

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie  
Toulouse **É**  
direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne  
  
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

# Enseigner les différentes stratégies de calculs au cycle 2

Temps 1 de la Formation  
Distanciel  
Lecture personnelle

FORMATION  
2020 - 2021

# Déroulement du temps 1

- 1. Introduction**
- 2. Les différentes stratégies de calcul**
- 3. Calcul posé : enseigner les algorithmes**
  - La soustraction
  - La multiplication
- 4. Multiplier par 10 ou 100 : une compétence de numération**
- 5. Synthèse : les incontournables de d'enseignement du calcul posé**

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

Math **É** sciences 31

académie  
Toulouse **É**  
direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne



# 1. Introduction

# Objectif spécifique

*Répondre aux questions :*

*Quelles sont les différentes stratégies de calcul ?*

*Quelle est la place du calcul posé dans les apprentissages ?*

*Comment enseigne-t-on les algorithmes ?*

*Quelle procédure pour  $\times 10$  ou  $\times 100$  ?*

# Ressources institutionnelles

- Les ajustements des programmes, BO n°30 du 26 juillet 2018
- **Les repères annuels de progression** (mathématiques)
- **Les attendus de fin de CP, CE1, CE2** (mathématiques)

## Ressources spécifiques sur le nombre et le calcul

- Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire, note de service n° 2018-051 du 25 avril 2018
- Le calcul aux cycles 2 et 3, Ressources Eduscol, mars 2016
- **Le calcul en ligne au cycle 2**, Ressources Eduscol, mars 2016
- Le nombre au cycle 2, SCEREN

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie  
Toulouse **É**  
direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne



## 2. Les différentes stratégies de calcul

# Calculs ?



**Calcul mental ?**

**Calcul posé ?**

**Calcul en ligne ?**

**Calcul instrumenté ?**

**Calcul approché ?**

# Calculs ? Vous les reconnaissez ?

Une modalité de calcul **sans recours à l'écrit** si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève. Il n'est pas exclu non plus que la correction, elle, soit écrite pour être discutée de façon collective.

Calcul mental

Une modalité de calcul écrit consistant à l'**application d'un algorithme opératoire**.

