

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Formations mathématiques 2019 – 2020

Enseigner les calculs au cycle 3

11 décembre
2019

De nombreuses ressources sont issues de l'ESEN 2017

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Temps 3



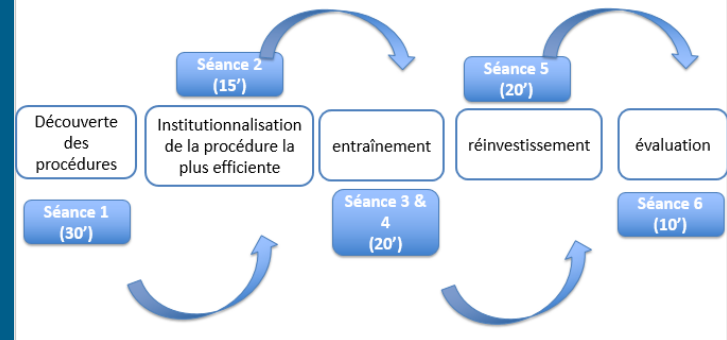
Présentiel 3h



Temps 3 présentiel :

- Retour sur les mises en œuvre et échanges
- Comment aider les élèves à mémoriser les tables ?
- Atelier : analyse de manuels
- La multiplication posée
- Repères de progressivité et progressions
- Synthèse
- Bibliographie

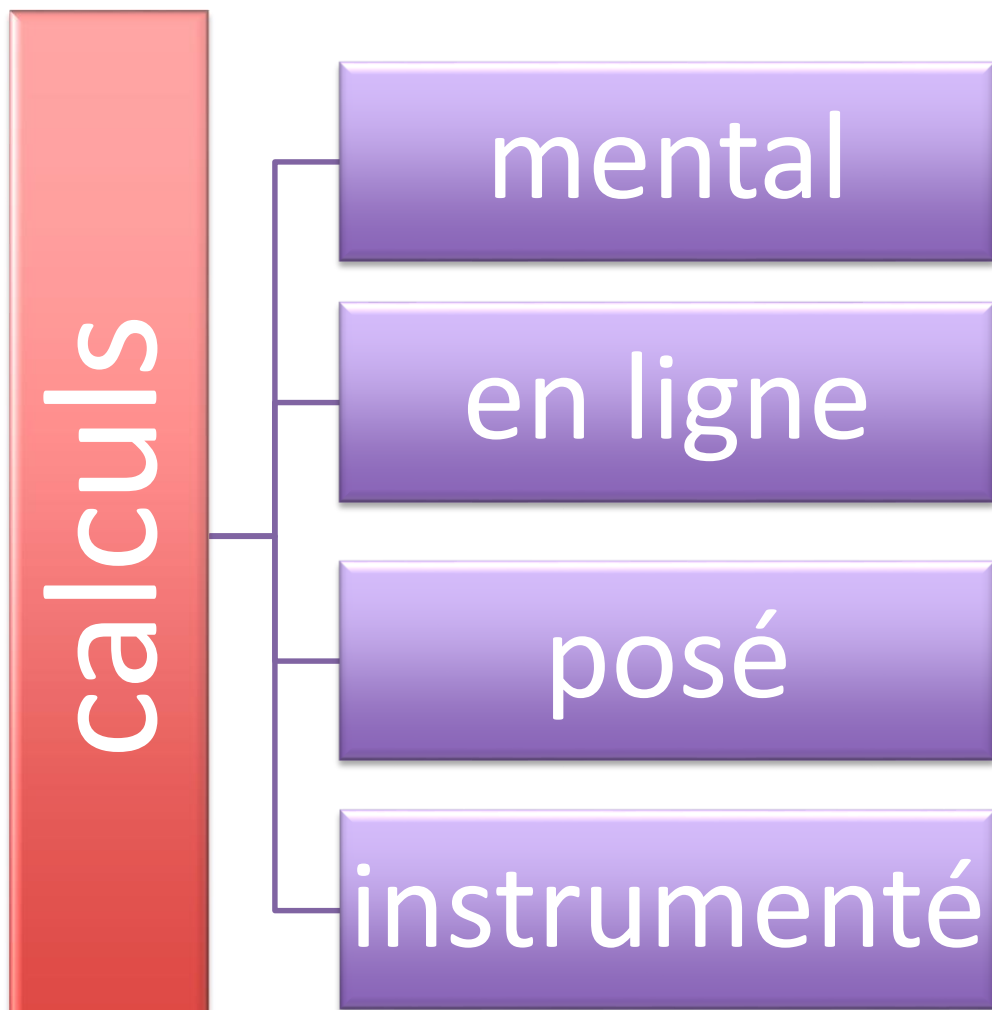
MULTIPLIER PAR 9



1. Retours sur la mise en œuvre de la séquence : multiplier par 9 multiplier par 25

- ✓ Par rapport au questionnaire
- ✓ Echange concernant les traces écrites

Rappel ...



Ces calculs ne s'opposent pas ils se complètent

I STRUCTURATION DE LA DEMARCHE

ETAPE 1

Institutionnalisation

- Comparer les procédures en termes d'efficacité et de coût, les hiérarchiser.
- Faire émerger une procédure (ou plusieurs) et son domaine d'efficacité.
- Déterminer **ce qu'il faut retenir** → **trace écrite dans le cahier**
- Rendre l'élève capable de s'adapter en choisissant sa procédure.

QUESTIONS QUI SE POSENT APRÈS LA MISE EN ŒUVRE... ET QUELQUES RÉPONSES...

■ Comment faire lorsque la procédure experte n'émerge pas des élèves?

- Cela questionne la programmation : pour que les élèves puissent utiliser des procédures plus ou moins expertes, il faut qu'ils aient à leur disposition certains faits numériques et certaines procédures. Pour favoriser la mise en place de procédures différentes et plus expertes pour $\times 25$: connaître la table de 4, les multiples de 4, le quart, la multiplication par 5, par 10, par 20, par 50, ainsi que 2×25 et 4×25 et les décompositions

■ Beaucoup d'élèves utilisent la multiplication posée « dans la tête », ou des additions itérées comment leur faire dépasser ces méthodes?

- Il s'agit de proposer des calculs qui ne peuvent être résolus par ces méthodes, avec des nombres plus grands. Les élèves constateront que la méthode n'est plus assez efficace.
- En consacrant beaucoup plus de temps d'enseignement au calcul en ligne et mental par rapport au calcul posé, les élèves acquerront des habitudes dans la manipulation des nombres (décompositions, commutativité, associativité, distributivité).

■ La méthode experte appliquée à des grands nombres posent parfois d'autres obstacles (soustraction pour le $\times 9$ par exemple), comment les dépasser?

- Cela permet de revoir les procédures utilisées pour les calculs additifs ou soustractifs qu'il faut rendre explicites dans les traces écrites par exemple.

■ Les élèves restent attachés à la procédure qu'ils maîtrisent, comment faire pour qu'ils s'en détachent?

- Il est nécessaire de leur proposer un entraînement sur chacune d'elles pour qu'ils puissent plus facilement se les approprier (cf. diapo 10)
- Ajouter l'aspect performance et rapidité permet aux élèves de comprendre que d'autres procédures sont plus efficaces que la leur.

CALCUL MENTAL

Multiplier par 9

9 est égal à 10 moins 1.

Pour multiplier un nombre donné par 9,
je multiplie le nombre donné par 10
puis je le soustrais au résultat une fois.

$$36 \times 9$$

Comme $9 = 10 - 1$

- $36 \times 9 = (36 \times 10) - (36 \times 1)$
- $36 \times 9 = 360 - 36$
- $36 \times 9 = 360 - 30 - 6$
- $36 \times 9 = 324$

Étapes utilisées

- $36 \times 10 = 360$
- $360 - 36$
- $360 - 30 - 6$
- $330 - 6$
- 324

$$36 \times 9 = 324$$

Séance 1

Consigne : « Calculez le plus rapidement possible 34×9 »

Mise en commun : deux techniques principales

$34 \times 9 = (9 \times 4) + (9 \times 30) \rightarrow$ majoritairement car notion déjà travaillée en classe.

$$34 \times 9 = (34 \times 10) - (34 \times 1)$$

Réflexion sur l'efficacité de l'une et l'autre : chaque élève a testé les deux techniques puis nous avons fait deux groupes chaque groupe devait calculer avec l'une des deux.

Conclusion : la technique la plus efficace dépend du nombre à multiplier par 9. Par exemple pour 25×9 il est plus rapide de multiplier par 10 puis de soustraire le nombre au résultat.

En revanche pour 43×9 il est plus rapide de faire $(9 \times 40) + (9 \times 3)$ car il est difficile de soustraire 43 à 430.

MULTIPLIER PAR 25 : UN RETOUR DE MISE EN ŒUVRE

- Travail précédent autour de $\times 5$ c'est multiplier par 10 et diviser par 2, $\times 50$ c'est multiplier par 100 et diviser par 2

- Pré-requis : table de 4, multiples de 4, le quart

- Situation séance 1:

Sans poser l'opération en colonne, montre comment tu fais pour trouver les résultats des calculs qui suivent :

$$4 \times 25 = \quad 20 \times 25 = \quad 8 \times 25 = \quad 16 \times 25 = \quad 12 \times 25 = \quad 28 \times 25 = \quad 36 \times 25 = \quad 68 \times 25 =$$

Une proposition, des propositions...

CALCUL MENTAL

Multiplier par 25

25 est le quart de 100.

Pour multiplier un nombre par 25,
je calcule le quart du nombre donné
(moitié et encore moitié)

puis je multiplie le résultat par 100.

$$36 \times 25$$

25 est le quart de 100

- $36 \times 25 = (36 : 4) \times 100$
- $36 \times 25 = 9 \times 100$
- $36 \times 25 = 900$

Étapes utilisées

- Je calcule le quart de 36
- Je peux faire la moitié de 36
- 18
- Et encore la moitié de 18
- 9
- Je multiplie le résultat par 100
- 900

$$36 \times 25 = 900$$

Quelques résultats du travail de groupe sur une trace écrite autour de X25

28 x 25 = 700

Décomposer 25
 $(28 \times 20) + (28 \times 5)$

Calculs connus
 $7 \times (4 \times 25)$
 7×100

Décomposer 28
 $(30 \times 25) - (2 \times 25)$
 ou
 $(20 \times 25) + (8 \times 25)$

Le quart
 $(28 \times 100) : 4$
 ou
 $(28 : 4) \times 100$

Pour multiplier par 25

- 1) Décomposer 25 en 20 + 5
 $28 \times 25 = (28 \times 20) + (28 \times 5)$
- 2) Décomposer le nombre qui est multiplié par 25.
 $28 \times 25 = (20 \times 25) + (8 \times 25)$
- 3) Utiliser $4 \times 25 = 100$
 $28 \times 25 = (4 \times 25) \times 7$
- 4) Diviser par 4 puis multiplier par 100 ou l'inverse
 $28 \times 25 = (28 : 4) \times 100$

x 25

$\{ \begin{matrix} \times 20 & + & \times 5 \\ 28 \times 25 = (28 \times 20) + (28 \times 5) \\ = 560 + 140 \\ = 700 \end{matrix} \}$

$\{ \begin{matrix} \text{Utiliser des résultats connus} \\ (2 \times 25 = 50, 4 \times 25 = 100, 8 \times 25 = 200 \dots) \\ 28 \times 25 = (30 \times 25) - (2 \times 25) \\ = 750 - 50 \\ = 700 \end{matrix} \}$

Pour les multiples de 4
 $\{ \begin{matrix} 28 \times 25 = 7 \times (4 \times 25) \\ = 7 \times 100 \end{matrix} \}$

Pour multiplier par 25.

procédure 1 → décomposer 25 en 20+5.

$$\begin{aligned} 28 \times 25 &= 28 \times (20 + 5) \\ &= (28 \times 20) + (28 \times 5) \\ &= 560 + 140 \\ &= 700 \end{aligned}$$

procédure 2 → décomposer le nombre qui accompagne 25.

$$\begin{aligned} 28 \times 25 &= (20 + 8) \times 25 \\ &= (20 \times 25) + (8 \times 25) \\ &= 500 + 200 \\ &= 700 \end{aligned}$$

procédure 3 → utiliser des résultats connus. (ex 4×25)

$$\begin{aligned} 28 \times 25 &= 7 \times (4 \times 25) \\ &= 7 \times 100 \\ &= 700 \end{aligned}$$

procédure 4 → multiplier par 100 et diviser par 4

$$\begin{aligned} 28 \times 25 &= 28 \times 100 \div 4 \\ &= 28 \div 4 \times 100 \\ &= 7 \times 100 \\ &= 700 \end{aligned}$$

$$\boxed{28 \times 25}$$

① La décomposition

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Je <u>décompose</u> 25
$25 = 20 + 5 = (2 \times 10) + 5$ • Je <u>multiplie</u> chaque terme par 28
$28 \times 20 = 560$
$5 \times 28 = 140$ • J'<u>additionne</u> les résultats
$560 + 140$ | <ul style="list-style-type: none"> • Je <u>décompose</u> 28
$28 = 20 + 8 = (2 \times 10) + 8$ • Je <u>multiplie</u> chaque terme par 28 25
$20 \times 25 = 500$
$8 \times 25 = 200$ • J'<u>additionne</u> les résultats
$500 + 200 = 700$ |
|---|---|

Je présente en ligne :

$$\begin{aligned} \hookrightarrow 28 \times 25 &= 28 \times (20 + 5) = (28 \times 20) + (28 \times 5) = 560 + 140 = 700 \\ \hookrightarrow 28 \times 25 &= (20 + 8) \times 25 = (20 \times 25) + (8 \times 25) = 500 + 200 = 700 \end{aligned}$$

② J'utilise des résultats connus.

25 est la moitié de 50

$$\begin{aligned} 28 \times 25 &= (28 \times 50) : 2 \\ 28 \times 50 &= 1400 : 2 \\ &= 700 \end{aligned}$$

25 est le quart de 100

$$\begin{aligned} 28 \times 25 &= (28 \times 100) : 4 \\ &= 2800 : 4 \\ &= 700 \end{aligned}$$

Une proposition à adapter en fonction des habitudes de la classe, des propositions des élèves... une trace à construire en deux temps.

