état initial ? Final ? La transformation ?

Comment transformer l'énoncé pour chercher l'état initial ?

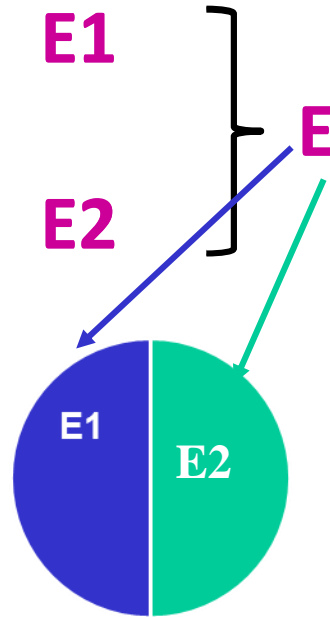
Contextes ordinal, cardinal et de mesure

Les problèmes dans lesquels deux états sont combinés pour obtenir un troisième état

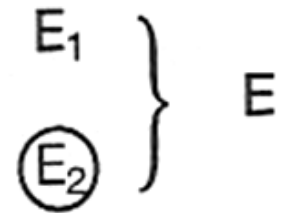
Il peut s'agir de la **réunion** de deux états



Recherche du tout



Il peut s'agir de la **partition** d'un état en deux



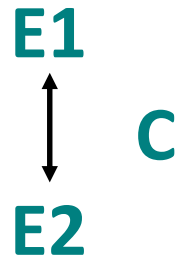
Recherche du complément

Léa a 22 billes. Adèle a 13 billes.
Combien ont-elles de billes en tout ?

Que cherche t-on ?

Comment le transformer
pour chercher une partie ?

Les problèmes de comparaison de deux états (C)



Matéo a 9 billes. Il en a 7 de plus que Sara.
Combien de billes Sara a-t-elle ?

Comparaison positive ou négative ?

Que cherche t-on ?

Contextes ordinal, cardinal ou de mesures

Quels problèmes posent problème ?

→ A données numériques équivalentes :

les problèmes **les mieux réussis** sont ceux à
transformation

les problèmes **les moins bien réussis** sont ceux de
comparaison

→ Pour un même type de problème :

les problèmes **les moins bien réussis** sont ceux pour lesquels
sens et procédures vont en sens inverse

→ Poursuite de la résolution de problèmes du champ additif en cycle 3

- dans des nouveaux contextes,
- avec des nombres plus grands et des décimaux,
- en introduisant les problèmes de composition de transformations.

Classification des problèmes

du champ multiplicatif (Gérard Vergnaud)

■ Les problèmes ternaires : → de multiplication

(2 données, recherche de la 3^{ème} valeur)

n fois plus(ou moins)

Produit cartésien

Configuration rectangulaire

Théo pèse 25 kg. Son grand frère Enzo pèse 2 fois plus que lui.

Combien de kg Enzo pèse-t-il ?

Karim a 3 shorts et 4 maillots .

Combien peut-il former de tenues différentes ?

Un fermier a planté 8 rangées de 4 salades. Combien a-t-il planté de salades ?

Une feuille de papier mesure 30 cm de long et 21 cm de large. Quelle est l'aire de cette feuille ?

Classification des problèmes du champ multiplicatif (Gérard Vergnaud)

▪ Les problèmes quaternaires

(3 données, recherche de la 4^{ième} valeur)

➔ de multiplication

➔ de division

➔ une des trois données est égale à 1

multiplication

Division quotient

Division partition

La fleuriste vend des bouquets de roses. Dans chaque bouquet, il y a 5 roses. Thomas achète 3 bouquets.

Combien a-t-il de roses ?

Chez le libraire, une BD coûte 7 €. Combien peut-on acheter de BD avec 28 € ?

Une école a acheté 25 dictionnaires identiques au prix total de 175 €. Quel est le prix d'un dictionnaire ?

Intérêts

Ces classifications sont **des outils pour l'enseignant** :

- pour se repérer dans des ouvrages pédagogiques qui y font explicitement référence,
- pour analyser les propositions des manuels,
- pour construire des séries de problèmes ressemblants,
- pour hiérarchiser les difficultés et établir une progression,
- pour prévoir les évaluations.

Point de vigilance

Les schémas de Vergnaud associés à ces problèmes ne sont pas proposés pour faire l'objet d'un enseignement.

Points de vigilance dans le choix des énoncés

1. L'ordre de présentation des données et les mots inducteurs

Énoncé	Opération
<p>Aujourd'hui, il fait 3 degrés à Troyes et 12 degrés à Nice. Il fait plus chaud à Nice qu'à Troyes. De combien de degrés ?</p>	<p>$12 - 3 = ?$</p>
<p>Organisation énonciative 3 → 12 Indicateur sémantique : « plus qu' »</p>	<p>Organisation opérative 12 → 3 Signe de l'opération : -</p>
<p>non congruence conversion difficile</p>	

2. Les implicites

Considérons les deux énoncés suivants :

Énoncé 1 :

Jean a gagné 3 billes.

Maintenant, il a 5 billes

Combien Jean avait-il de billes au début ?

Énoncé 2 :

Jean avait quelques billes.

Il a gagné 3 billes.

Maintenant, il a 5 billes.

Combien avait-il de billes au début ?

Taux de réussite :

en CP

Énoncé 1 : 13 %

Énoncé 2 : 33 %

en CE1

Énoncé 1 : 61 %

Énoncé 2 : 79 %

3. Le vocabulaire

Mots polysémiques : solde, recette, pièce...

Mots spécifiques : abonnement, prise en charge...