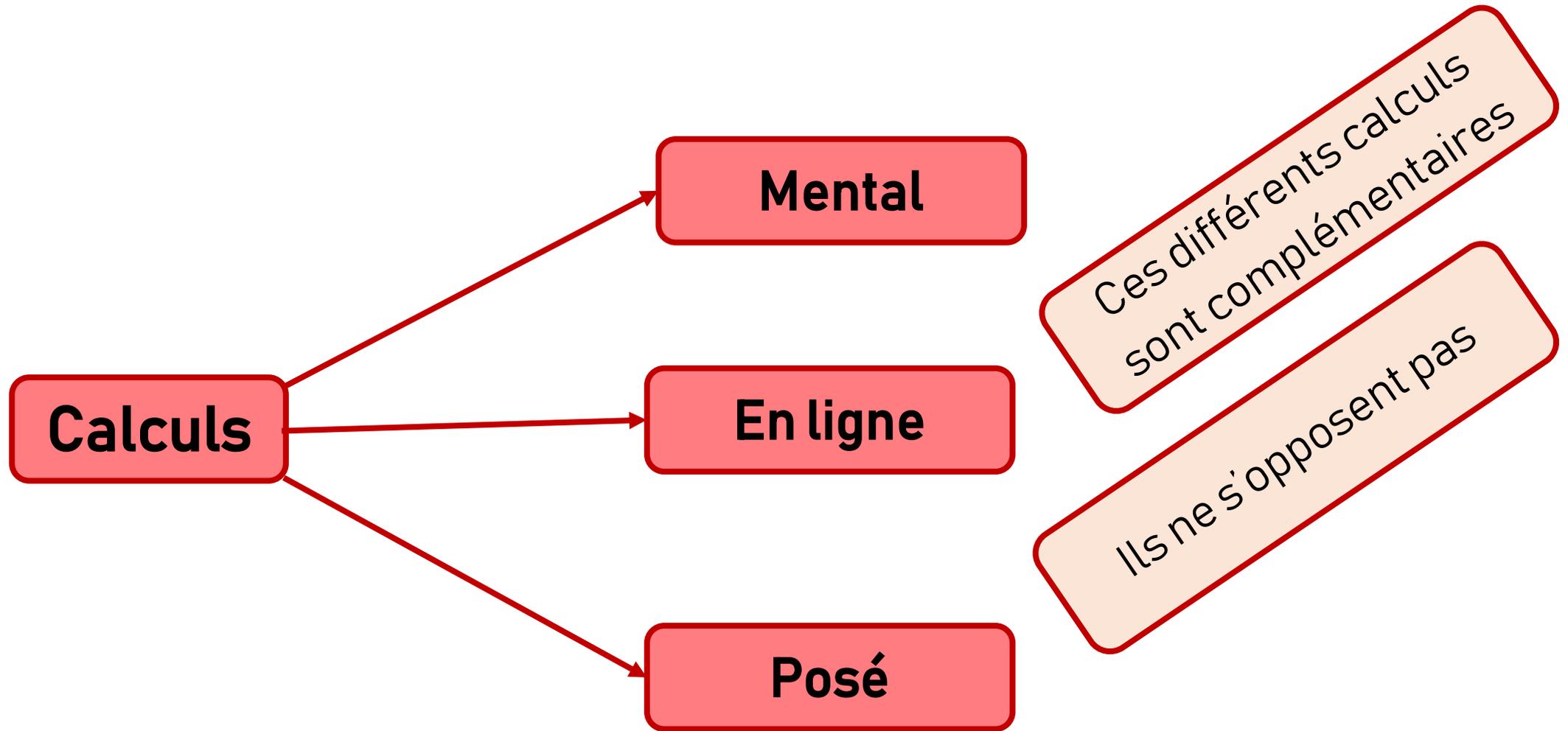
Calcul posé

Une modalité de calcul écrit utilisant des écritures **additives, soustractives, multiplicatives ou mixtes** des nombres en jeu.

Calcul en ligne

# Synthèse :

Des stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu.



Calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils ou logiciels : abaque, boulier, calculatrice, tableur...

Calcul instrumenté

Calcul permettant de **déterminer un ordre de grandeur**. Il est particulièrement utile pour contrôler un résultat et développer l'esprit critique.

Calcul approché

Résultats mémorisés : tables, doubles, moitiés, compléments à 10...

Faits numériques

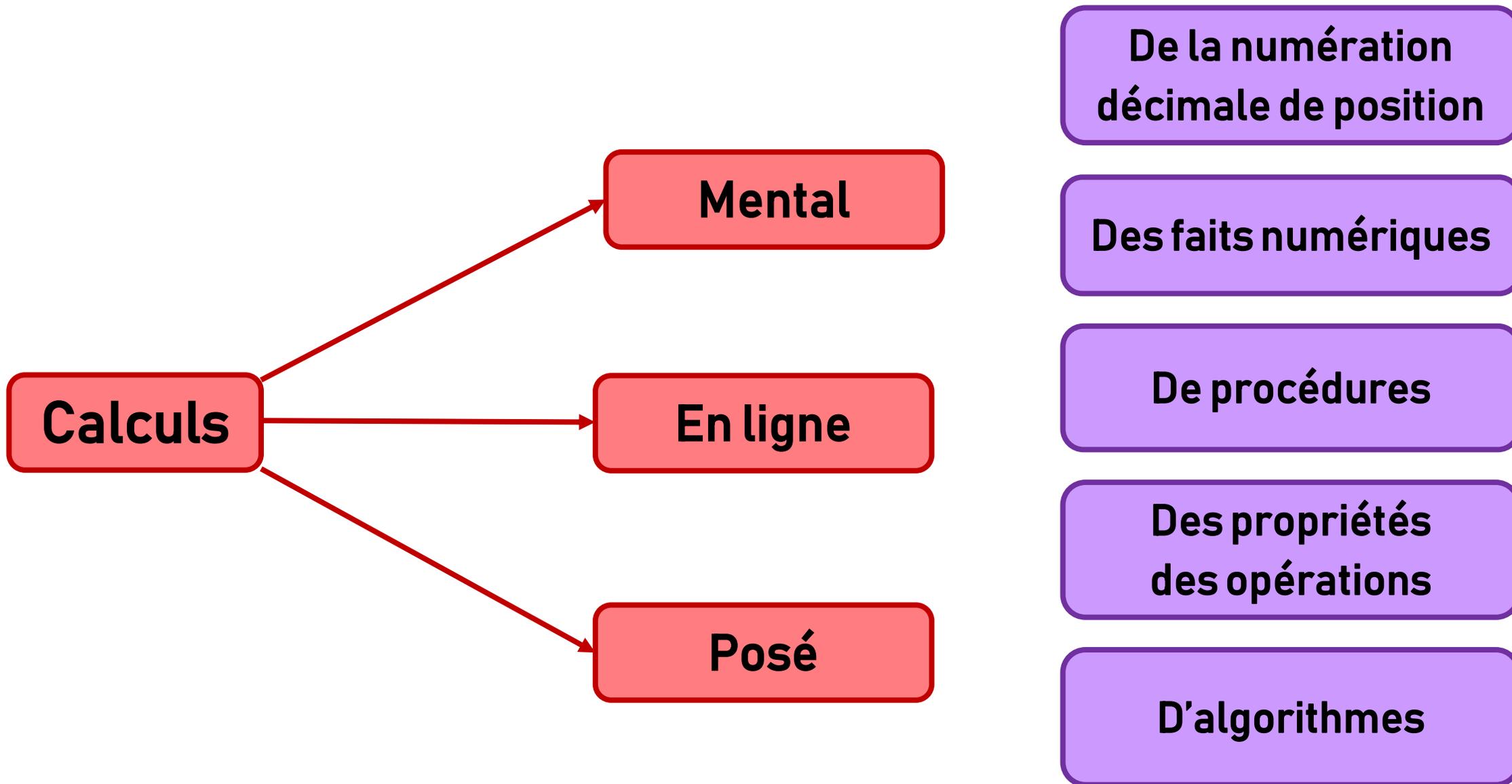
Stratégies de calculs du type :