- 1/ A partir des calculs avec multiples de 4, mettre en avant la décomposition multiplicative
- 2/ Proposer des calculs avec des nombres autres que multiples de 4 et mettre en avant les décompositions additives

Support d'entraînement construit après la phase de recherche

- 1) Diviser par 4 et multiplier par 100 si le nombre est un multiple de 4

$36 \times 25 =$ $(36 : 4) \times 100 =$ $9 \times 100 =$ 900	$36 : 4 = 9$ $9 \times 100 = 900$	$36 \times 25 =$ $9 \times (4 \times 25) =$ $9 \times 100 =$ 900	$36 = 9 \times 4$ $25 \times 4 = 100$ $9 \times 100 = 900$
<p>Je calcule le quart de 36 Je calcule la moitié de 36 → 18 Je calcule la moitié de 18 → 9 Je multiplie le résultat par 100 → 900</p>			

3 façons d'envisager la trace :

- Écriture mathématiques
- Les étapes du calcul mental
- Une mise en mots des procédures

Support d'entraînement construit après la phase de recherche

1) Décomposer 25 en (20+ 5)

$$26 \times 25 =$$

$$26 \times (20 + 5) =$$

$$(26 \times 20) + (26 \times 5) =$$

$$(26 \times 2 \times 10) + (26 : 2 \times 10) =$$

$$(52 \times 10) + (13 \times 10) =$$


$$520 + 130 =$$


$$650$$

$$25 = 20 + 5$$

$$26 \times 20 = 26 \times 2 \times 10$$

$$26 \times 2 = 52$$

$$520 \rightarrow$$


$$13 \times 10 = 130 \rightarrow$$


$$520 + 130 = 650$$

Rappels :

- multiplier par 20, c'est multiplier par 2 puis pas 10.
- multiplier par 5, c'est diviser par 2 puis multiplier par 10.

Support d'entraînement construit après la phase de recherche

1) Décomposer le nombre qui accompagne 25

Si le chiffre des unités de ce nombre est entre 5 et 9, en soustrayant	Si le chiffre des unités de ce nombre est entre 1 et 4, en additionnant
$38 \times 25 =$ $(40 - 2) \times 25 =$ $(40 \times 25) - (2 \times 25) =$ $(10 \times 4 \times 25) - 50 =$ $(10 \times 100) - 50 =$ $1000 - 50 =$ 950	$33 \times 25 =$ $(30 + 3) \times 25 =$ $(30 \times 25) + (3 \times 25)$ $(3 \times 10 \times 25) + 75 =$ $(3 \times 250) + 75 =$ $750 + 75 =$ 825

Une trace écrite synthétique après plusieurs essais sur les différentes procédures émergées

Pour multiplier un nombre par 25 le plus vite possible

Je dois bien connaître la table de 4 et donc les multiples de 4.

Je dois savoir multiplier par 10, par 5, par 20, par 50 et par 100.

$$24 \times 25 = 6 \times 4 \times 25 = 6 \times 100 = 600$$

$$68 \times 25 = 17 \times 4 \times 25 = 17 \times 100 = 1700$$

$$140 \times 25 = (140 : 4) \times 100 = 35 \times 100 = 3500$$

$$48 \times 25 = (50 - 2) \times 25 = (50 \times 25) - (2 \times 25) = (100 : 2 \times 25) - 50 = 1250 - 50 = 1200$$

$$26 \times 25 = (26 \times 20) + (26 \times 5) = (26 \times 2 \times 10) + (26 : 2 \times 10) = 52 \times 10 + 13 \times 10 = 520 + 130 = 650$$

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

2. Comment aider les élèves à mémoriser les tables ?



QUESTIONNAIRE: LES TABLES DE MULTIPLICATION

Il faut toujours demander aux élèves de réciter les tables dans l'ordre (7×1 , 7×2 , 7×3 , 7×4 , ...) comme pour la mémorisation des comptines.

F → risque de confusion avec résultats proches

L'entraînement est le seul ressort de la mémorisation.

F → une bonne représentation des nombres + la compréhension des opérations en jeu + élaboration progressive des résultats

Certains résultats sont mémorisés plus rapidement que d'autres, notamment les résultats des tables de 2, 5 ou 4 ou certains carrés

V

L'entraînement joue un rôle essentiel et doit faire l'objet d'un travail quotidien

V

QUESTIONNAIRE: LES TABLES DE MULTIPLICATION

Il faut viser, avant la fin du cycle 3, une mémorisation totale des produits des tables et leur utilisation pour répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 56 ? », « 56 divisé par 7 ? »

V

Une maîtrise complète du répertoire multiplicatif suppose la capacité à répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 65

V → indispensable pour apprentissage division

Le lien entre additions répétées et multiplication est à éviter chez les élèves

F

L'utilisation du calcul posé ne permet pas de renforcer la mémorisation des tables

F → but et moyen de maîtriser la technique opératoire

QUESTIONNAIRE: LES TABLES DE MULTIPLICATION

La mémorisation des tables doit s'organiser par repérant les calculs les plus difficiles à mémoriser

La mémorisation des tables doit s'organiser en appui sur la table de Pythagore ou un autre outil repérer les résultats connus et ceux qui restent à mémoriser

La commutativité de la multiplication permet de réduire le coût de la mémorisation de moitié

Sur les 81 résultats à retenir (hormis la table de 0), les élèves connaissant déjà les tables de 2, de 5 et de 10 ont encore 36 à mémoriser puis 21 si on utilise la commutativité de la multiplication

Pour certains élèves, il est plus facile de mémoriser « 6 fois 7 » que « 7 fois 6 ». Souligner l'égalité des résultats peut être une aide pour eux

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



POURCENTAGE DE RÉUSSITE SELON LA MÉTHODE

MICHEL FAYOL a envisagé 4 procédures (*séminaire ministériel novembre 2007*)

Cela consiste en une série de propositions de résultats pour un calcul donné, style QCM, l'élève devant discriminer celui qui convient en se justifiant pour éviter les réponses au hasard.

- **méthode 1** : par la **lecture** des tables **40%**
- **méthode 2** : par **l'élaboration du répertoire** en utilisant une calculatrice **45%**
- **méthode 3** : par **vérification** ou **discrimination** de certains résultats multiplicatifs **64%**
- **méthode 4** : par **construction** en utilisant ses moyens **66%**

Conclusion

Selon Fayol ce qui est déterminant c'est l'activité du sujet apprenant

Construire les résultats en prenant appui sur ce qu'il connaît

Justifier ses choix

UNE DÉMARCHE

	1	2	3	4	5
1					
2					
3				12	
4					

- Commutativité
- Appui sur des résultats connus (carrés, voisins)
- Régularités

Comprendre pour mieux mémoriser

Structurer le répertoire (points d'appui)

Structurer un résultat à partir d'un résultat connu	Construire les résultats des tables de 2 et de 5
Utiliser la commutativité	Multiplier par 4, c'est multiplier par 2, deux fois
Connaître les carrés (même base multiplié)	Trouver sur les particularités de certains tables (1, 5, 9) des régularités répétées dans la table de multiplier

Entraînement

Construire le répertoire

1 2 3 ④ ← 1×4
5 6 7 ⑧ ← 2×4
9 10 11 ⑫ ← 3×4

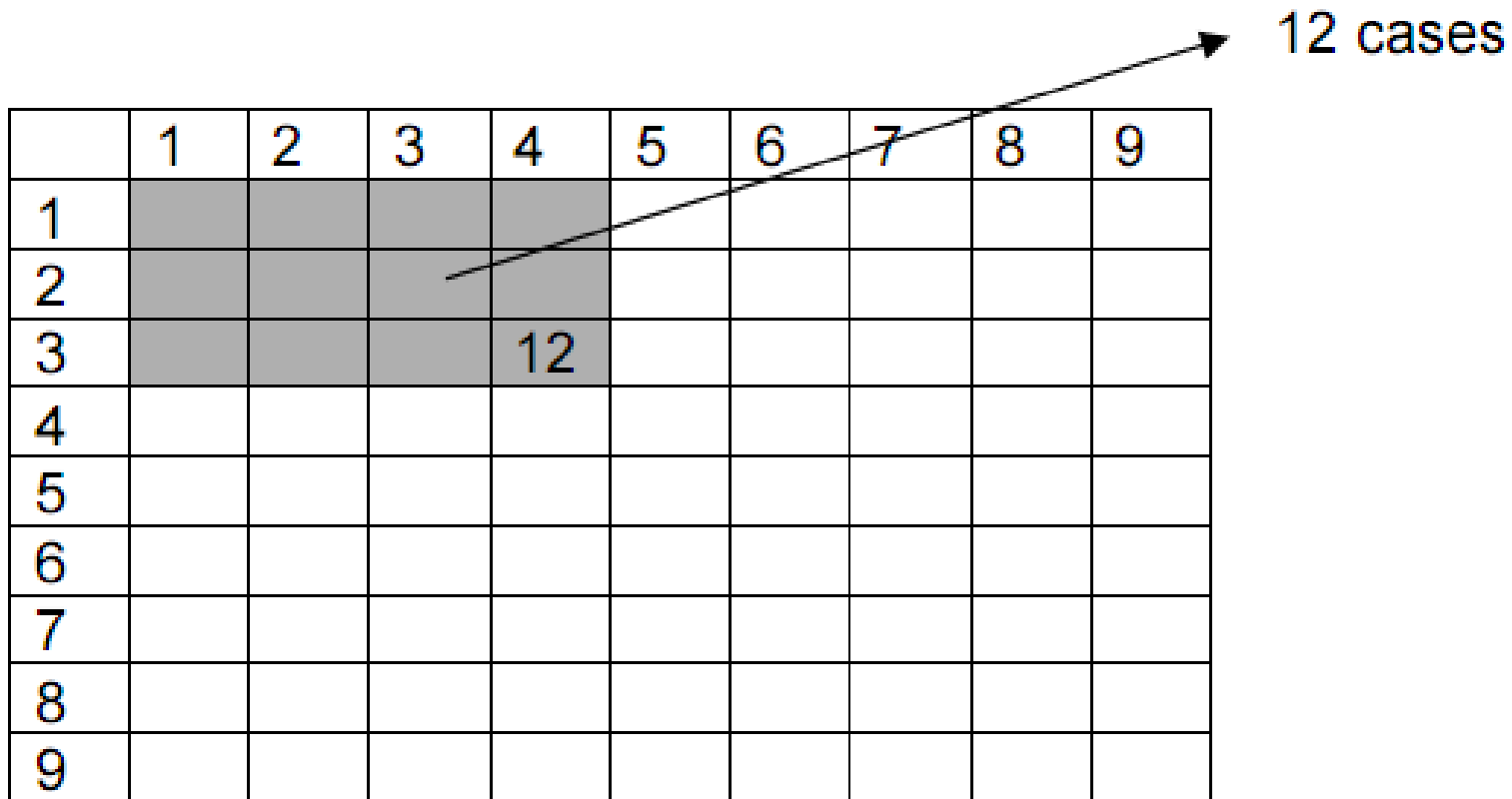
Etapes de l'apprentissage

- par tables pour la multiplication
- puis conscience de ce qui est su et de ce qui reste à apprendre

1×4=4

	2×4=8		

1- REVENIR SUR LE SENS DE 3 X 4



12 cases

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3				12					
4									
5									
6									
7									
8									
9									

2- CONSTRUCTION DES TABLES PAR LES ÉLÈVES

1	2	3	④	←	1×4
5	6	7	⑧	←	2×4
9	10	11	⑫	←	3×4
13	14	15	⑯	←	4×4
etc.					

2- CONSTRUCTION DES TABLES INDIVIDUELLES CONSTITUÉES DE BOUTS DE PAPIER QUADRILLÉ SUPERPOSÉS

On superpose et on agrafe les quadrillages suivants :

	$1 \times 4 = 4$	
--	------------------	--

	$2 \times 4 = 8$		

	$3 \times 4 = 12$		

etc.

Et on obtient :

agrafe

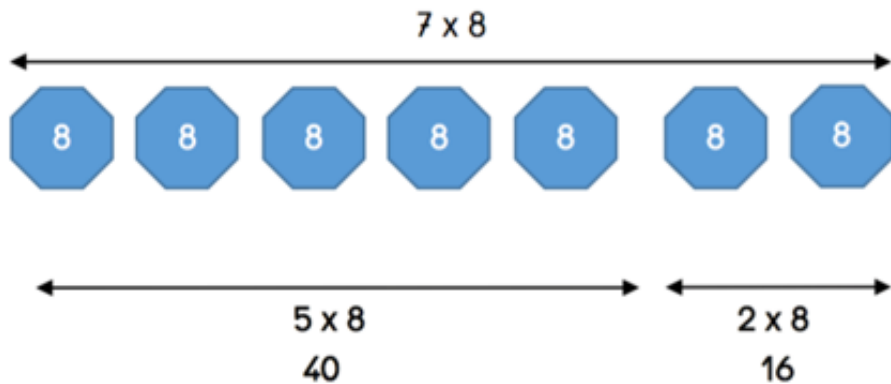
	$1 \times 4 = 4$	
	$2 \times 4 = 8$	
	$3 \times 4 = 12$	
	$4 \times 4 = 16$	
	$5 \times 4 = 20$	
	$6 \times 4 = 24$	
	$7 \times 4 = 28$	
	$8 \times 4 = 32$	
	$9 \times 4 = 36$	

3- VARIER LES REGISTRES

7 X 8

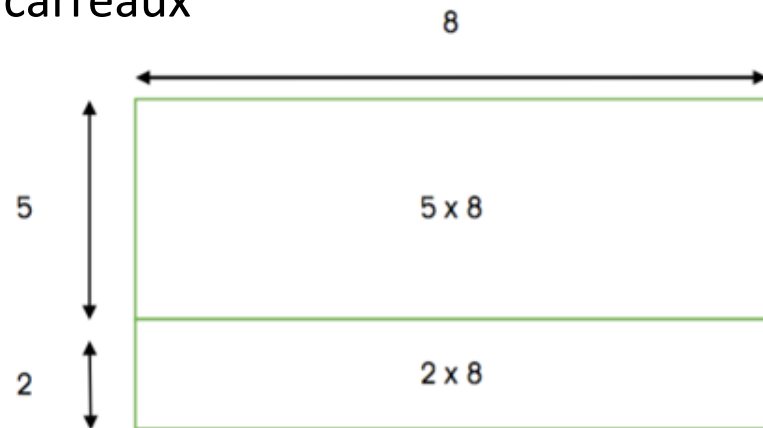
REGISTRES FIGURÉS

Registre des groupements itérés :
évoquant schématisée de 7
groupements de 8 objets.



REGISTRES DES QUADRILLAGES

Évocation schématisée d'un
rectangle de 8 carreaux sur 7
carreaux



POINTS D'APPUI POUR LE RÉPERTOIRE MULTIPLICATIF

Retrouver un résultat à partir d'un résultat connu

Connaître les résultats des tables de 2 et de 5

Utiliser la commutativité

Multiplier par 4, c'est...;
multiplier par 6, c'est...

Connaître les carrés
(souvent bien maîtrisé)

S'appuyer sur les particularités de certaines tables : 2 ; 5 ; 9 ;
des régularités repérées dans la table de Pythagore

4- DES CONSIGNES DIFFÉRENTES ET DES EXERCICES VARIÉS PEUVENT AMENER À RENDRE DISPONIBLE CE FAIT NUMÉRIQUE : $6 \times 9 = 54$

1) Présenter la question **oralement ou par écrit** (écriture lacunaire ou autre) et demander une réponse orale ou par écrit.

À quoi est égal 9 multiplié par 6 ? ou $9 \times 6 = ?$

$$9 \times ? = 54 \quad \text{ou} \quad ? \times 9 = 54$$

$$6 \times ? = 54 \quad \text{ou} \quad ? \times 6 = 54$$

$$\text{ou } 54 = ? \times ?$$

2) Demander de trouver des (toutes les) décompositions multiplicatives de 54 faisant intervenir deux, trois ou quatre facteurs

3) Faire le lien avec la division :

Quel est le quotient de 54 par 6 ?