4. La place de la question

➔ Le placement en tête de la question entraîne une amélioration systématique des scores, cela à tout âge et pour tout type de problèmes additifs (Michel Fayol).

5. Le contexte

Protocole :

Les trois problèmes proposés : l'élève choisit celui qu'il va résoudre.

Un seul problème proposé : l'élève doit le résoudre

Les trois problèmes sont proposés : l'élève doit résoudre les trois (dans l'ordre qu'il veut).

Conclusion :

Pour chaque problème, les élèves l'ont mieux réussi lorsqu'ils l'ont choisi dans une liste de trois problèmes « ressemblants » que lorsqu'il était présenté seul.

→ La variation de contexte influe favorablement sur les performances de résolution de problèmes ayant les mêmes caractéristiques.

Analyse de travaux d'élèves Atelier 3

*Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles.
La maîtresse distribue 2 ballons à chaque enfant.
Combien de ballons la maîtresse distribue-t-elle ?*

anticipation

- Quelles sont les caractéristiques de ce problème ?
- Quelles sont les compétences mobilisées dans sa résolution ?
- Quelles difficultés peut-on anticiper ?
- Quelles pistes d'étayage peut-on proposer ?

Par 4, *Analyser les productions d'élèves de CP*

Productions des élèves	Procédures des élèves	Propositions pour amener les élèves vers la procédure experte avec modélisation par des écritures mathématiques
Production 1		
Production 2		
Production 3		
Production 4		
Production 5		
Production 6		

Des productions d'élèves de CP

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ? 20



1

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ?

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 20$$

2

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ? 12



3

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ?

$$\begin{array}{l} \circ \\ \circ \end{array} = 20$$

4

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ?

$$5 + 5 = 10$$
$$10 + 10 = 20$$

5

Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maitresse distribue 2 ballons à chaque enfant.

- Combien de ballons la maitresse distribue-t-elle ?



$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$
$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$
$$20$$

6

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



académie
Toulouse

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



MathÉsciences31

4. Les problèmes pour chercher

les caractéristiques d'un problème pour chercher

Énoncé simple

Énoncé qui n'induit ni la méthode, ni la solution,
sans question intermédiaire

Une solution qui ne peut se réduire à
l'utilisation ou l'application immédiate
des derniers résultats de cours

Capacités
à chercher

Plusieurs démarches de résolution possibles

Domaine conceptuel familier

« résistance »

« défi »

« essais, des conjectures, des projets
de résolution »

Mise en œuvre : scénario-type

Quelle trace ?

Dévolution
du
problème

Re-
formulation
du problème

Phase de
recherche
individuelle

Phase de
recherche
collective

Présentation
du travail

Mise en
commun

synthèse

Reprise avec d'autres données

Réinvestissement dans un autre contexte

Étayage :
Quand ?
Comment ?



Différenciation :
Quand ? Comment ?

1. Présentation et dévolution du problème

A l'oral ou à l'écrit à partir de :

énoncé
oral

vidéo

situation de
vie de
classe ou
quotidienn
e

énoncé
écrit :
textes,
schéma

défi

matériel
: cartes ...

► L'enseignant donne toutes les indications pour que le problème soit clairement défini.

► L'enseignant n'apporte aucune indication qui puisse orienter vers une procédure.



Il s'agit de se représenter ce que l'on cherche.

2. Recherche

En deux temps :