« *Pour ajouter 9 c'est ajouter 1d et retrancher 1u* »

Procédures automatisées

# Synthèse

Ces stratégies s'appuient sur la connaissance ...



# Progression : du sens de l'opération au calcul posé

- Apprentissage des quatre opérations qui repose d'abord sur la compréhension du **sens** de ces opérations
- Apprentissage de l'usage du **symbole** mathématique
- Apprentissage du **calcul en ligne** et du **calcul mental**
- Apprentissage du **calcul posé**

**Sens → Signe opératoire → Calcul mental/Calcul en ligne → Calcul posé**

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie  
Toulouse **É**  
direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne  
  
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

## 3. Calcul posé

La soustraction  
La multiplication

# Le calcul posé

C'est une technique, un algorithme, c'est-à-dire une succession d'étapes à réaliser toujours dans le même ordre et de la même manière **indépendamment des nombres en jeu.**

- méthode de calcul sécurisante car systématique ne nécessitant pas d'adaptation aux nombres en jeu
- permet de comprendre le fonctionnement d'un algorithme
- nécessite la connaissance de certains faits numériques (uniquement les tables)
- agit plus souvent sur les chiffres des nombres
- permet de réinvestir certaines connaissances sur la numération (conversion)

# Le calcul posé

## Repères annuels et attendus de fin de CP, CE1 et CE2

Les élèves enrichissent d'abord la mémorisation de faits numériques et de procédures. Au plus tard en période 4, les élèves apprennent à poser les additions en colonnes avec des nombres de deux chiffres.

Dès le début de l'année, les élèves consolident la maîtrise de l'addition avec des nombres plus grands et avec des nombres de taille différente.

Ils continuent à enrichir la mémorisation de faits numériques et de procédures. Au plus tard en période 3, les élèves apprennent une technique de calcul posé pour la soustraction.

Dès le début de l'année, les élèves consolident la maîtrise de la technique de la soustraction apprise en CE1.

Ils apprennent et entretiennent tout au long de l'année une technique de calcul posé pour la multiplication, tout d'abord en multipliant un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre puis avec des nombres plus grands.

**Addition avec deux ou trois nombres à 1 ou 2 chiffres.**

**Addition avec deux ou trois nombres à 1, 2 ou 3 chiffres.**

**Addition avec deux ou trois nombres à 1, 2, 3 ou 4 chiffres.**

**Soustraction avec deux nombres à 1, 2 ou 3 chiffres.**

**Soustraction avec deux nombres à 1, 2, 3 ou 4 chiffres.**

**Multiplication d'un nombre à 2 ou 3 chiffres par un nombre à 1 ou 2 chiffres.**

# Le calcul posé : Quelques stratégies d'enseignement

- Introduire le calcul posé en aval d'activités de calcul mental ou en ligne lorsque ceux-ci ont montré leur limite en termes d'efficacité
- Faire s'entraîner les élèves dans la durée
- Développer chez les élèves une attitude réflexive face aux erreurs
- Choisir le même algorithme de calcul posé pour toute la scolarité
- Choisir les mêmes modes d'écriture et la même verbalisation
- Justifier mathématiquement pour aider à la compréhension de l'algorithme
- Inciter à utiliser des moyens de vérification (calculatrice, opération inverse, calcul approché...)