Quel est le quotient de 54 par 9 ?

54 divisé par 6 égal = ? ou $54 \div 6 = ?$

54 divisé par 9 ? ou $54 \div 9 = ?$

$$6 \times 9 = 54$$

4) Faire le lien avec la notion de multiple ou de diviseur :

54 est-il un multiple de 6 ?

54 est-il multiple de 9 ?

6 divise-t-il 54 ?

9 divise-t-il 54 ?

6 est-il un diviseur de 54 ?

9 est-il un diviseur de 54 ?

Quel est le reste de la division de 54 par 6 ?

Quel est le reste de la division de 54 par 9 ?

5) Réinvestir ce fait numérique dans des calculs plus complexes :

$$60 \times 9 = ? \quad 540 \div 60 = ?$$

$$5\,400 = 900 \times ?$$

$$0,6 \times 9 = ? \quad 5,4 \div 9 = ?$$

■ Apprentissage de la table de 17 : à vous de jouer !

- Construire la table de 17 et la mémoriser
- Compléter le plus possible de cases en 5'

$17 \times 3 = \dots$	$170 = \dots \times 17$	$2 \times 17 = \dots$	$170 \div 17 = \dots$	$34 = \dots \times 17$
$68 = \dots \times 17$	$17 \times 8 = \dots$	$153 \div 9 = \dots$	$6 \times 17 = \dots$	$17 \times 9 = \dots$
$85 = \dots \times 17$	$119 = \dots \times 17$	$6 \times 17 = \dots$	$8 \times 17 = \dots$	$1700 = \dots \times 10$
$153 = \dots \times 17$	$2 \times 1,7 = \dots$	$9 \times 17 = \dots$	$51 = \dots \times 17$	$5 \times 17 = \dots$
$68 \div 17 = \dots$	$850 \div 5 = \dots$	$136 \div 8 = \dots$	$10 \times 17 = \dots$	$7 \times 17 = \dots$
$4 \times 17 = \dots$	$0,5 \times 17 = \dots$	$10,2 \div 6 = \dots$	$119 \div 17 = \dots$	$136 \div 17 = \dots$
$1530 = 170 \times \dots$	$850 = \dots \times 500$	$136 = \dots \times 17$	$9 \times 17 = \dots$	$5,1 \div 1,7 = \dots$
$119 \div 7 = \dots$	$6,8 = \dots \times 17$	$1,7 \times 5 = \dots$	$3,4 = \dots \times 17$	$17 \times \dots = 136$
$0,6 \times 17 = \dots$	$3 \times 0,17 = \dots$	$15,3 = \dots \times 1,7$	$8,5 = \dots \times 0,17$	$680 = \dots \times 40$
$340 = \dots \times 17$	$85 \div 5 = \dots$	$8 \times 17 = \dots$	$90 \times 17 = \dots$	$1\ 360 = \dots \times 17$

APPRENTISSAGE DE LA TABLE DE 17

Au cycle 3, les tables de 1 à 9 sont reprises (si besoin reconstruites), les autres se re/construisent ex.X17



Jill Mansergh - Tables with a Number Stick

■ Apprentissage de la table de 17 : à vous de jouer !

- Construire la table de 17 et la mémoriser

1. $17 \times 3 = \boxed{?}$

2. $9 \times 17 = \boxed{?}$

3. $17 \times \boxed{?} = 119$

4. $\boxed{?} \times 17 = 85$

5. $8 \times 17 = \boxed{?}$

6. $17 \times 0,6 = \boxed{?}$

7. $3 \times 0,17 = \boxed{?}$

8. $17 \times \boxed{?} = 1360$

9. $0,2 \times 17 = \boxed{?}$

10. $6,8 = \boxed{?} \times 17$

APPRENDRE LA TABLE DE 17

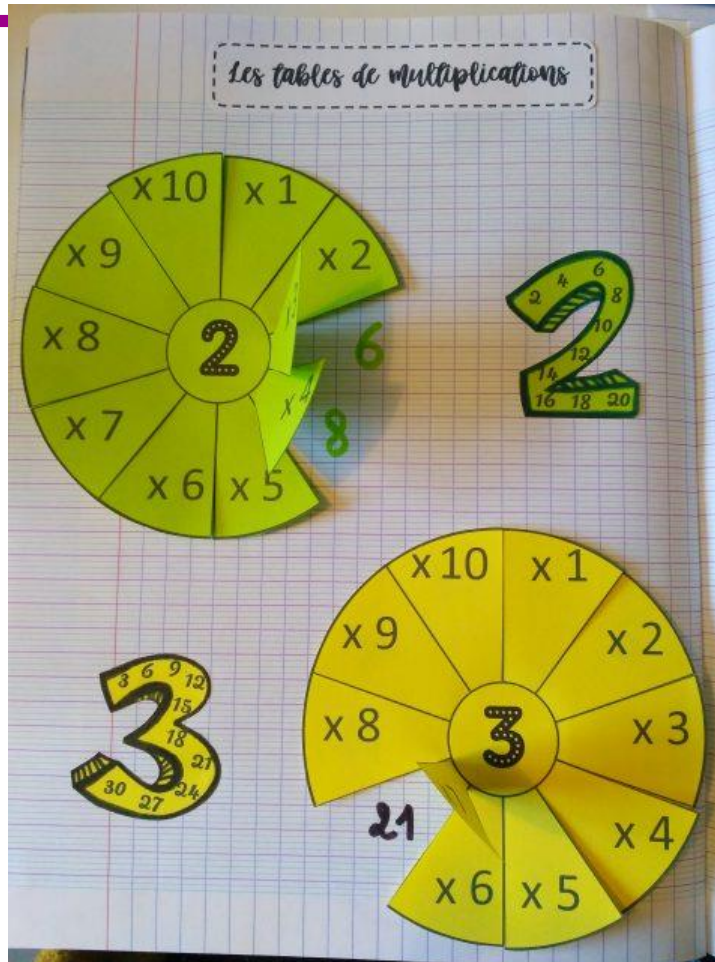
Jill Mansergh : The number stick

■ <https://www.youtube.com/watch?v=yXdHGBfoqfw>

Vidéo de 10mn d'un temps d'apprentissage de la table de 17 . (en anglais)

■ <https://www.youtube.com/watch?v=G94gW8cnu9s>

Vidéo d'une formation d'enseignants en anglais qui fait suite à la vidéo précédente et lors de laquelle Jill Mansergh donne quelques clés sur l'utilisation du « number stick » en classe .



Un outil pour aider à la mémorisation en classe qui peut être utilisé individuellement ou en binôme dans la classe.

<http://www.tablettesetprouettes.com/lecon-a-manipuler-sur-les-tables-de-multiplications/>

Premiers éléments de synthèse

■ Difficultés liées aux interférences :

Combien font 3×8 ?

Réponses proposées : 32 ? 23 ?

↓
 4×8

Quand l'enfant répond $3 \times 8 = 32$ ou $3 + 4 = 12$, il n'a pas tout faux !

■ Travail sur le long terme :

Tous les jours 5 minutes

■ « Stratégie d'envers et d'endroit »

Passer de la multiplication à la multiplication à trous, à la division : $4 \times 5 = ?$ $20 = ? \times 5$
« Dans 20 combien de fois 5 ? »

■ **Progression et programmation** : ordre de l'apprentissage et ciblage des révisions.

■ **Apprentissage de chaque table par étapes** et pas dans l'ordre de la récitation.

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



3. ANALYSE DE MANUELS



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

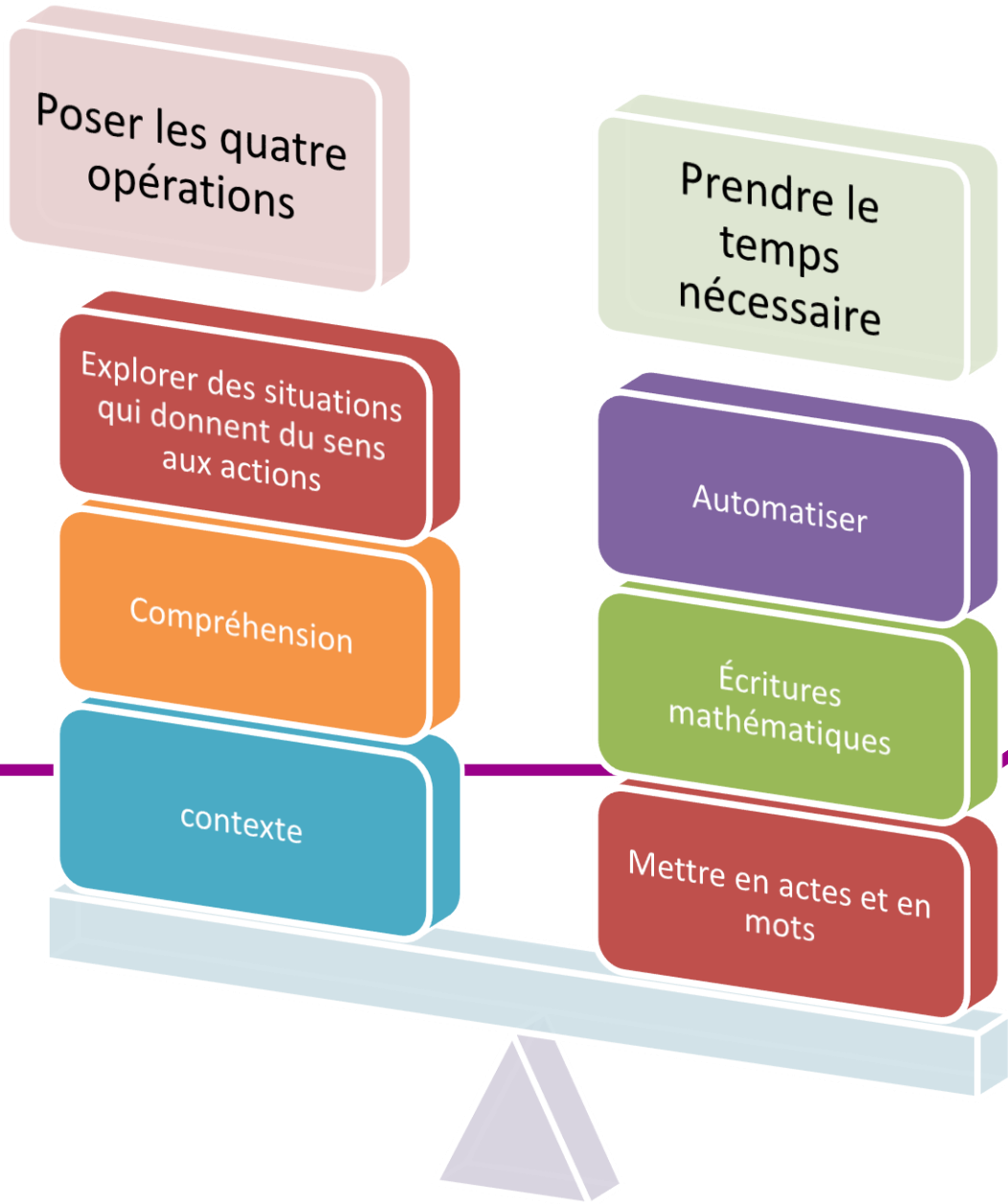
- Quels points forts ?
- Quels points faibles
- Que faudrait-il aménager ? Que manque-t-il ?

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



4. La multiplication posée

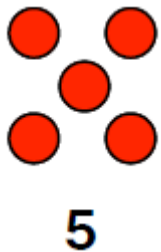




1) LA MULTIPLICATION ET SES REPRÉSENTATIONS

a) la multiplication comme...

■ La multiplication comme une **addition itérée**



$$3 \times 5 = 5 + 5 + 5$$

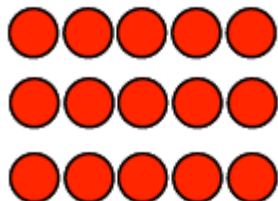
$$3a = a + a + a$$



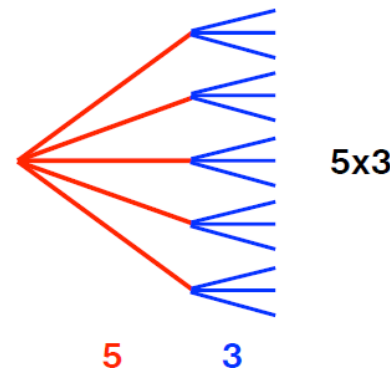
■ La multiplication comme un **produit cartésien**

Classique

$$5 \times 3$$



Avec un arbre



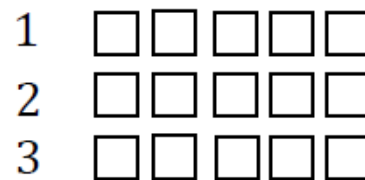
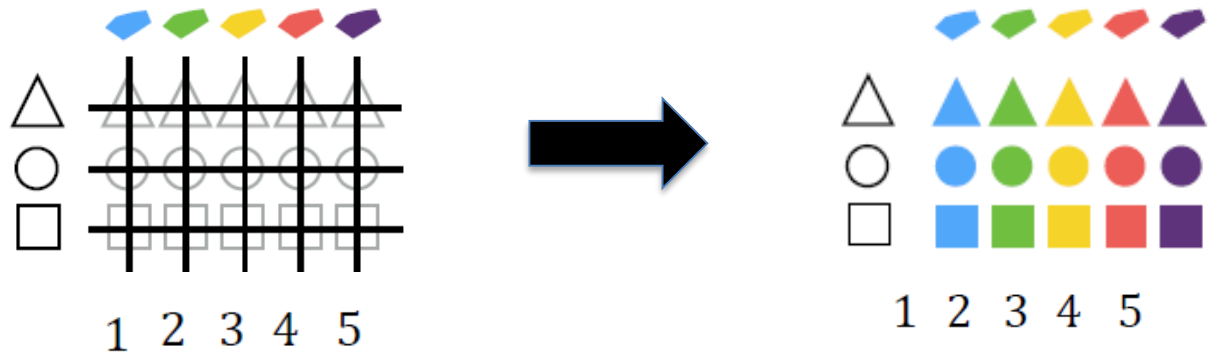
1) LA MULTIPLICATION ET SES REPRÉSENTATIONS

c) de l'addition itérée à l'aire de la surface d'un rectangle en passant par le produit cartésien **$3 \times 5 = 15$**