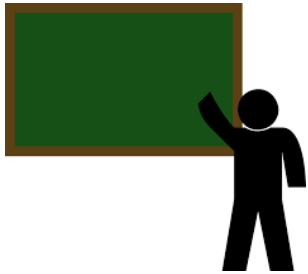
Travail individuel 5min



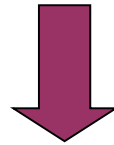
En petits groupes 15 à 25 min



Appropriation de la situation Confrontation des procédures personnelles

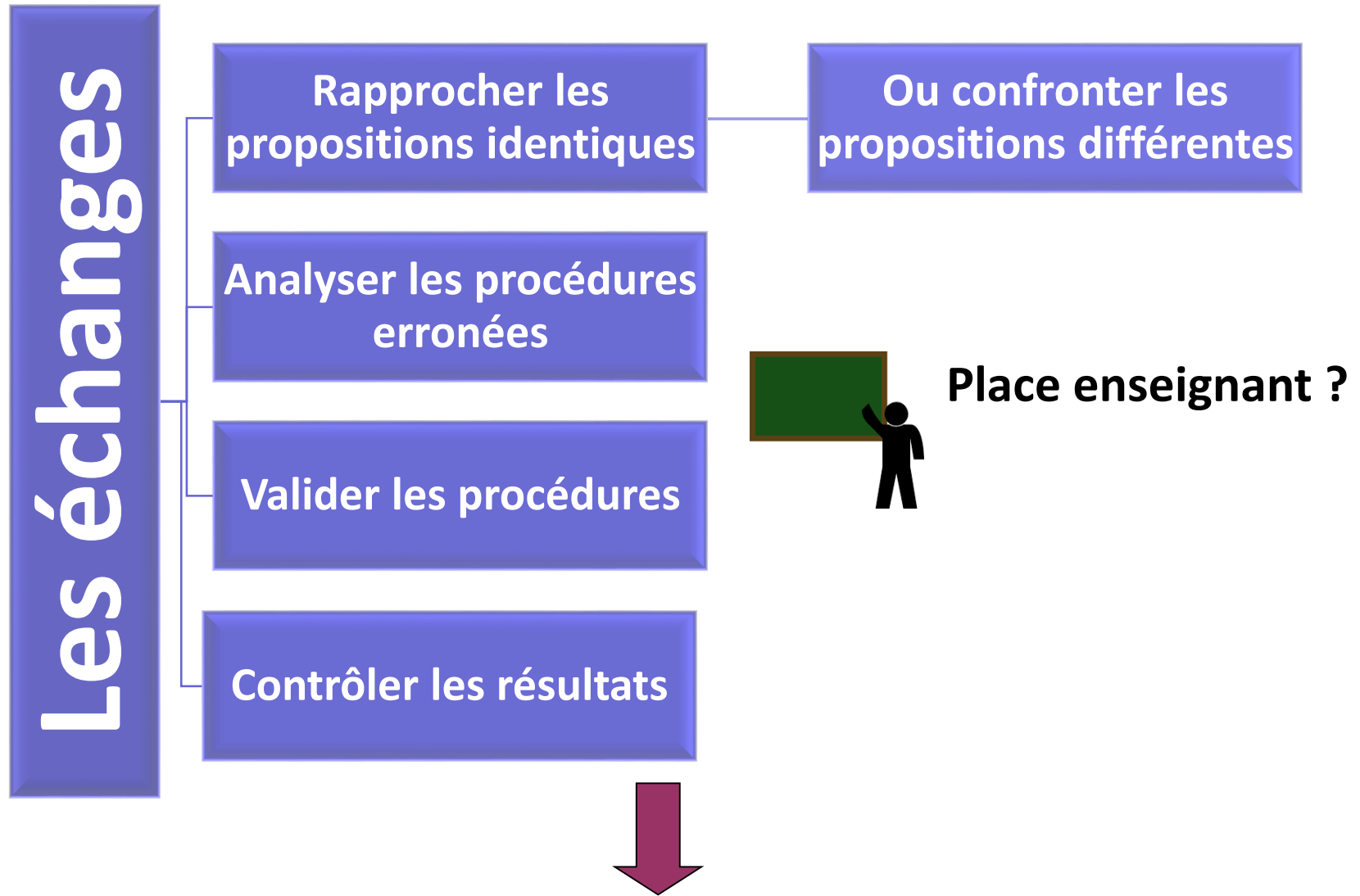


Place enseignant ?



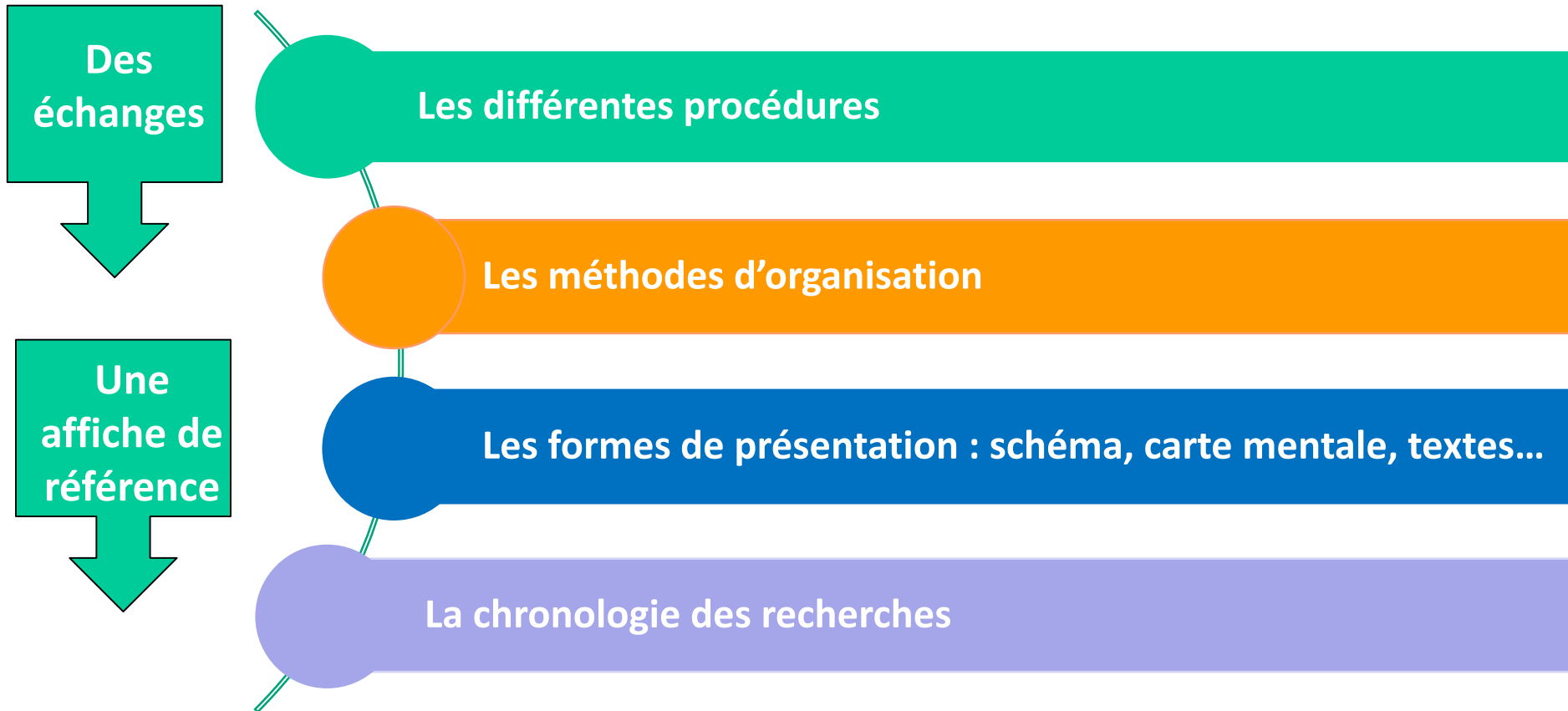
Il s'agit de proposer une solution commune au sein du groupe

3. Mise en commun



Il s'agit de proposer une stratégie commune de résolution plus qu'une solution commune.