# Enjeux du calcul à l'école primaire

Jean-Paul FISCHER, Université de Lorraine, CNESEO

- Les **techniques opératoires**, en particulier posées, ne sont parfois pas réellement comprises, mais se transforment en **activités répétées systématiquement et aveuglément**.
- Si le calcul posé est logique pour certaines opérations comme la multiplication, il peut, dans le cas de la soustraction, conduire l'élève à la **confusion car il ne respecte pas les règles de calcul enseignées précédemment** ; l'apprentissage du calcul mental est dans ce cas préférable.
- L'introduction des **différentes opérations doit suivre l'ordre logique découlant des liens entre ces opérations** : l'addition et la soustraction doivent être enseignées simultanément et en premier lieu, suivies de la multiplication et de la division.

# **La soustraction posée**

## **Les différents algorithmes**

# Quelles sont les erreurs les plus fréquentes des élèves ?

- **Erreur dans l'ordre des termes**

Le plus grand nombre est soustrait au plus petit

→ *Application à la soustraction de la commutativité connue pour l'addition*

- **Erreur dans la disposition des nombres**

Les unités de même ordre ne sont pas situées l'une sous l'autre

→ *Non maîtrise ou non réinvestissement des connaissances de la numération de position*

- **Erreur dans les retenues**

Pas de répercussion des calculs par des retenues sur le rang supérieur

Retenues notées mais non prises en compte

Retenues notées systématiquement

- **Erreur dans les calculs portant sur chaque ordre d'unités**

Calcul pour chaque ordre d'unité de l'écart entre le plus grand et le plus petit nombre

→ *Commutativité appliquée sur la soustraction sur les chiffres*

Difficulté avec le « 0 » :  $0 - n = 0$ .

→ *Conception du 0 particulière*

Ecart de 1 dans les calculs

→ *Faits numériques non mémorisés ou erreur de sur-comptage ou décomptage*

# Les 3 algorithmes de la soustraction pratiqués à l'école primaire

$$72 - 25 = ?$$

- Par emprunt (par cassage)

→ Repose sur une autre écriture du premier terme.

$$\begin{array}{r} 6 \\ \cancel{7} \ 12 \\ - \ 2 \ 5 \\ \hline 4 \ 7 \end{array}$$

- Par compensation (usuelle, française)

→ Repose sur une propriété de la soustraction :  
conservation de l'écart par ajout  
d'un même nombre aux deux termes

$$\begin{array}{r} 7 \ 12 \\ - \ 2 \ 5 \\ 1 \\ \hline 4 \ 7 \end{array}$$

- Par addition à trou

→ Repose sur l'équivalence entre soustraction  
et recherche de complément

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \ 5 \\ + \ 4 \ 7 \\ \hline 7 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 2 \\ - \ 2 \ 5 \\ 1 \\ \hline 4 \ 7 \end{array}$$