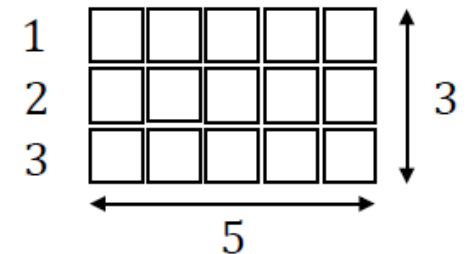
■ addition itérée



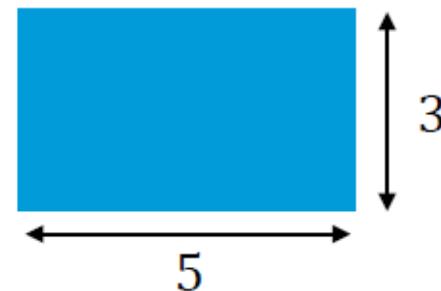
■ produit cartésien



La multiplication quadrillage



■ l'aire de la surface d'un rectangle

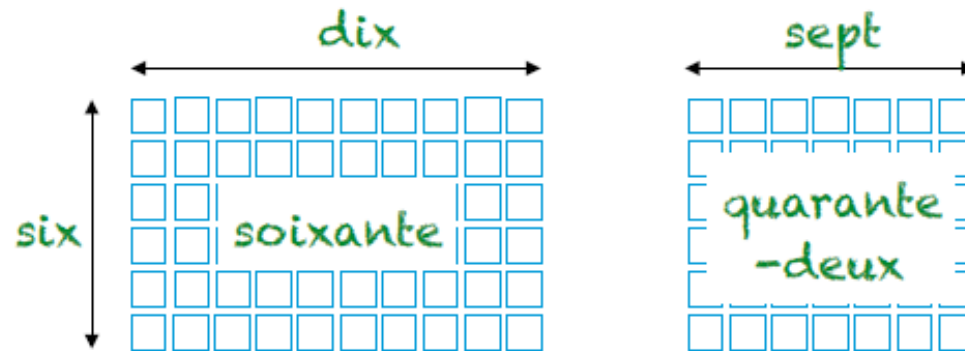
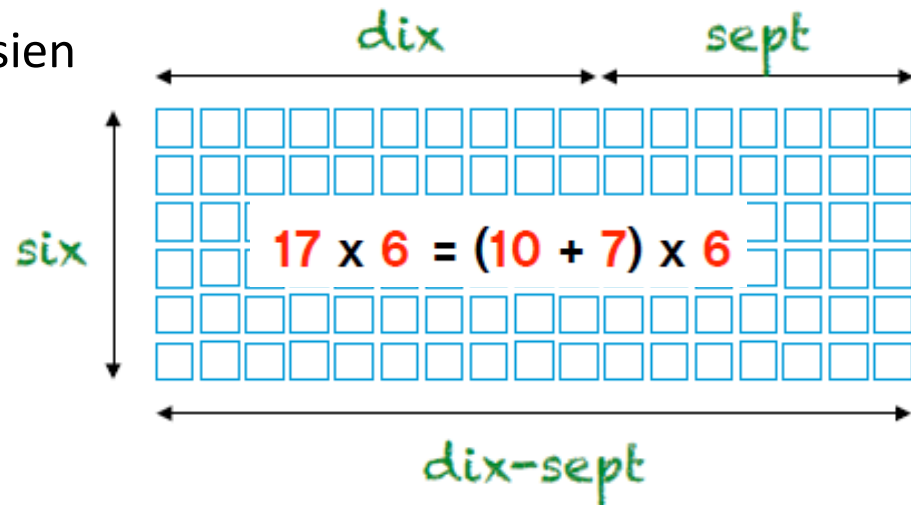


2) LE CALCUL RÉFLÉCHI

$$17 \times 6 = 102$$

a) la décomposition additive

- A l'aide du produit cartésien



$$17 \times 6 = (10 + 7) \times 6 = (10 \times 6) + (7 \times 6)$$

↑
Distributivité

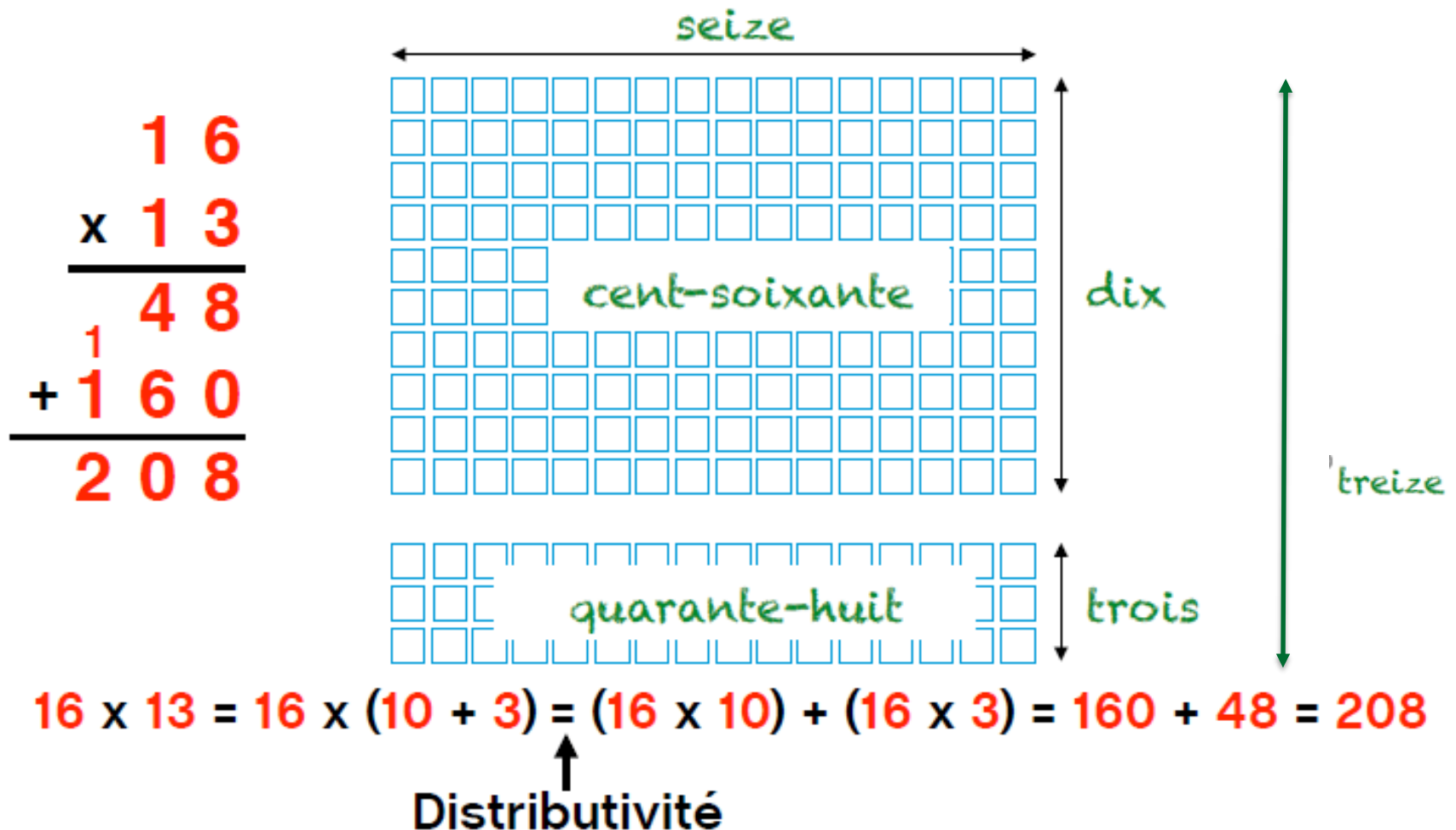
$$= 60 + 42 = 102$$

2) LE CALCUL RÉFLÉCHI

$$16 \times 13 = 208$$

a) la décomposition additive

- A l'aide du produit cartésien

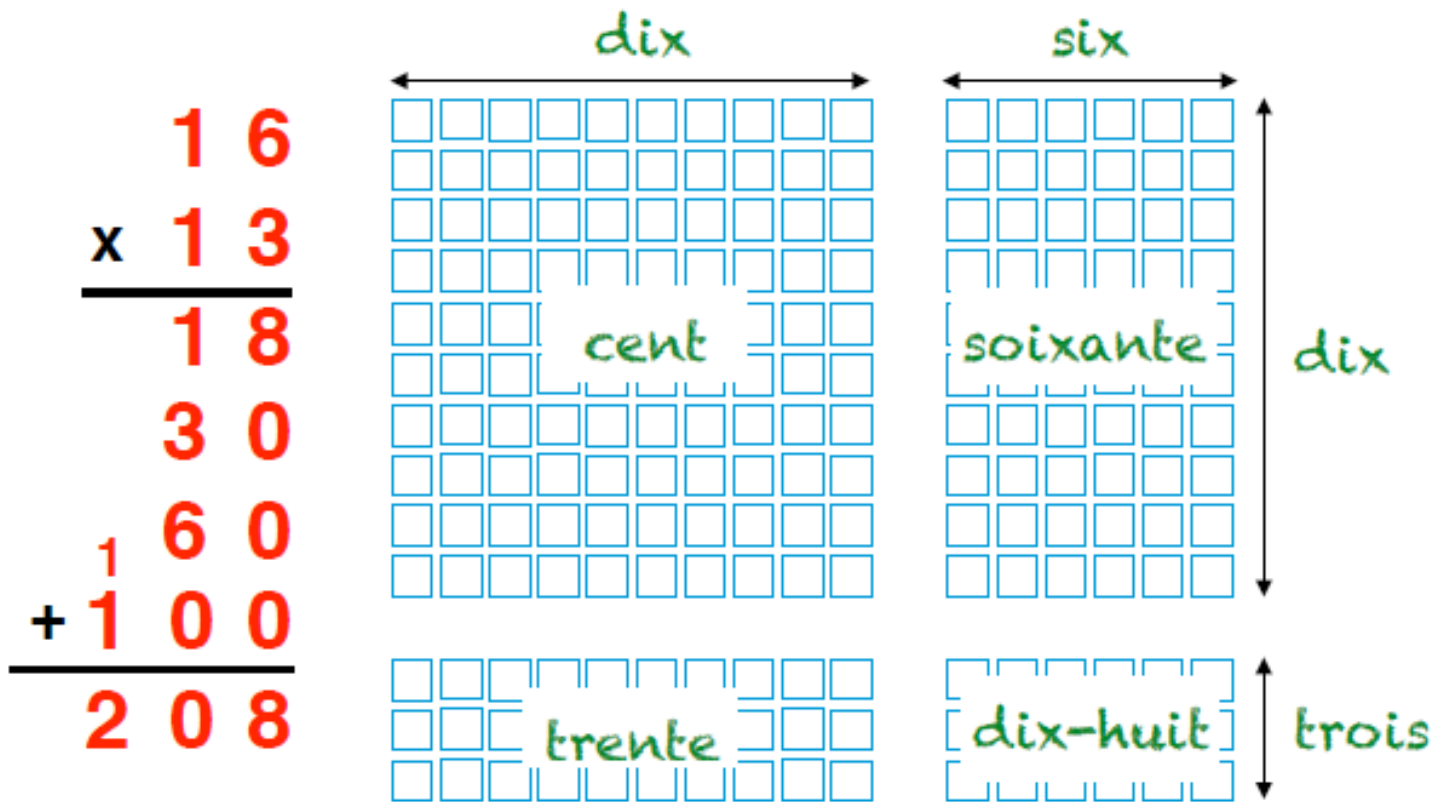


2) LE CALCUL RÉFLÉCHI

$$16 \times 13 = 208$$

a) la décomposition additive

- A l'aide du produit cartésien



$$16 \times 13 = 16 \times (10 + 3) = 16 \times 10 + 16 \times 3 =$$

$$(10 + 6) \times 10 + (10 + 6) \times 3 = 10 \times 10 + 6 \times 10 + 10 \times 3 + 6 \times 3$$

2) LE CALCUL RÉFLÉCHI

$$234 \times 3 = 702$$

b) Vers la multiplication posée

- A l'aide du produit cartésien

$$\begin{aligned} 234 \times 3 &= (200 + 30 + 4) \times 3 \\ &= (4 + 30 + 200) \times 3 \\ &= 4 \times 3 + 30 \times 3 + 200 \times 3 \\ &= 12 + 90 + 600 \end{aligned}$$

$$234 \times 3 = 702$$

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times \quad 3 \\ \hline 12 \\ 90 \\ + 600 \\ \hline 702 \end{array}$$

	C	D	U
	2	3	4
x			3
		1	2
		9	
+ 6			
	7	0	2

trois fois quatre égale douze

trois fois trois égale neuf

trois fois deux égale six

3) LA MULTIPLICATION PAR 10 ET SES PUISSANCES

$$32 \times 10 = 320$$

32

M	C	D	U
		3	2

32 x 10

M	C	D	U
		●●●●●●●●●●	●●



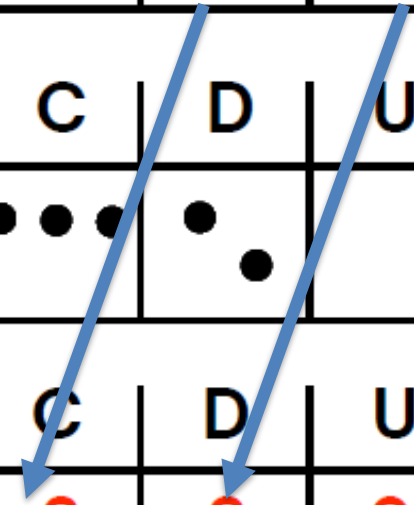
x10



M	C	D	U
		3	2

M	C	D	U
	●●●	●	●

M	C	D	U
	3	2	0

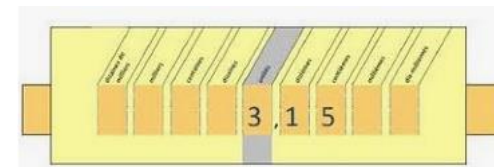
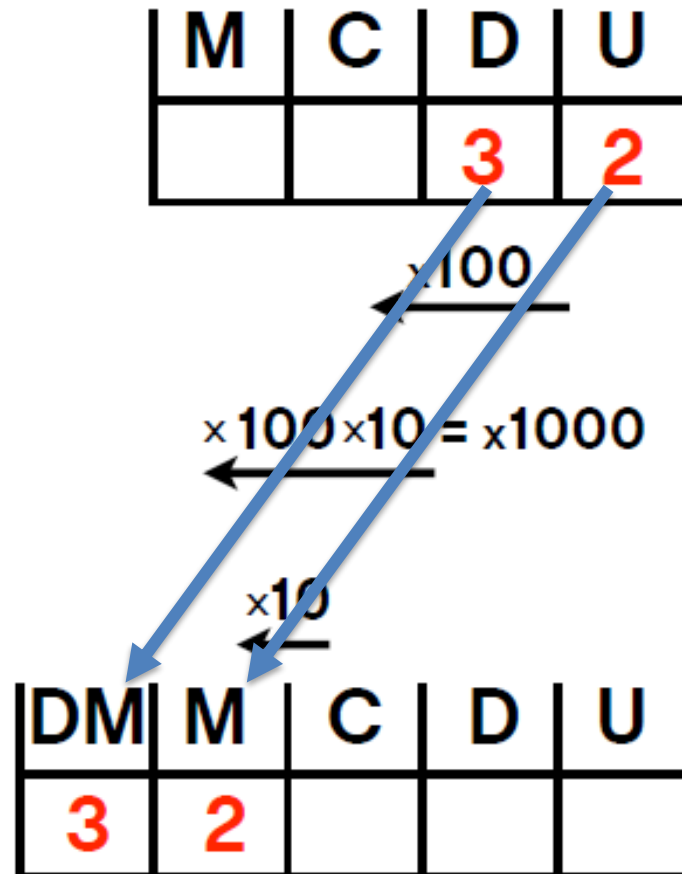


Dans le système décimal, multiplier par 10, revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la gauche ! « le glisse-nombre »



On a alors échangé dix groupements en un groupement d'ordre supérieur.