4. Synthèse



5. Reprise

Les données sont modifiées et adaptées au niveau des élèves.

Il s'agit d'améliorer les propositions antérieures.

Différents types de raisonnement pour résoudre des problèmes pour chercher



Analyse de problèmes

Consigne (par binôme) : **Atelier 4**

**15
min**

- résoudre un problème de chaque type ;
- échanger sur les procédures ;
- identifier le type de raisonnement auquel il appartient.

Type 1 : Kader et ses amis

le loup, la chèvre et le chou

Type 2 : les poignées de main

les costumes du clown

Type 3 : la sortie en mer à bord du Robinson

les cartes de Patricia

Exemples de problèmes pour chercher

Résolution	Type	Exemples
1. Par essais et ajustements	2 équations à 2 inconnues	Poules et lapins* Canards vaches Hiboux huppés Les mouches La tirelire
	Répartition	La sortie en mer à bord du Robinson L'anniversaire de Pauline La compote Les cartes de Patricia
2. Par organisation pour obtenir toutes les possibilités	Combinaison	Tous les nombres à deux chiffres Les poignées de main Les costumes du clown Poules, renards et vipères
3. Par recours à la déduction	Logique	Pipo, Coco et Bill Kader et ses amis Le loup, la chèvre et le chou Tintin

1. Résolution par essais et ajustements

Type : par répartition

Promenade en mer à bord du Robinson



L'anniversaire de Pauline



La compote



Les cartes de Patricia

Résolution du problème
puis **reprise** avec des données modifiées et adaptées au niveau des élèves

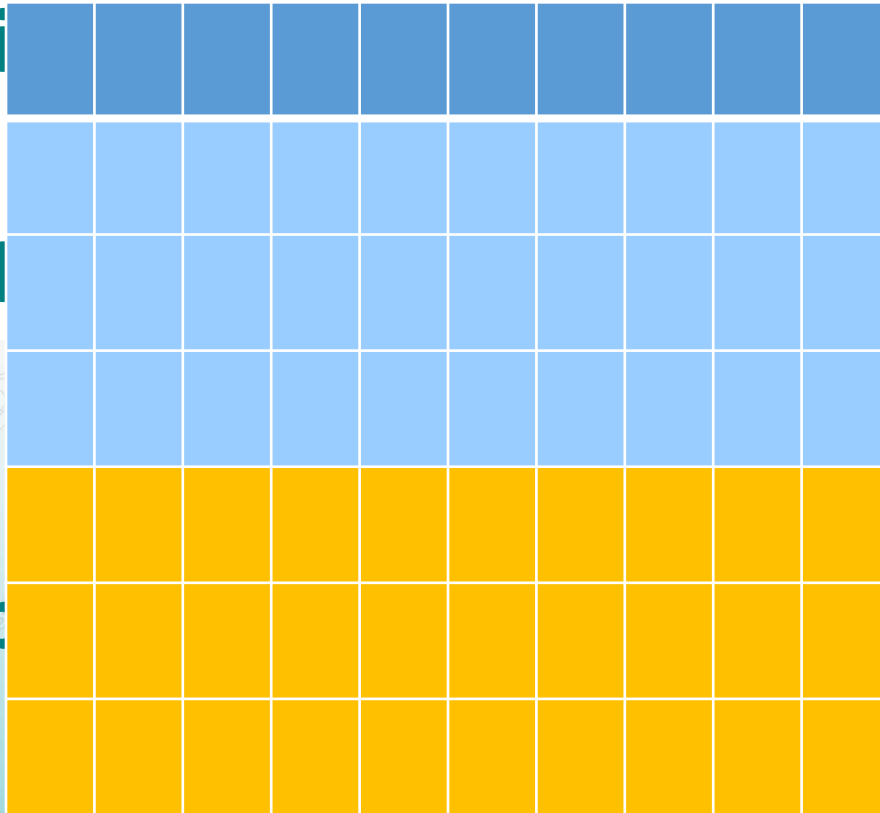
Réinvestissement
nouveau contexte avec différenciation

Prolongement
nouveau contexte

Prolongement
autre contexte

Sortie en mer à bord de l'Esprit de Robertson ?

La capitaine



10 enfants
30 adultes

40 enfants
30 adultes

Il y a

Combien

combien y a-t-il
30 adultes
de personnes
à bord ?

$$70 = 10 + 60 = (10 + 30) + 30$$

Extrait et adapté de « Promenade en mer »
(CapMaths CE1)



Comment différencier ? Quelles aides proposer ?