# **Enseigner la règle des écarts**

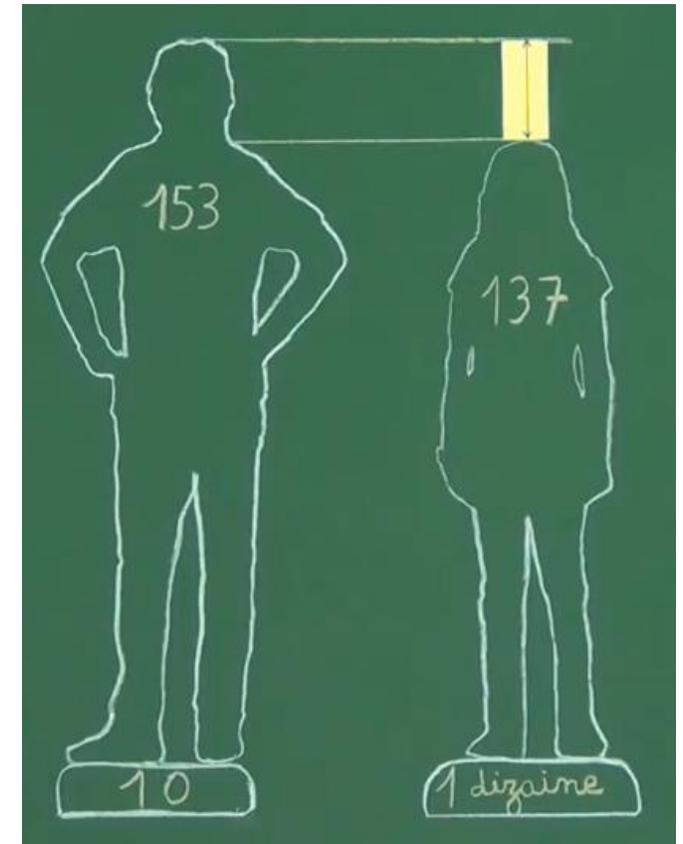
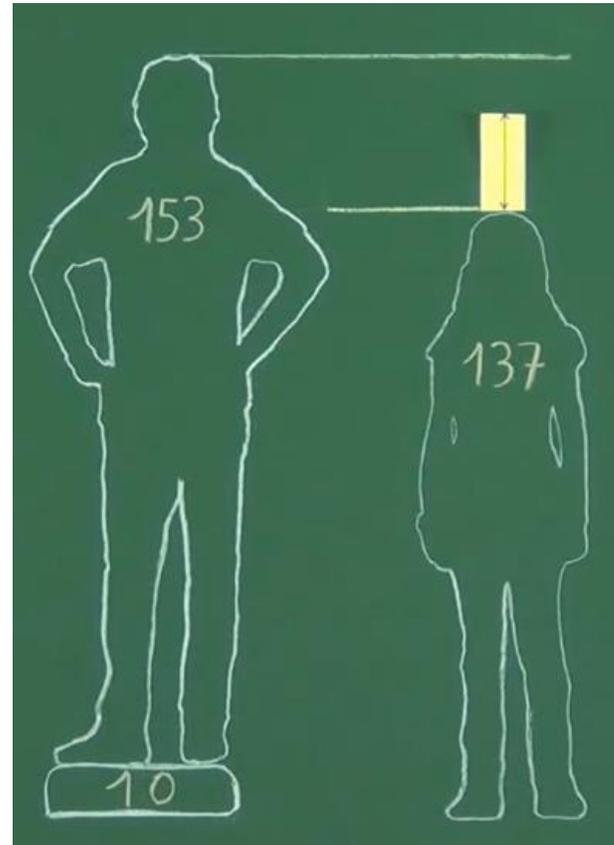
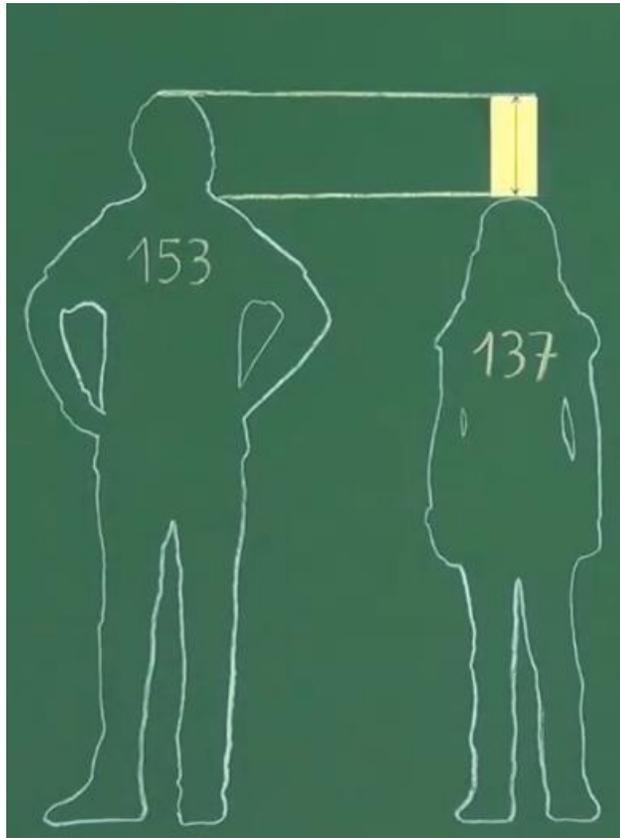
## **Pour le calcul en ligne et la soustraction par compensation**