3) LA MULTIPLICATION PAR 10 ET SES PUISSANCES



Dans le système décimal, multiplier par 100, revient à déplacer les chiffres de trois colonnes vers la gauche ! « le glisse-nombre »

3) LA MULTIPLICATION PAR 10 ET SES PUISSANCES

M	C	D	U
	3	2	

:10
→

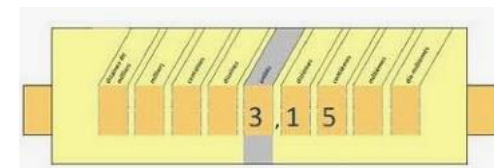
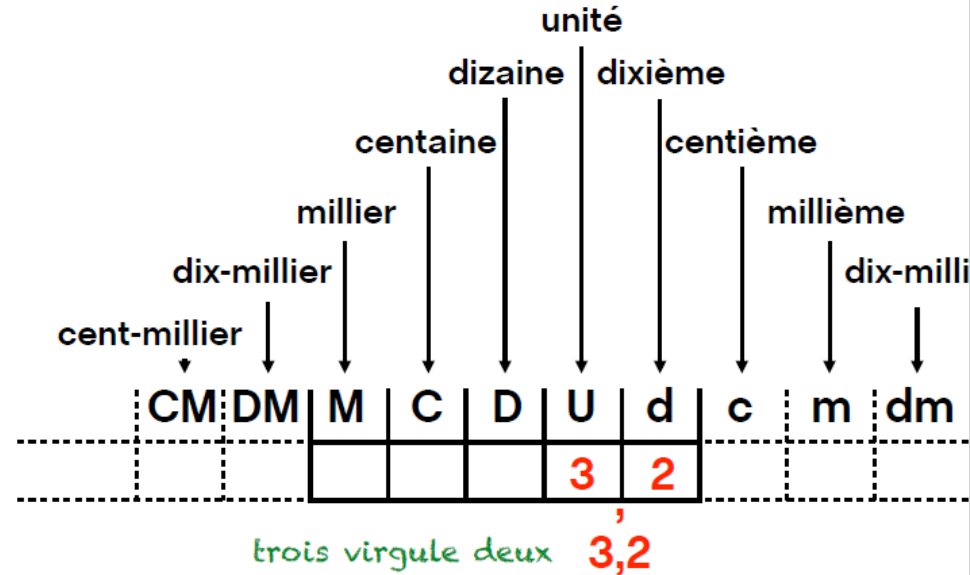
(x0,1)

M	C	D	U
		3	2

:10
→

(x0,1)

M	C	D	U		
			3	2	

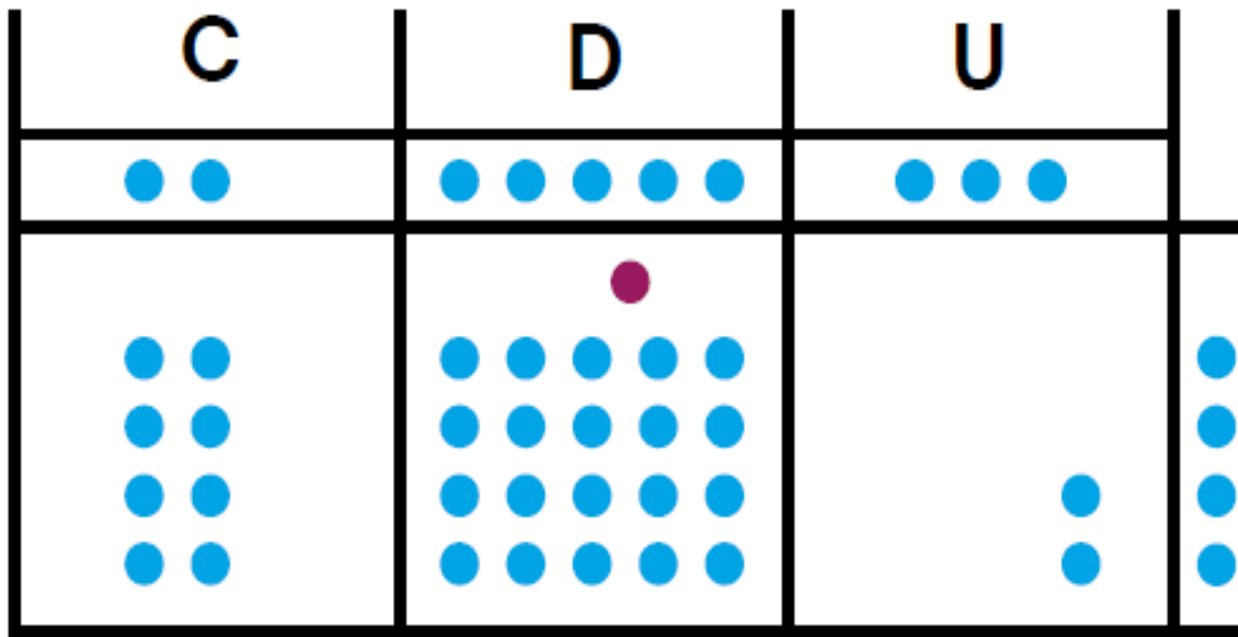


Dans le système décimal, diviser par 10 ou multiplier par 0,1 revient à déplacer les chiffres d'une colonne **vers la droite** ! « le glisse-nombre »

4) LA MULTIPLICATION POSÉE SUR L'ABAQUE

$$253 \times 4 = 1012$$

$$253 \times 4 = 1012$$

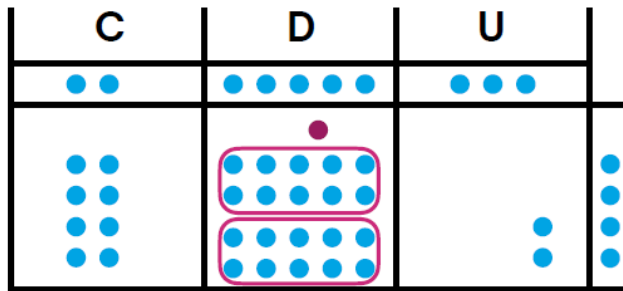


$$\begin{array}{r} 1 \\ 253 \\ \times 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

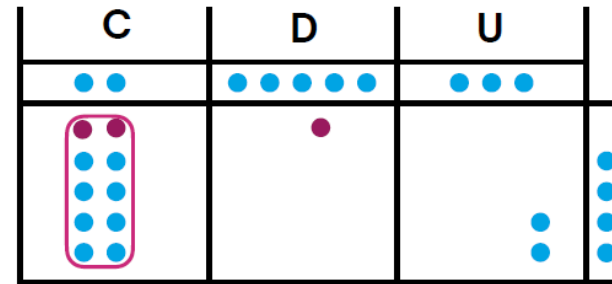
4) LA MULTIPLICATION POSÉE SUR L'ABAQUE

$$253 \times 4 = 1012$$

$$253 \times 4 = 1012$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ 253 \\ \times 4 \\ \hline 212 \end{array}$$

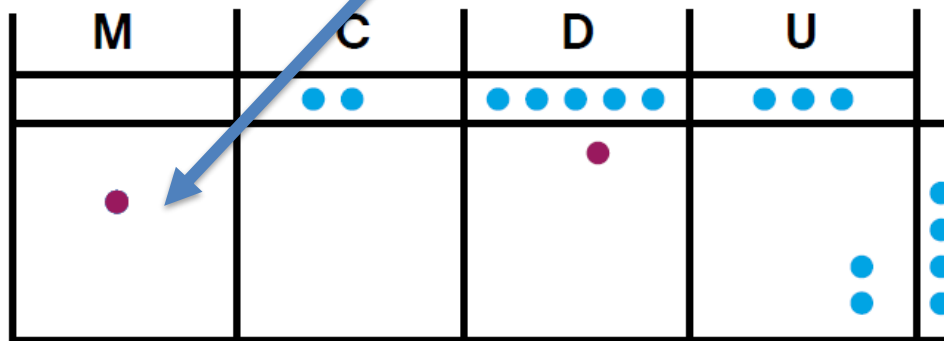


$$\begin{array}{r} 21 \\ 253 \\ \times 4 \\ \hline 1012 \end{array}$$



Si nécessaire on ajoute des colonnes à gauche.

$$253 \times 4 = 1012$$

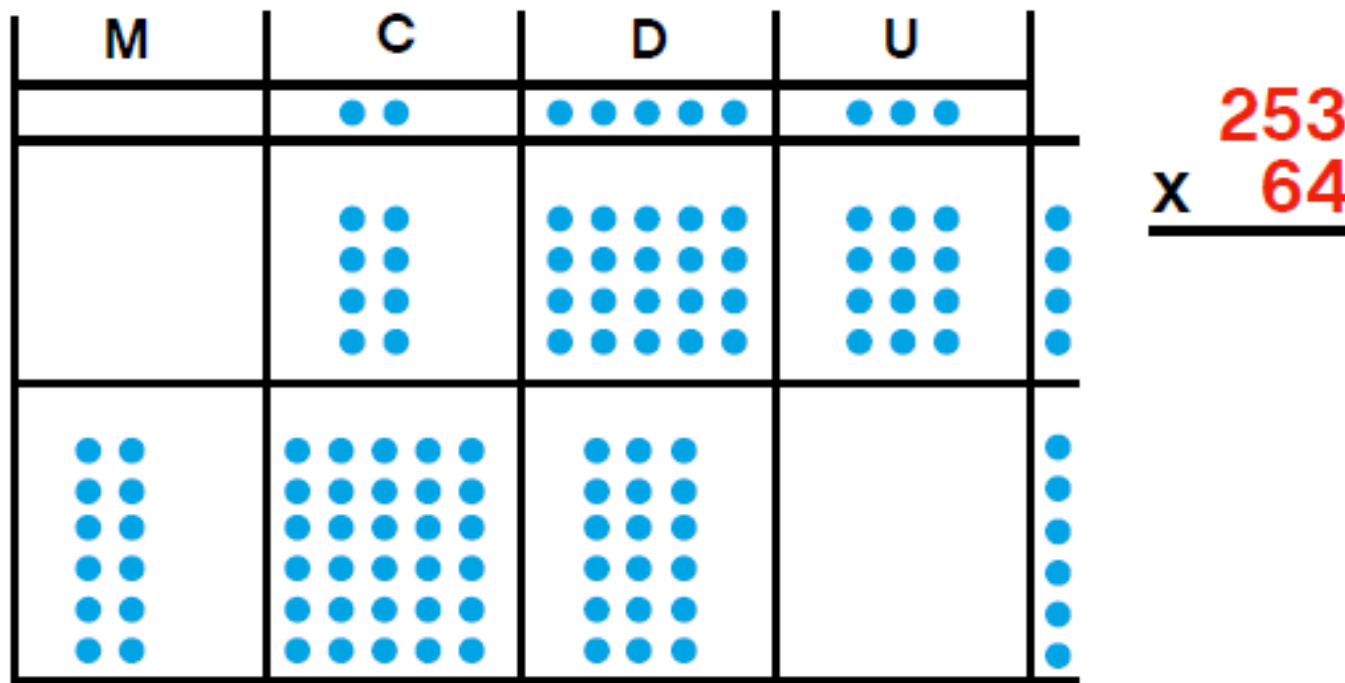


$$\begin{array}{r} 21 \\ 253 \\ \times 4 \\ \hline 1012 \end{array}$$

1 0 1 2

4) LA MULTIPLICATION POSÉE SUR L'ABAQUE

$$253 \times 64 = 16192$$



Dans le système décimal, multiplier par 10, revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la gauche !

4) LA MULTIPLICATION POSÉE SUR L'ABAQUE

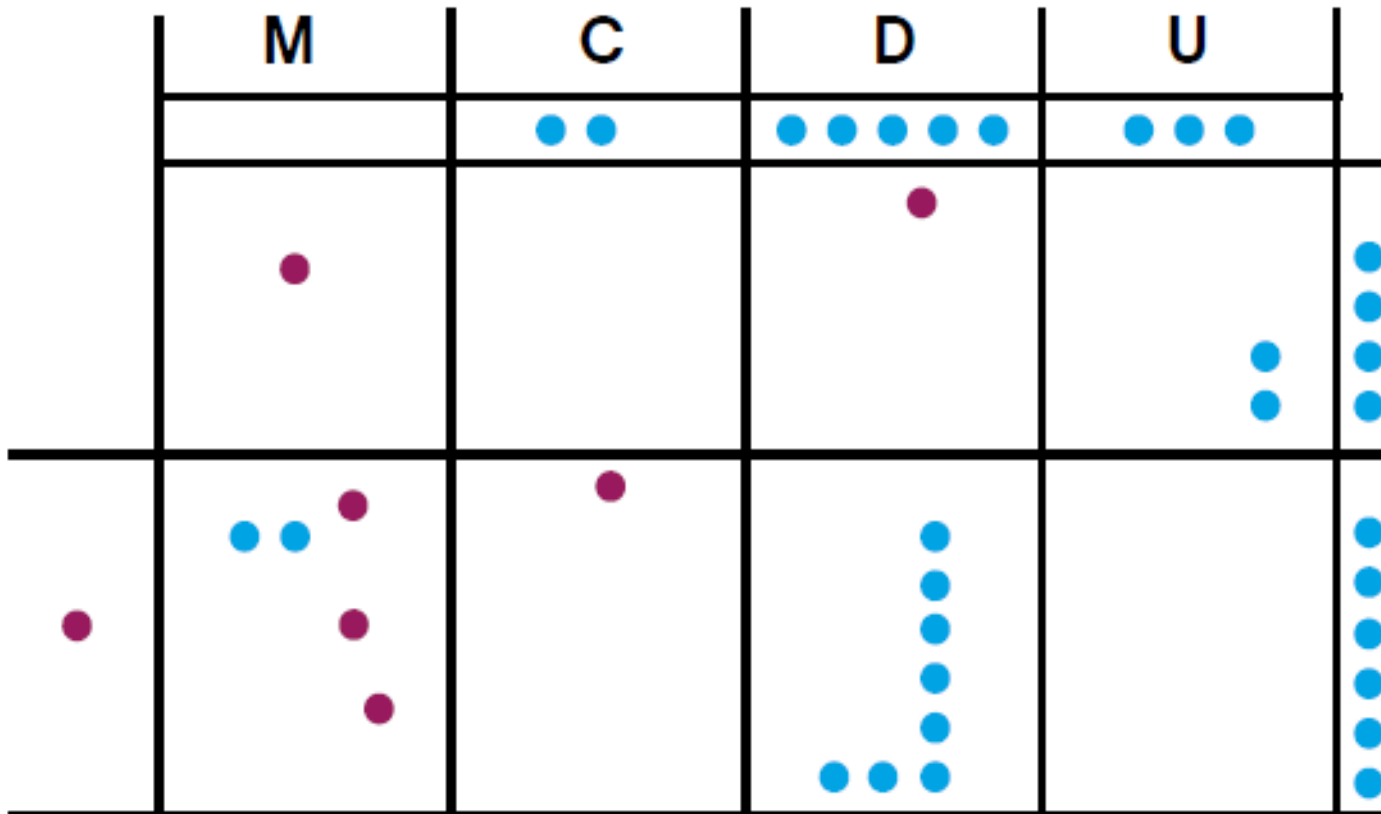
$$253 \times 64 = 16192$$

M	C	D	U	
	● ●	● ● ● ● ●	● ● ●	
	● ● ● ● ● ● ● ● ● ●	●		● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●	● ●	● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ●		● ● ● ● ● ●