Nombre de passagers

20

50

60

70

33

X enfants de plus

10

$$20 = 10 + 5 + 5$$

10

$$50 = 10 + 20 + 20$$

10

$$60 = 10 + 25 + 25$$

10

$$70 = 10 + 30 + 30$$

7

$$33 = 7 + 13 + 13$$



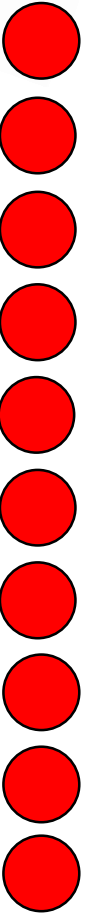
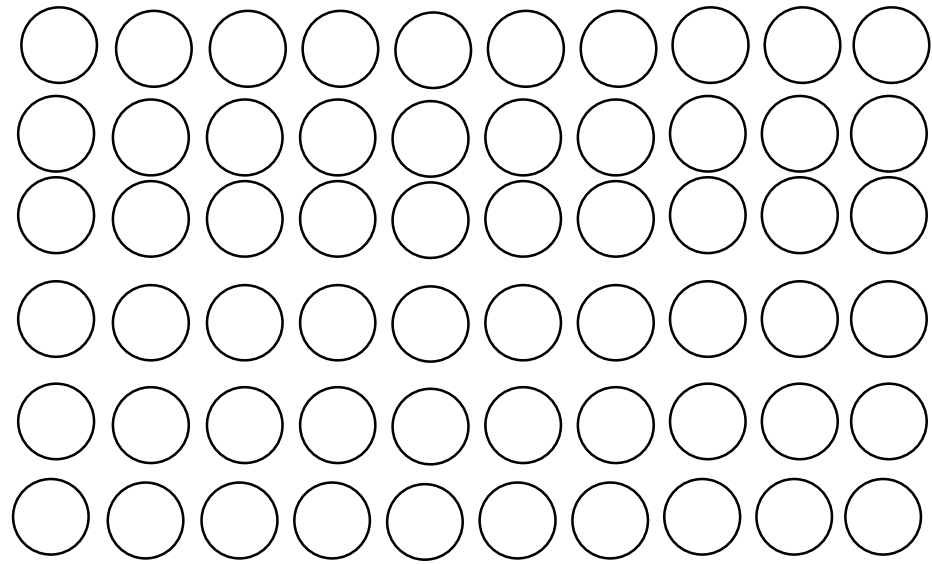
L'anniversaire de Pauline

Réinvestissement nouveau contexte
avec différenciation



Pour son anniversaire Pauline a accroché **70** ballons, des rouges et des verts. Il y a **10** ballons rouges de plus que de ballons verts. Combien y a-t-il de ballons verts ?

Stratégie possible par
la schématisation :



30 verts

30 rouges

10 rouges

Variables didactiques :

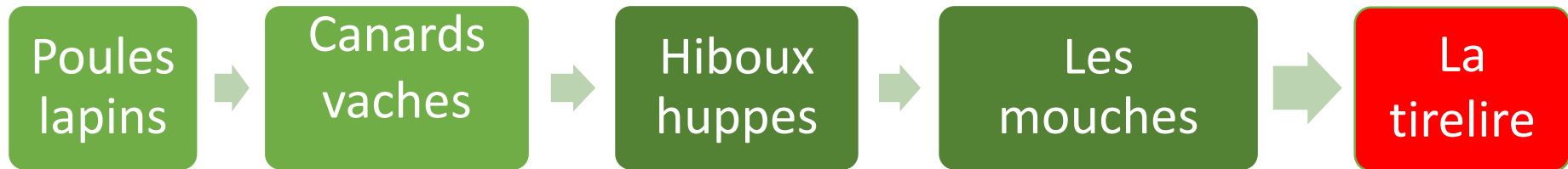
N1 : 40 ballons

N2 : 70 rouges

N3 : 100 ballons

1. Résolution par essais et ajustements

Type : 2 équations à 2 inconnues



Résolution du problème puis **reprise** avec des données modifiées et adaptées au niveau des élèves.

(pattes)

Réinvestissement
même contexte avec différenciation

(pattes)

Prolongement 1
nouveau contexte

(aigrettes)

Prolongement 2
nouveau contexte

(mouches)

Prolongement autre contexte

(euros)

1. Résolution par essais et ajustements

Type : 2 équations à 2 inconnues



Poules et lapins

Niveau 3 : Résolution du problème



Un fermier a des poules et des lapins.
En regardant tous les animaux, il voit
25 têtes et 66 pattes.

Combien le fermier a-t-il de lapins et
combien a-t-il de poules ?

1. Résolution par essais et ajustements

Type : 2 équations à 2 inconnues



Poules et lapins

Niveau 3 : **Résolution du problème**



Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit **25 têtes** et **66 pattes**. **Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?**

Méthode experte : deux équations à deux inconnues - 1 seule solution possible

$$\begin{cases} p + l = 25 \\ 2p + 4l = 66 \end{cases} \quad \begin{cases} l = 25 - p \\ 2p + 4(25 - p) = 66 \end{cases} \quad \begin{cases} l = 25 - p \\ 100 - 2p = 66 \end{cases} \quad \begin{cases} l = 8 \\ p = 17 \end{cases}$$

Il y a 8 lapins et 17 poules

Ce procédé n'est pas accessible à l'école primaire.

Il relève du lycée ...



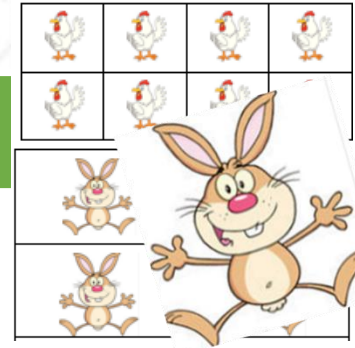
Poules et lapins

Mise en œuvre



Présentation de la situation

- Manipulation collective des cartes « poules, lapins »
- Rappel du nombre de pattes des poules et des lapins
- Écriture au tableau des 2 contraintes (pattes, têtes ou nombre d'animaux)



Recherche : individuelle puis collective avec bilan intermédiaire (production d'affiches)
Pas d'intervention de l'enseignant autrement que pour aider à la compréhension.

Mise en commun : par affichage et explicitation des procédures du groupe par un rapporteur

Synthèse : elle doit permettre de faire prendre conscience de la nécessité :

- ▶ de prendre en compte les informations apportées par les essais successifs pour engager un nouvel essai.
- ▶ d'écrire des résultats provisoires qui peuvent s'avérer inutiles pour la réponse mais en revanche très utiles pour la recherche.
- ▶ contrôler sa proposition pour vérifier si elle respecte les contraintes du problème.

En conclusion : il faut être méthodique et organisé



Poules et lapins



Comment différencier ?

Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit **25 têtes** et **66 pattes**. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?

En proposant un nombre d'animaux plus petit

25 têtes
(66 pattes)

Niveau 3

15 têtes
(44 pattes)

Niveau 2

5 têtes
(14 pattes)

Niveau 1

et un nombre voisin de poules et de lapins

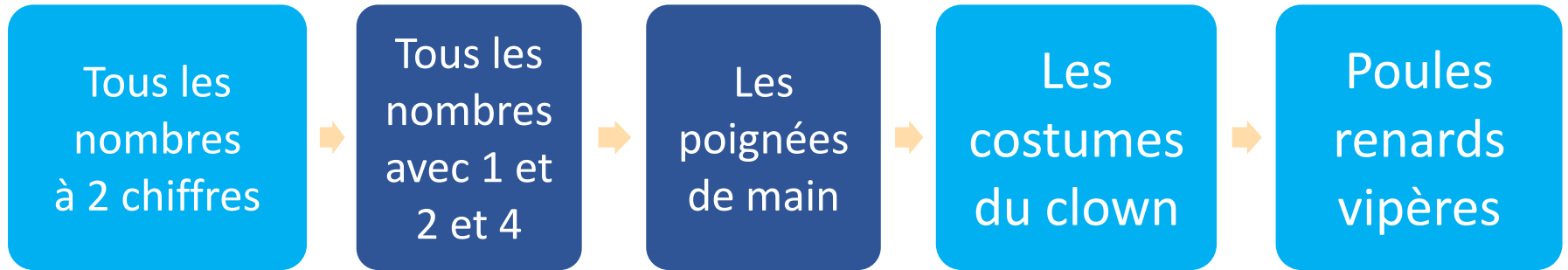
écart de 9
8 lapins et 17 poules

écart de 4
6 lapins et 10 poules

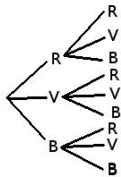
écart de 1
2 lapins et 3 poules

2. Résolution par organisation pour obtenir toutes les possibilités

Type : combinaison



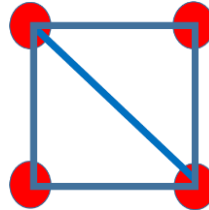
Résolution du problème
puis **reprise** avec des données modifiées



Réinvestissement même contexte
autre procédure

1	1
1	2
1	3
2	1
2	2
2	3
3	1
3	2
3	3

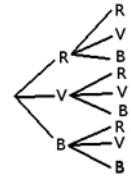
Réinvestissement nouveau contexte



Prolongement autre contexte

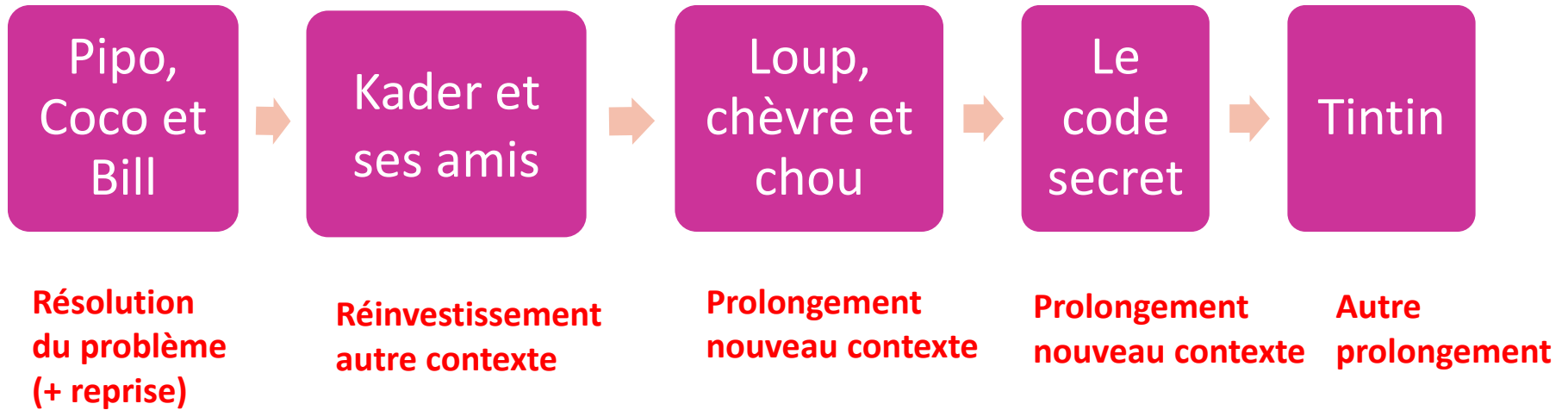
1.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
2.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
3.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
4.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
5.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
6.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
7.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
8.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
9.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
10.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
11.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE
12.	CHAPEAU	PANTALON	VESTE

Prolongement nouveau contexte



3. Résolution par recours à la déduction

Type : logique



Pipo, Coco et Bill

Résolution du problème (+ reprise)

Pipo adore boire sa tasse de lait le matin.