$$\begin{array}{r} 253 \\ \times 64 \\ \hline \end{array}$$

4) LA MULTIPLICATION POSÉE SUR L'ABAQUE

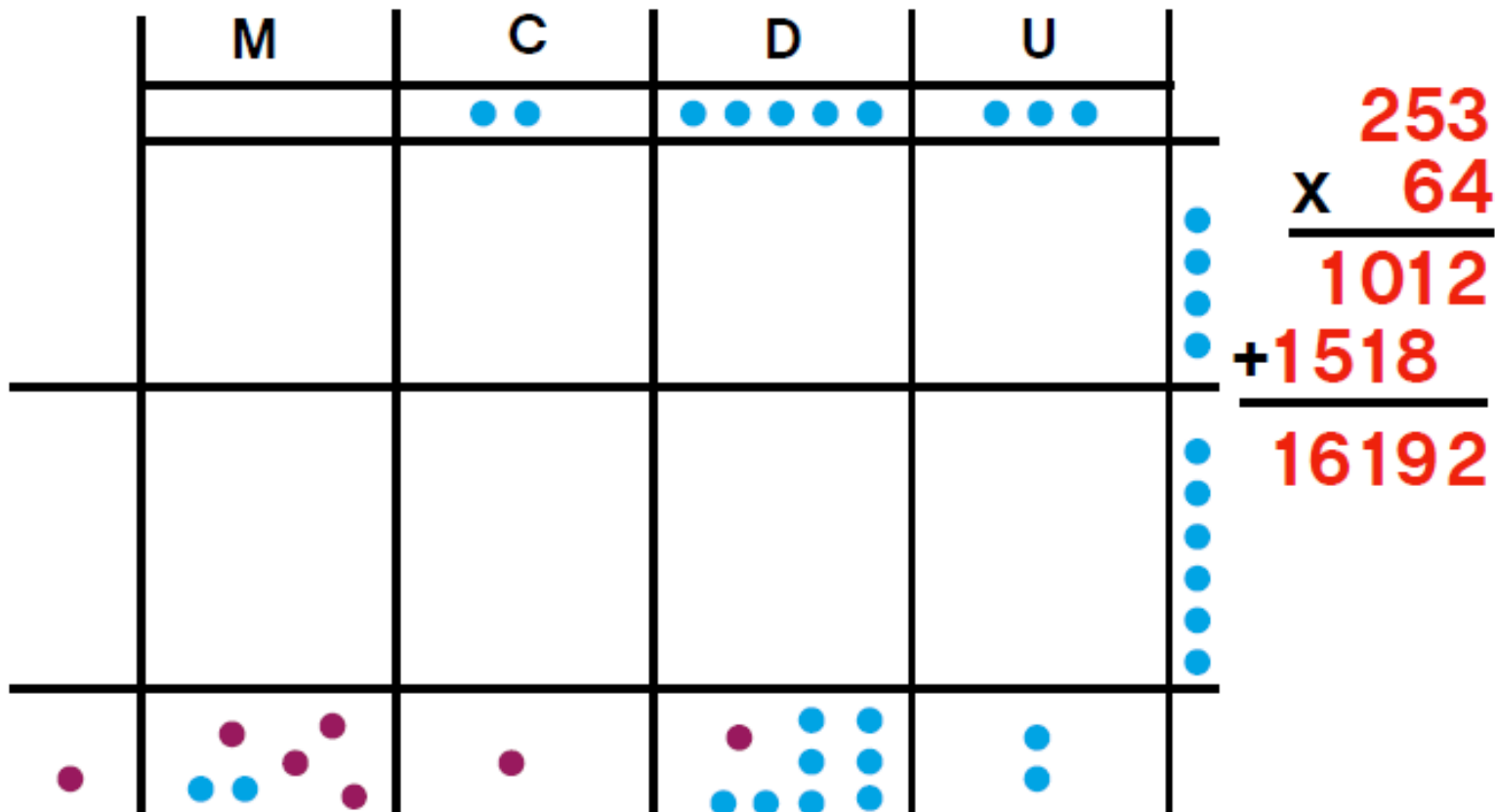
$$253 \times 64 = 16192$$



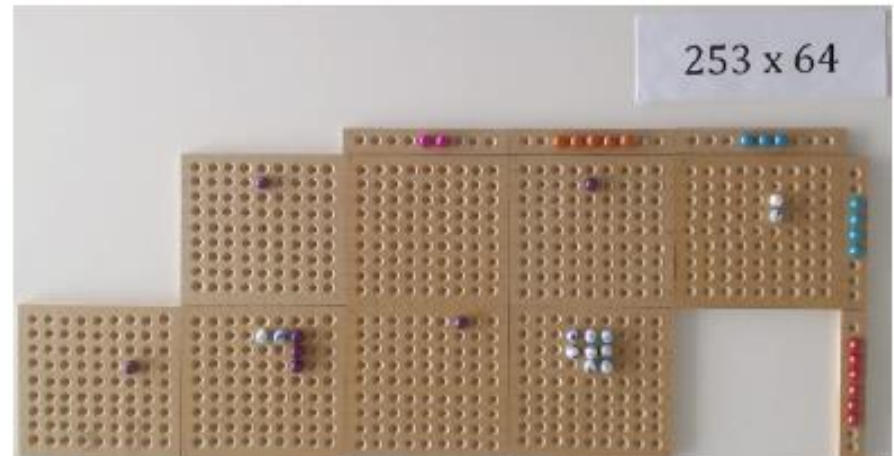
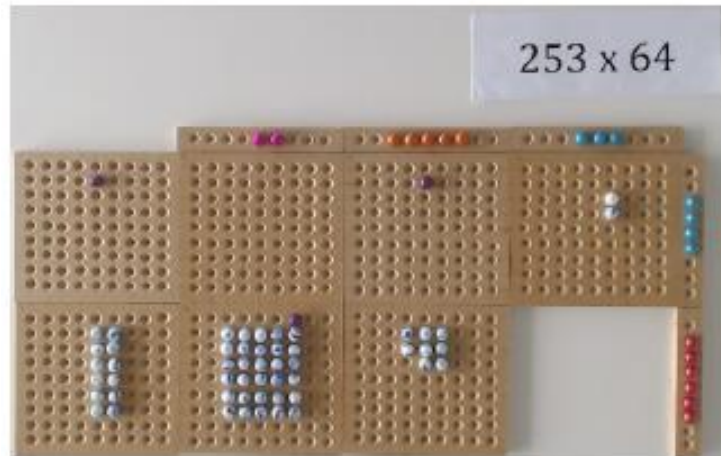
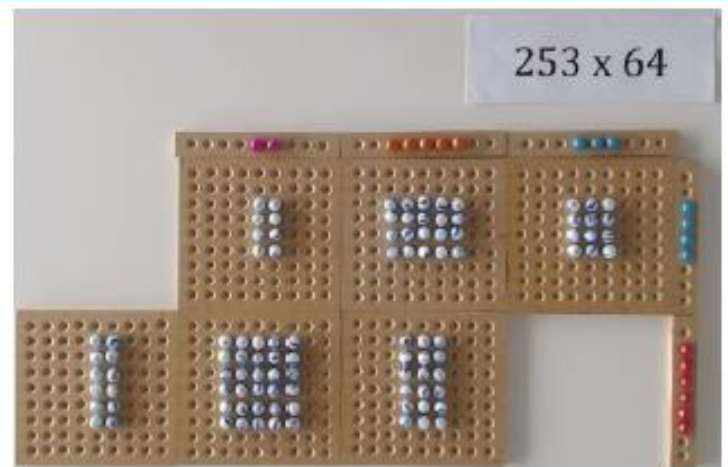
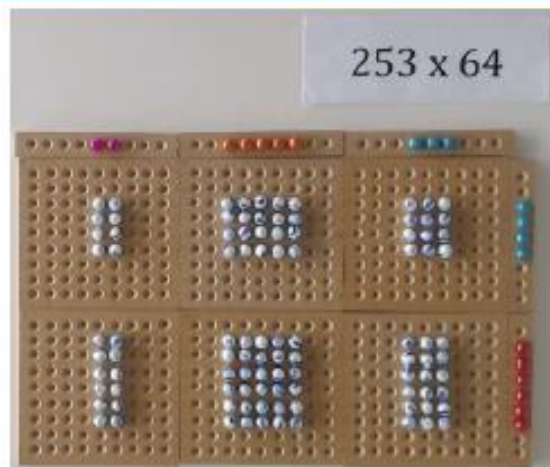
$$\begin{array}{r} 253 \\ \times 64 \\ \hline 1012 \\ 1518 \\ \hline \end{array}$$

4) LA MULTIPLICATION POSÉE SUR L'ABAQUE

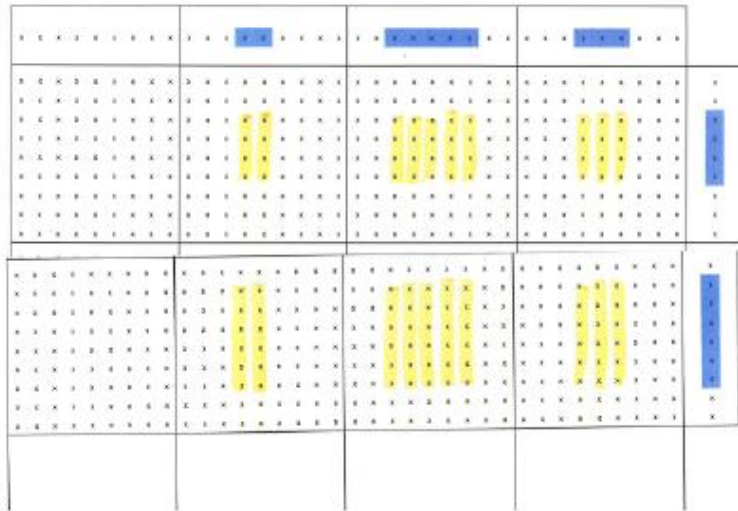
$$253 \times 64 = 16192$$



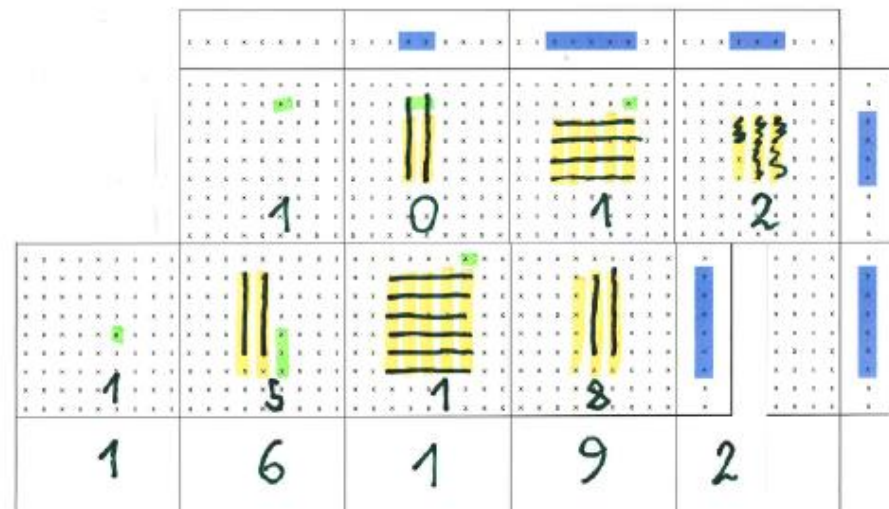
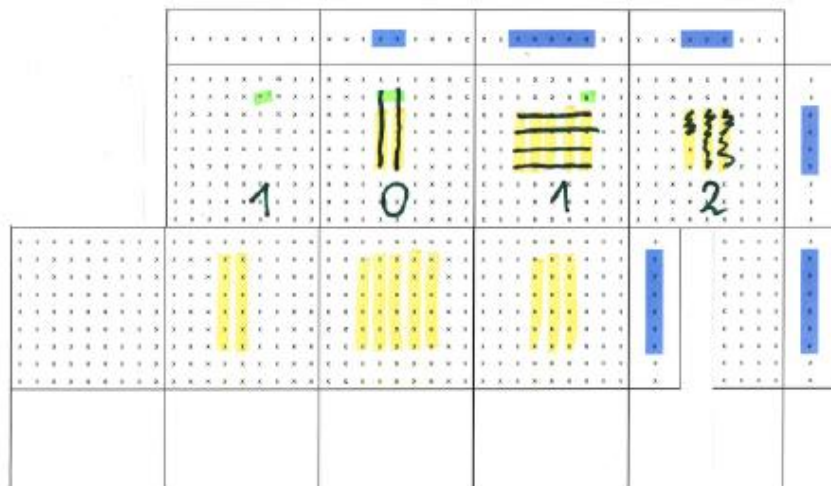
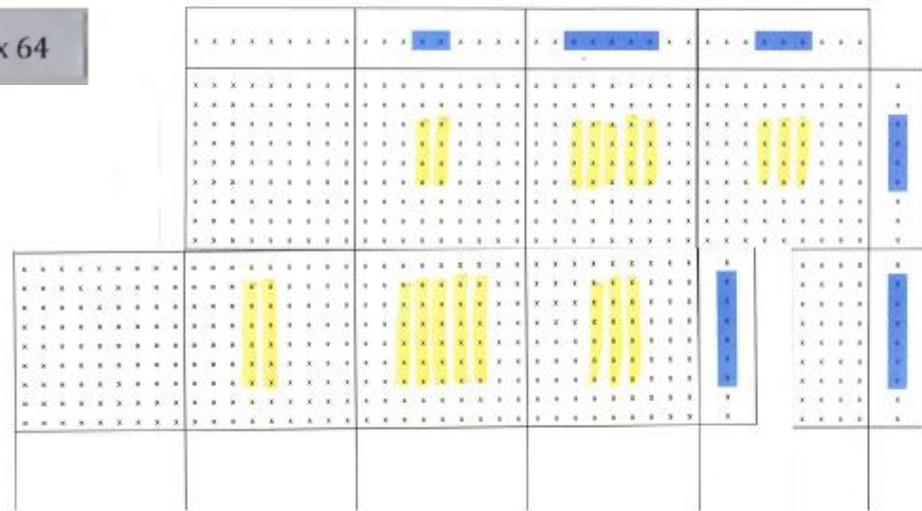
4) LA MULTIPLICATION POSÉE SUR L'ABAQUE