Coco n'a pas de poil.

Retrouve le nom de chaque animal.

Problème n° 6

	Perroquet	Chien	Chat
Pipo			
Coco			
Bill			

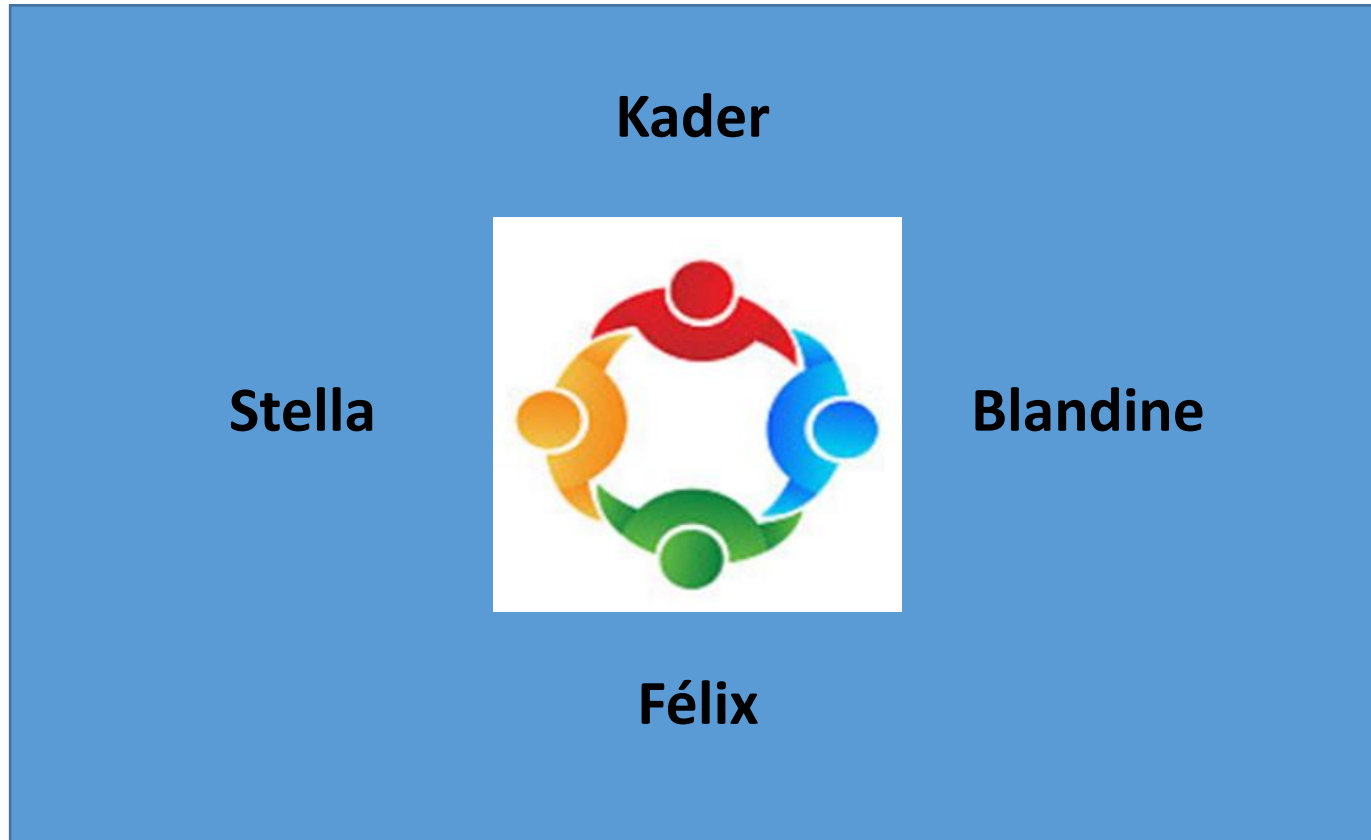
Aide OK Ranger

Problème de
logique junior
« CP »

<https://www.logicieleducatif.fr/math/problemes/probleme-de-logique-cycle-2.php>

Kader et ses amis

Réinvestissement autre contexte



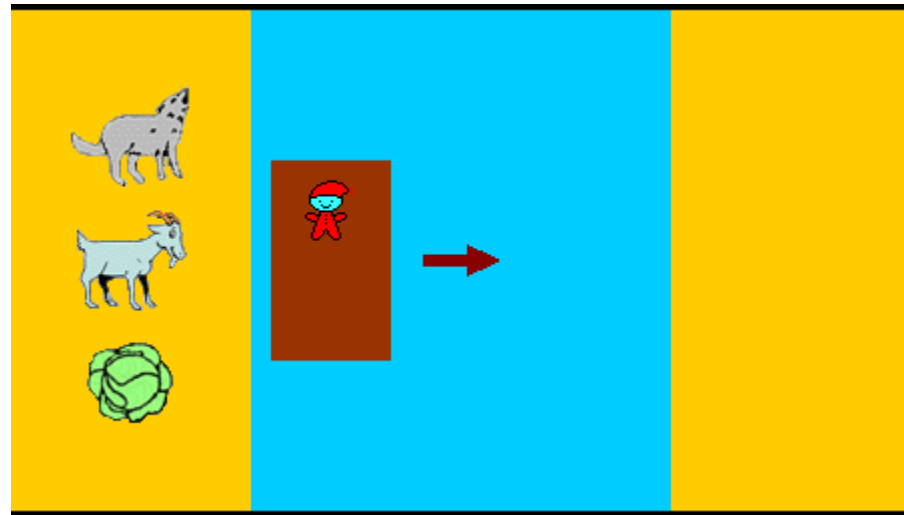
Loup, chèvre et chou

Prolongement nouveau contexte

Tu es sur une île avec un loup, une chèvre et un chou. Tu dois au moyen d'une barque les emmener tous les trois sur une autre île. La barque est très petite, tu ne peux malheureusement, n'en transporter qu'un à la fois.