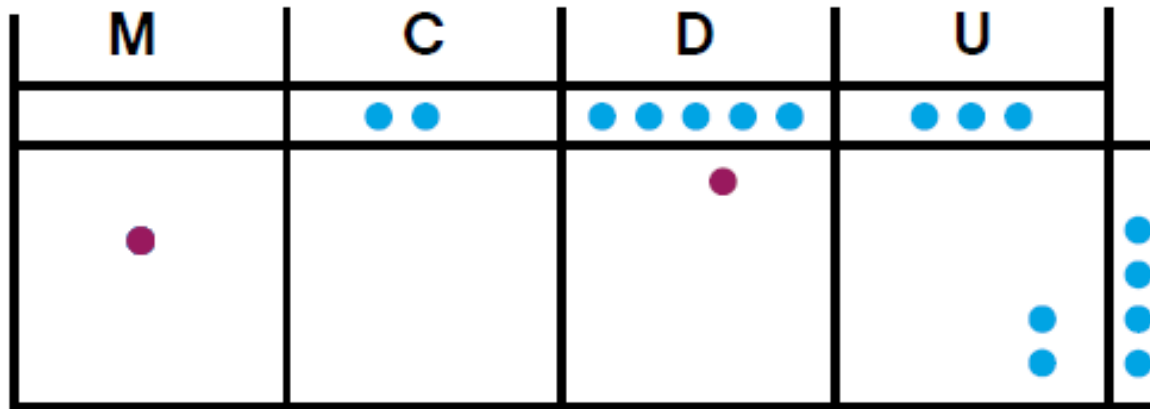
4) LA MULTIPLICATION POSÉE SUR L'ABAQUE



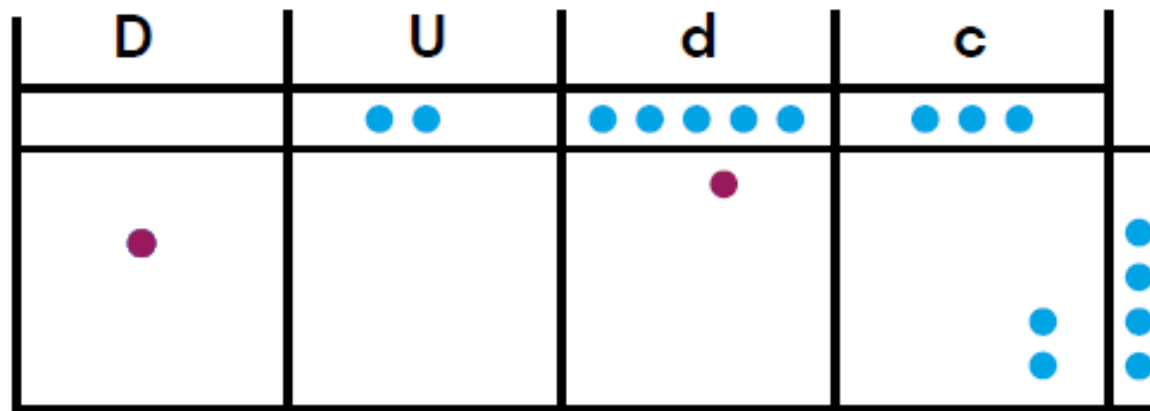
253 x 64



5) LA MULTIPLICATION DES NOMBRES DÉCIMAUX POSÉE SUR L'ABAQUE



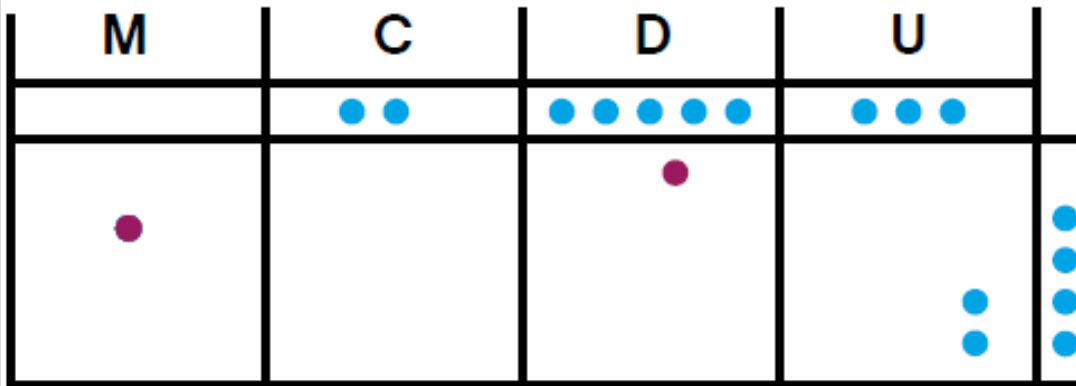
$$\begin{array}{r}
 253 \\
 \times 4 \\
 \hline
 1012
 \end{array}$$



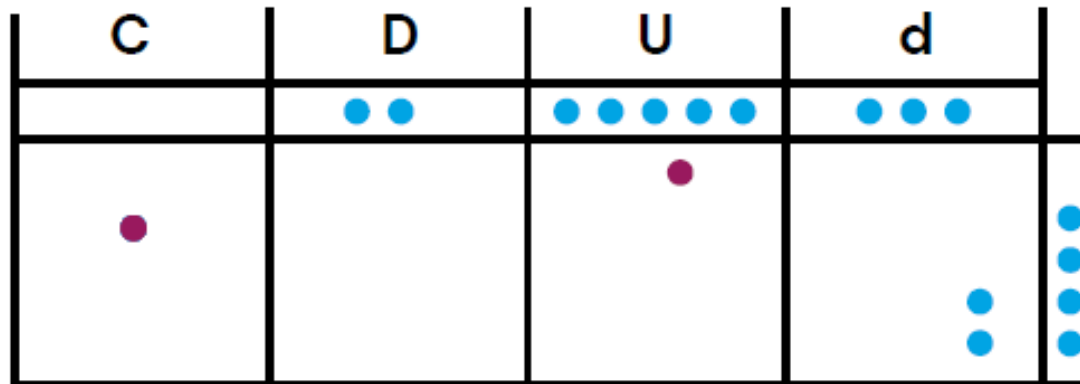
$$\begin{array}{r}
 2,53 \\
 \times 4 \\
 \hline
 10,12
 \end{array}$$

$$2,53 \times 4 = (2 + 0,5 + 0,03) \times 4$$

5) LA MULTIPLICATION DES NOMBRES DECIMAUX POSEE SUR L'ABAQUE



$$\begin{array}{r}
 253 \\
 \times 4 \\
 \hline
 1012
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 253 \\
 \times 0,4 \\
 \hline
 101,2
 \end{array}$$

Diviser par 10 ou multiplier par 0,1 revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la droite !

5) LA MULTIPLICATION DES NOMBRES DÉCIMAUX POSÉS SUR L'ABAQUE

$$\begin{array}{r} 253 \\ \times 64 \\ \hline 1012 \\ +1518 \\ \hline 16192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 253 \\ \times 4,6 \\ \hline 1012 \\ + 151,8 \\ \hline 1163,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,53 \\ \times 4,6 \\ \hline 10,12 \\ + 1,518 \\ \hline 11,638 \end{array}$$

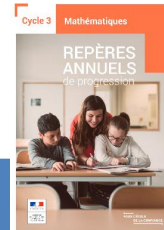
Diviser par 10 ou multiplier par 0,1 revient à déplacer les chiffres d'une colonne vers la droite !

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

- **Historique**
- **Programmes actuels**
- **Repères annuels de progression**



5. Repères annuels de progression



P1		P2		P3		P4		P5	
Sept	Oct	Nov	Déc	Janv	Fév	Mars	Avril	Mai	Juin

Tout au long du cycle, la pratique régulière du calcul conforte et consolide la mémorisation des **tables de multiplication jusqu'à 9**.

CM1 dès P1 mémoriser les quatre premiers **multiples** de 25 et de 50.



CM1 P3 **Multiplier** et diviser par 10 des nombres décimaux ; rechercher le complément au nombre entier supérieur.

CM1 P4 ou P5 **multiplier** par 1 000 un nombre décimal.

CM2 P1 **Diviser** un nombre décimal (entier ou non) par 100.



CM2 P3 Apprendre à **multiplier** un nombre décimal (entier ou non) par 5 et par 50.



6^e P1 **réactiver la multiplication** et la division par 10, 100, 1 000.

6^e P2 **multiplier** un nombre entier puis décimal par 0,1 et par 0,5



CM1 P3 **critères de divisibilité** par 2, 5 et 10.

CM2 P4 **critères de divisibilité** par 3 et par 9

CM1 Tout au long de l'année, **propriétés des opérations** (ex : $12 + 199 = 199 + 12$; $5 \times 21 = 21 \times 5$; $45 \times 21 = 45 \times 20 + 45 \times 1$; $6 \times 18 = 6 \times 20 - 6 \times 2$).

CM2 **propriétés des opérations** à des calculs plus complexes par la nature des nombres en jeu, leur taille ou leur nombre (exemples : $1,2 + 27,9 + 0,8 = 27,9 + 2$; $3,2 \times 25 \times 4 = 3,2 \times 100$).

6^e **propriétés des opérations** et procédures déjà utilisées à l'école élémentaire, et utiliser la propriété de distributivité simple dans les deux sens (par exemple : $23 \times 12 = 23 \times 10 + 23 \times 2$ et $23 \times 7 + 23 \times 3 = 23 \times 10$).

Repères annuels de progression

P1		P2		P3		P4		P5	
Sept	Oct	Nov	Déc	Janv	Fév	Mars	Avril	Mai	Juin

Calcul en ligne CM1 CM2 Les connaissances et compétences mises en œuvre pour le calcul en ligne sont les mêmes que pour le calcul mental, le support de l'écrit permettant d'alléger la mémoire de travail et ainsi de traiter des calculs portant sur un registre numérique étendu.

6e Dans des calculs simples, confrontés à des problématiques de priorités opératoires, par exemple en relation avec l'utilisation de calculatrices, les élèves utilisent **des parenthèses**.

Calcul posé

CM1 P1 Renforcer la maîtrise des **algorithmes** appris au cycle 2 (**addition, soustraction et multiplication** de deux nombres entiers).

CM2 P1 Apprendre les **algorithmes** : -de la **multiplication d'un nombre décimal** par un nombre entier (en relation avec le calcul de l'aire du rectangle)

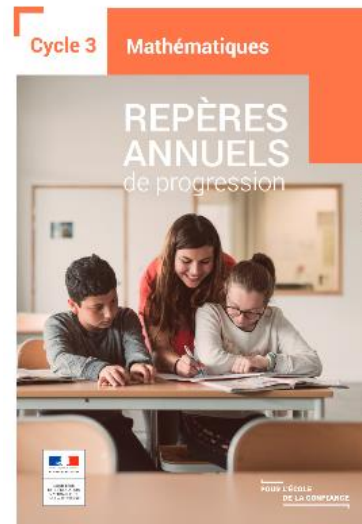
CM1 P2, étendre aux **nombre décimaux** les **algorithmes** de **l'addition et de la soustraction**.

CM2 P2 Apprendre la **division de deux nombres entiers** (quotient décimal ou non : par exemple, $10 : 4$ ou $10 : 3$), dès la période 2

CM1 P3 Apprendre **l'algorithme** de la **division euclidienne** de deux nombres entiers.

CM2 P3 Apprendre la **division d'un nombre décimal** par un nombre entier

6e P3 Apprendre **l'algorithme** de la **multiplication de deux nombres décimaux**



Tout au long de l'année, les élèves entretiennent leurs acquis de CM sur les **algorithmes** opératoires.

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



5. Progressions



Outil d'aide à la programmation du calcul au cycle 3

Connaissances et Compétences associées	CM1					CM2					6ème
	P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5	
Calcul mental											
Cycle 2 Connaître les doubles de nombres d'usage courant.	X										
Cycle 2 Connaître les moitiés des nombres pairs d'usage courant.	X										
Cycle 2 Connaître les tables d'additions.	X										
Cycle 2 Connaître les tables de multiplication de 2 à 9.	X										
Cycle 2 Connaître et utiliser la propriété de commutativité de l'addition et de la multiplication.	X										
Cycle 2 Trouver les compléments à 100 et 1000.	X										
Mémoriser les quatre premiers multiples de 25 et 50.		X				X					
Multiplier et diviser par 10 des nombres décimaux.			X								
Rechercher le complément d'un nombre décimal au nombre entier supérieur.				X							
Diviser un nombre décimal (entier ou non) par 100.						X					
Multiplier un nombre décimal par 100.				X							
Multiplier un nombre (entier ou non) par 5 et 50.								X			
Multiplier un nombre entier par 25.									X		
Multiplier un nombre entier par 9.		X									
Critères de divisibilité par 3 et 9.									X		
Commutativité, associativité et distributivité sur nombres entiers.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Commutativité, associativité et distributivité sur nombres décimaux.						X	X	X	X	X	X
Critères de divisibilité par 2, 5 et 10.			X								
Multiplier par 1000 un nombre décimal.					X						
Vraisemblances des résultats et ordres de grandeurs.	X										
Multiplier un nombre entier puis décimal par 0,1 et 0,5.											X
Calcul posé											
Cycle 2 Algorithme addition, soustraction, multiplication de deux nombres entiers.	X										
Algorithme de l'addition et de la soustraction étendu aux nombres décimaux.		X									
Algorithme de la division euclidienne de deux nombres entiers.			X								
Algorithme de la multiplication d'un décimal par un entier.						X					
Algorithme de la division de deux nombres entiers avec un quotient décimal ou non.							X				
Algorithme de la division d'un nombre décimal par un nombre entier.								X			
Algorithme de la multiplication de deux nombres décimaux.											X

POUR RÉFLÉCHIR EN ÉQUIPE : PROGRESSION

➤ Réaliser une progression à partir des procédures

☐ Procédures additives et soustractives

- ❖ Compléments
- ❖ Pivotement
- ❖ Décalage
- ❖ Jalonnement
- ❖ Décomposition

☐ Procédures multiplicatives et divisives

- ❖ Relation entre les nombres : triples, moitiés, quadruples, multiplier et diviser par 5, par 15, par 60
- ❖ Moitié ou quart pour multiplier
- ❖ Associativité de la multiplication
- ❖ Décomposition
- ❖ Distributivité de la multiplication
- ❖ Multiplier ou diviser par un multiple ou sous-multiple de 10, 20, 30..
- ❖ Division euclidienne