Comment dois-tu organiser les traversées afin qu'aucun ne se fasse dévorer par un autre ?

Extrait de D. Pernoux
60 « problèmes
ouverts » pour le cycle 2



POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



5. Présentation du déroulé du temps 2

A distance : le temps 2 en 3 temps !

1. Lectures personnelles (1 h)

2. Analyse d'une vidéo en équipe (45 min)

3. Analyse des mises en œuvre (1 h 15)

Lectures personnelles

- **Problèmes additifs, soustractifs et multiplicatifs,**
Le nombre au cycle 2, pages 51 à 74
- **La résolution de problèmes à l'école élémentaire,**
note de service du 25-04-2018
du BO n°3 du 26 avril 2018

Pour aller plus loin :

- Problèmes arithmétiques de réinvestissement,
Catherine Houdement
- La résolution de problèmes de mathématiques au primaire,
Annie Feyfant

Analyse d'une vidéo en équipe

Les enveloppes

➔ Lire le questionnaire :

A quelles étapes de la résolution et comment l'enseignante apporte-t-elle un étayage ?

Quels sont les intérêts et les limites de la manipulation ?

➔ Visionner la vidéo

➔ Répondre au questionnaire (en binôme par exemple)

Mise en œuvre dans la classe

- Une situation-problème : les enveloppes
- Un problème complexe à deux étapes : les ballons
- Un problème pour chercher : les poules et les lapins

Situations-problèmes : les enveloppes

CP	CE1	CE2
<p>Document « Situation les enveloppes » Mettre en œuvre uniquement l'activité 1 : Transformation positive Adaptations pour le CP : Recherche de l'état final (Ef) Ei : 7 T+ : 4 Ef : ? OU Recherche de la transformation positive (Tf) Ei : 7 T+ : ? Ef : 11 <u>Organisation</u> : groupes de 2 <u>Matériel</u> : bandes numériques</p>	<p>Document « Situation les enveloppes » Mettre en œuvre uniquement l'activité 1 : Transformation positive Recherche de l'état initial Adaptations des données numériques Ei : ? T+ : 5 Ef : 16 <u>Organisation</u> : groupes de 3 <u>Matériel</u> : bandes numériques</p>	<p>Document « Situation les enveloppes » Mettre en œuvre uniquement l'activité 1 : Transformation positive Recherche de l'état initial Adaptations des données numériques Ei : ? T+ : 25 Ef : 56 <u>Organisation</u> : groupes de 4 <u>Matériel</u> : matériel base 10 ou cubes-unions</p>

Problèmes complexes à deux étapes : les ballons

CP	CE1	CE2
<p>Dans une équipe, il y a 5 garçons et 5 filles. La maîtresse distribue 2 ballons à chaque enfant. Combien la maîtresse distribue-t-elle de ballons ?</p>	<p>Dans une équipe, il y a 5 garçons et 7 filles. La maîtresse distribue 3 ballons à chaque enfant. Combien la maîtresse distribue-t-elle de ballons ?</p>	<p>Dans une classe, il y a 11 garçons et 13 filles. La maîtresse distribue 5 ballons à chaque enfant. Combien la maîtresse distribue-t-elle de ballons ?</p>

Problèmes pour chercher : les poules et les lapins

CP	CE1	CE2
<p>Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit 5 têtes et 14 pattes. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?</p>	<p>Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit 15 têtes et 42 pattes. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?</p>	<p>Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit 25 têtes et 66 pattes. Combien le fermier a-t-il de lapins et combien a-t-il de poules ?</p>

Retour sur la mise en œuvre

➔ Répondre au questionnaire « retour sur ma mise en œuvre ».

Les enveloppes :

Quels étayages avez-vous apporté ?

Quelles traces écrites ont été produites lors de cette séance ?

Les ballons :

Quelle proportion d'élèves a trouvé une solution correcte (personnelle ou experte) ?

Quelles sont les erreurs les plus fréquentes ?

Les poules et les lapins :

Quelles sont les différentes procédures que les élèves ont utilisées pour résoudre ce problème ?

Quel dispositif avez-vous mis en place pour aider les élèves en difficulté ?

➔ Sélectionner une seule production d'élève pertinente par école et par situation et poster ces 3 productions sur Magistère.

➔ Rapporter ce questionnaire complété et les 3 productions recueillies agrandies sur papier A3.

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



6. Synthèse

En résumé ...

- 1. Fréquence** → 10 par semaines
- 2. Accessibilité** → Modifier, réécrire les problèmes si besoin
- 3. Progressivité** → Congruence sémantique et procédurale ou pas
- 4. Variété** → Jouer sur :
 - **La fonction :** - pour apprendre / pour chercher
 - **Le champ conceptuel :** - additif / multiplicatif
 - **Le type de problèmes :** - transformation / combinaison / comparaison
- multiplication / division
 - **Les nombres en jeu :** - taille et relation
- travail sur la numération puis le calcul
 - **Le nombre d'étapes :** - une / plusieurs explicites / plusieurs à construire
 - **Le contexte général :** - cardinal / ordinal / mesure