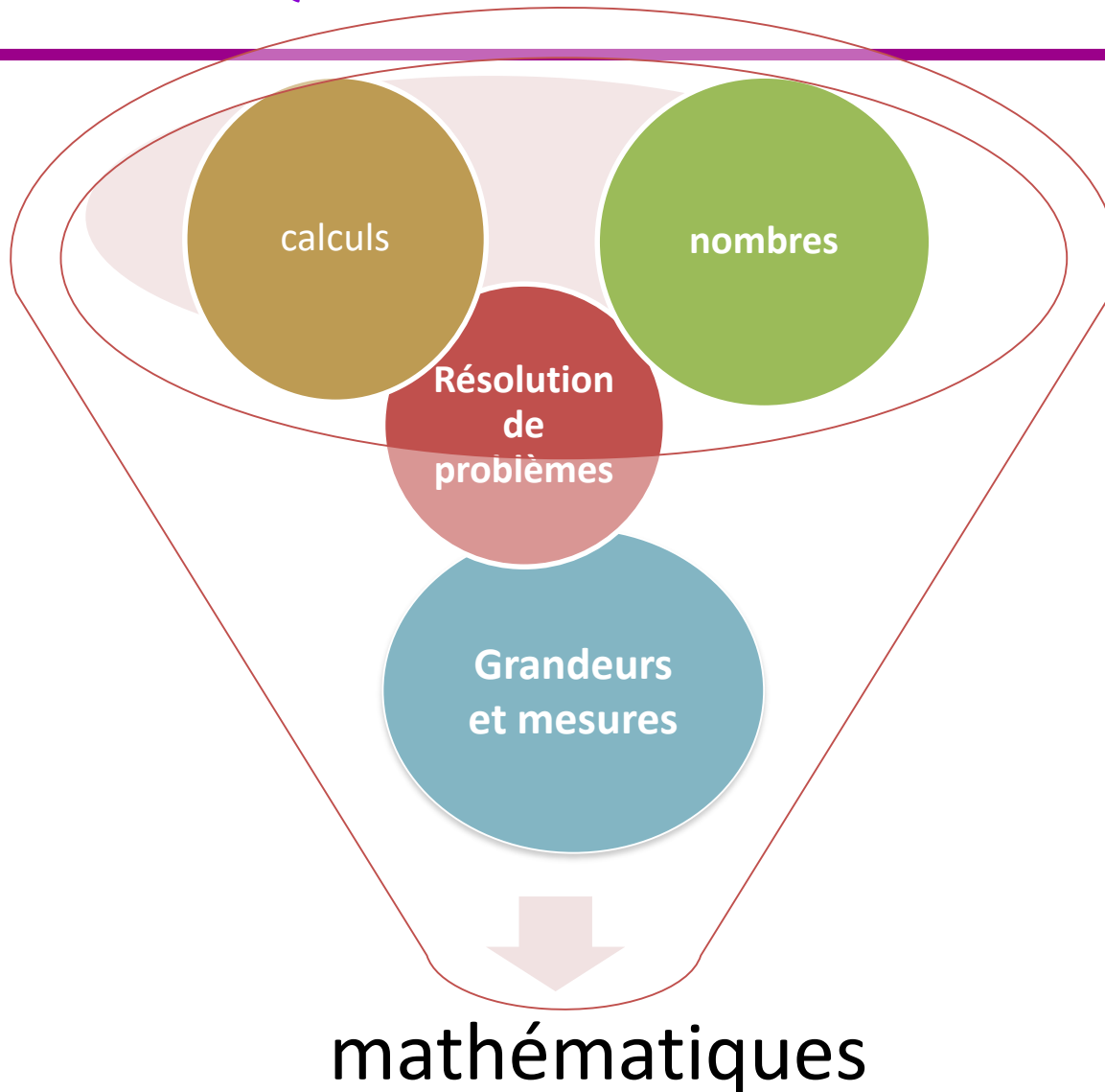
POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



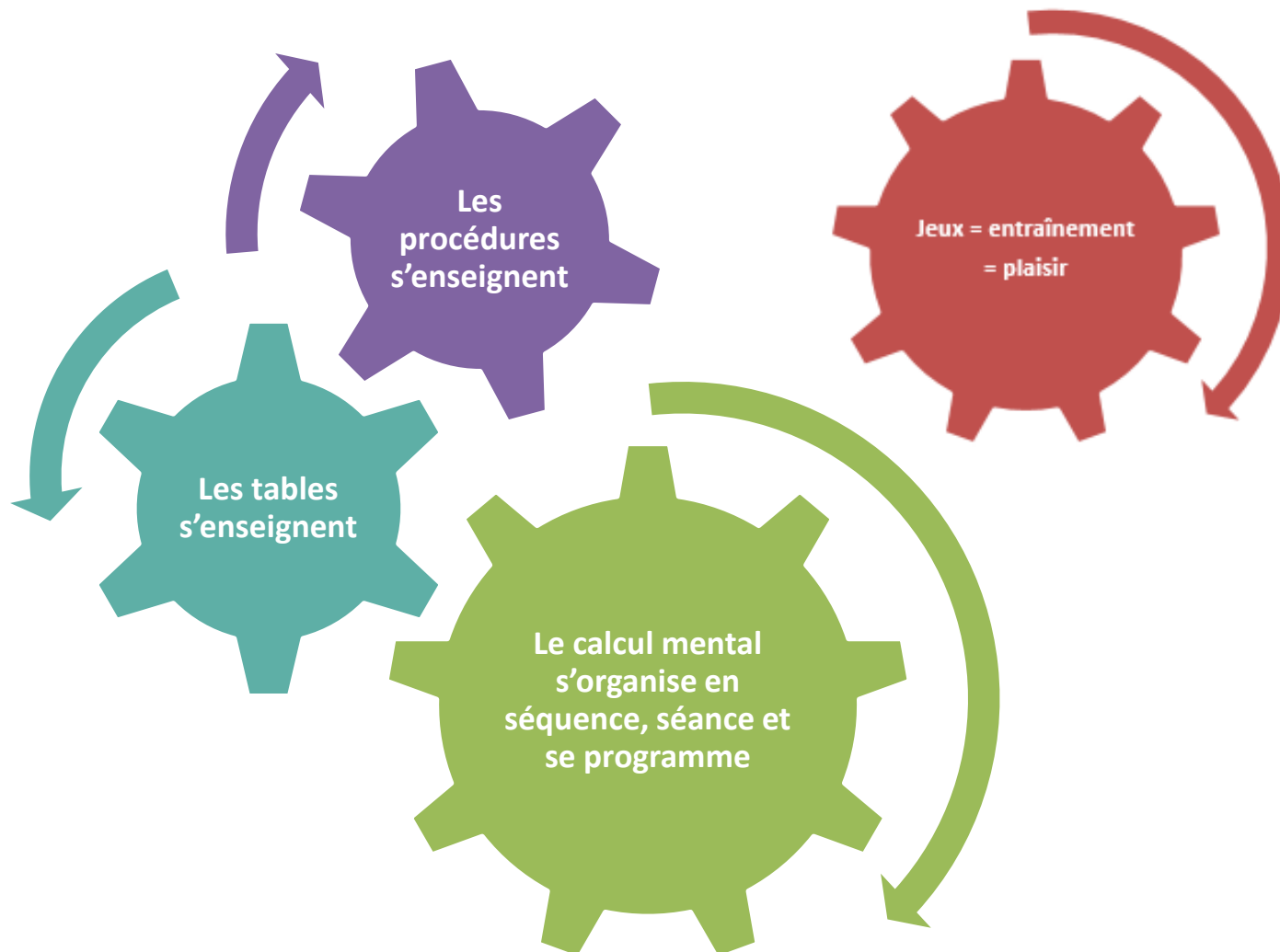
8. Synthèse



DE NOMBREUX LIENS ENTRE LES DOMAINES MATHÉMATIQUES



En résumé :



**POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE**



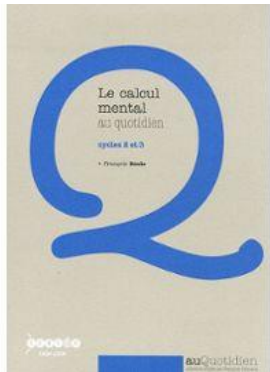
9. Bibliographie



Bibliographie



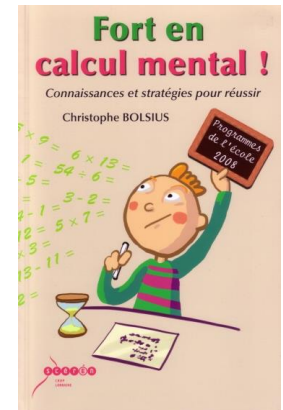
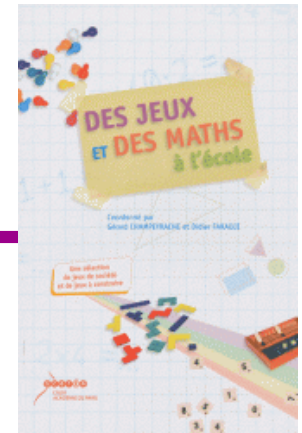
Le nombre au cycle 3
apprentissages numériques
SCEREN



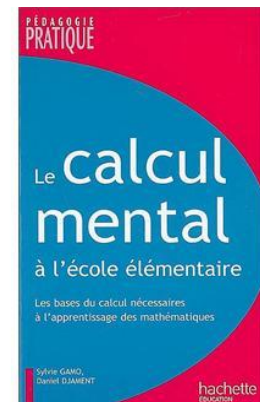
Le calcul mental au quotidien
cycles 2 et 3, François Boule
SCEREN

Le calcul mental à l'école élémentaire
Sylvie Gama, Daniel Djament
Hachette Education

Des jeux et des maths à l'école
Gérard Champeyrache, Didier Faradji
SCEREN



Fort en calcul mental !
Christophe Bolsius
SCEREN



Bibliographie



Ressources pour l'évaluation en mathématiques

Compétences(s) du socle commun
 21-3 : Compétence 1, premier et septième des langages mathématiques, scientifiques et informatiques
 34 : Les opérations arithmétiques et les systèmes métriques

Préambule

ADRESSE ET DATE : 2015-2016 DU 11 DÉCEMBRE 2015, ARTIÈRE 1.
 • Le niveau de maîtrise de chacune des compétences du premier domaine et de chaque des quatre autres domaines du socle commun est mesuré à la fois en ce qui concerne sa maîtrise et son utilisation dans les tâches ou les situations qui y sont associées.
 1. maîtrise fondamentale
 2. maîtrise suffisante
 3. maîtrise satisfaisante
 4. maîtrise insuffisante
 5. maîtrise non acquise
 6. maîtrise non acquise

À l'issue de chaque cycle, les membres de chaque équipe pédagogique sont donc amenés à se pencher pour analyser collectivement les scores de leurs élèves par rapport à l'un des quatre niveaux de maîtrise de chaque compétence du socle commun ou à l'un des quatre domaines du socle.

Cette dimension normative de l'évaluation en vue d'améliorer le processus d'un niveau de maîtrise de l'élève de référence doit être comprise dans son contexte global. Elle ne doit pas être vue comme une fin en soi mais comme un moyen de diagnostic, d'ajustement pédagogique et de formation. Elle doit être utilisée avec précaution et de manière réfléchie et raisonnée.

Le calcul aux cycles 2 et 3 EDUSCOL



Le calcul aux cycles 2 et 3

Introduction

Aux cycles 2 et 3, le calcul est traité sous différentes formes (calcul mental, calcul en ligne, calcul posé, calcul instrumenté) et peut solliciter à la fois les aspects techniques et les aspects conceptuels. Le travail vise à l'appropriation de chacun de ces termes qui permettent d'expliquer les apprentissages de l'élève dans le champ « nombres et calcul ».
 C'est pourquoi des différences fortes de calcul ont été retenues dans la table de la maîtrise de ce domaine. Les connaissances en termes de supports techniques et de procédures, ne peuvent être assimilées qu'à travers le calcul mental et le calcul en ligne, et ne s'appliquent pas à l'écriture arithmétique, qui relève de la maîtrise des nombres et de la maîtrise des opérations.

Calcul mental

Le calcul mental est une modalité de calcul sans recours à l'écrit et se fait, généralement, pour l'annonce prévue par l'enseignant et la réponse immédiate par l'élève. Il n'est pas noté non plus que le calcul mental, qui sert surtout à la maîtrise de l'écrit.

Calcul en ligne

Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue de l'écrit par le fait que le calcul est effectué sans que l'élève ait besoin de l'écrit.
 • Au calcul mental, on donne la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, d'écrire des étapes du calcul. Cependant, ce n'est pas l'objectif principal de ce travail.
 • Au calcul posé, dans la mesure où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme, c'est le fait d'écrire des nombres. Cependant, le calcul en ligne est écrit sur un support matériel, ce qui permet d'écrire des nombres indépendamment des opérations en jeu.

Cependant, on ne doit pas se limiter à l'écriture à l'écrit. Le résultat est donné par l'élève à l'écrit. Le calcul en ligne est travaillé, d'une part en complément du calcul mental, pour faciliter l'appropriation des démarches et la mémorisation des procédures des nombres et des opérations, et d'autre part pour permettre d'effectuer, sans recours à un algorithme de calcul posé, des calculs très complexes pour être corrigés et notés immédiatement. Par exemple : $17 - 101 - 21 - 79 - 3 - 79$ ou $17 - 101 - 21 - 22 - 124 - 79$.

Calcul posé
 Le calcul posé est une modalité de calcul consistant à l'application d'un algorithme opératoire pour résoudre un calcul de la multiplication entre nombres décimaux.

Calcul instrumenté

Le calcul instrumenté est un calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, supports techniques, boîtes, calculateurs, tables, etc.



Le calcul en ligne au cycle 3

Introduction

La maîtrise de ce calcul aux cycles 2 et 3, les aspects de l'écrit synthétique les aspects de stratégies d'amélioration des différentes formes de calcul à travers les cycles. La présente ressource apporte des exemples plus précis que le calcul en ligne dans le premier et deuxième cycles 2 et 3, conformément aux programmes pour le [calcul](#) (OFFICIEL 2015) et le [calcul](#) (OFFICIEL 2015).

Qu'est-ce que le calcul en ligne ?

Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit.

- Il se distingue à la fois :
 - du calcul mental, en donnant la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, d'écrire des étapes de calcul instrumentées qui seraient très utiles à la maîtrise de ce calcul.
 - du calcul posé, dans la mesure où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme indépendant des nombres en jeu.

Le calcul en ligne est travaillé, d'une part en complément du calcul mental, pour faciliter l'appropriation des démarches et la mémorisation des procédures des nombres et des opérations, et d'autre part pour permettre d'effectuer, sans recours à un algorithme de calcul posé, des calculs très complexes pour être corrigés et notés immédiatement. Par exemple : $17 - 101 - 21 - 79 - 3 - 79$ ou $17 - 101 - 21 - 22 - 124 - 79$.

Calcul posé
 Le calcul posé est une modalité de calcul consistant à l'application d'un algorithme opératoire pour résoudre un calcul de la multiplication entre nombres décimaux.

Calcul instrumenté
 Le calcul instrumenté est un calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, supports techniques, boîtes, calculateurs, tables, etc.

Ressource pour l'évaluation en mathématiques au cycle 3 EDUSCOL

Le calcul en ligne au cycle 3 EDUSCOL

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

MERCI DE
VOTRE
ATTENTION