# Compréhension de la règle des écarts : un enseignement spécifique

$\begin{array}{r} +3 \quad \curvearrowright \quad 7\ 534 - 4\ 857 \quad \curvearrowright \quad +3 \\ +40 \quad \curvearrowright \quad 7\ 537 - 4\ 860 \quad \curvearrowright \quad +40 \\ +100 \quad \curvearrowright \quad 7\ 577 - 4\ 900 \quad \curvearrowright \quad +100 \\ 7\ 677 - 5\ 000 \\ \hline 2\ 677 \end{array}$	<h2>La méthode dite « Russe »</h2> <p><u>Principe :</u></p> <p>ajouter à chaque terme de la soustraction les mêmes nombres pour que le deuxième terme devienne successivement :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>un nombre entier de dizaines</li><li>puis un nombre entier de centaines</li><li>puis un nombre entier de milliers</li></ul>
--	---

# Compréhension de la règle des écarts : un enseignement spécifique

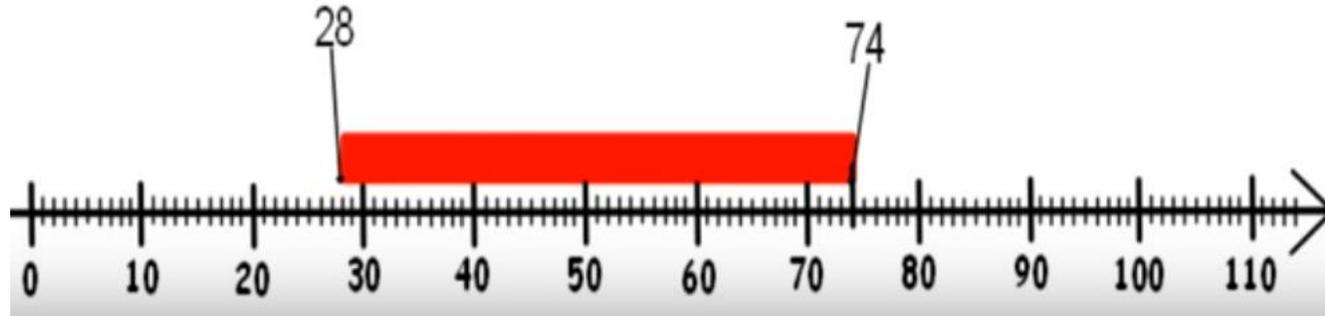
*L'écart est conçu comme la comparaison entre deux mesures.*



**Autre exemple** : faire constater l'écart d'âge entre 2 personnes qui ne varie pas au cours du temps.

# Compréhension de la règle des écarts : un enseignement spécifique

*L'écart est conçu comme la « distance » entre deux nombres sur la droite numérique.*

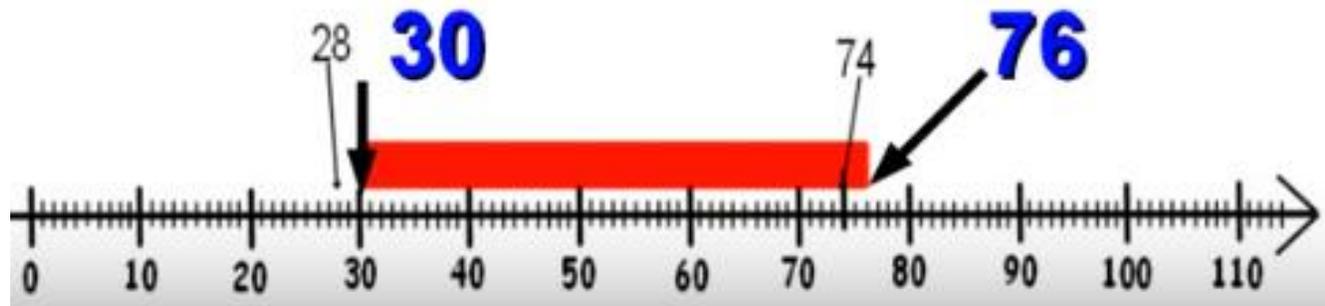


$$74 - 28 = ?$$



$$76 - 30 = ?$$

Décalage : translation pour atteindre un nombre rond

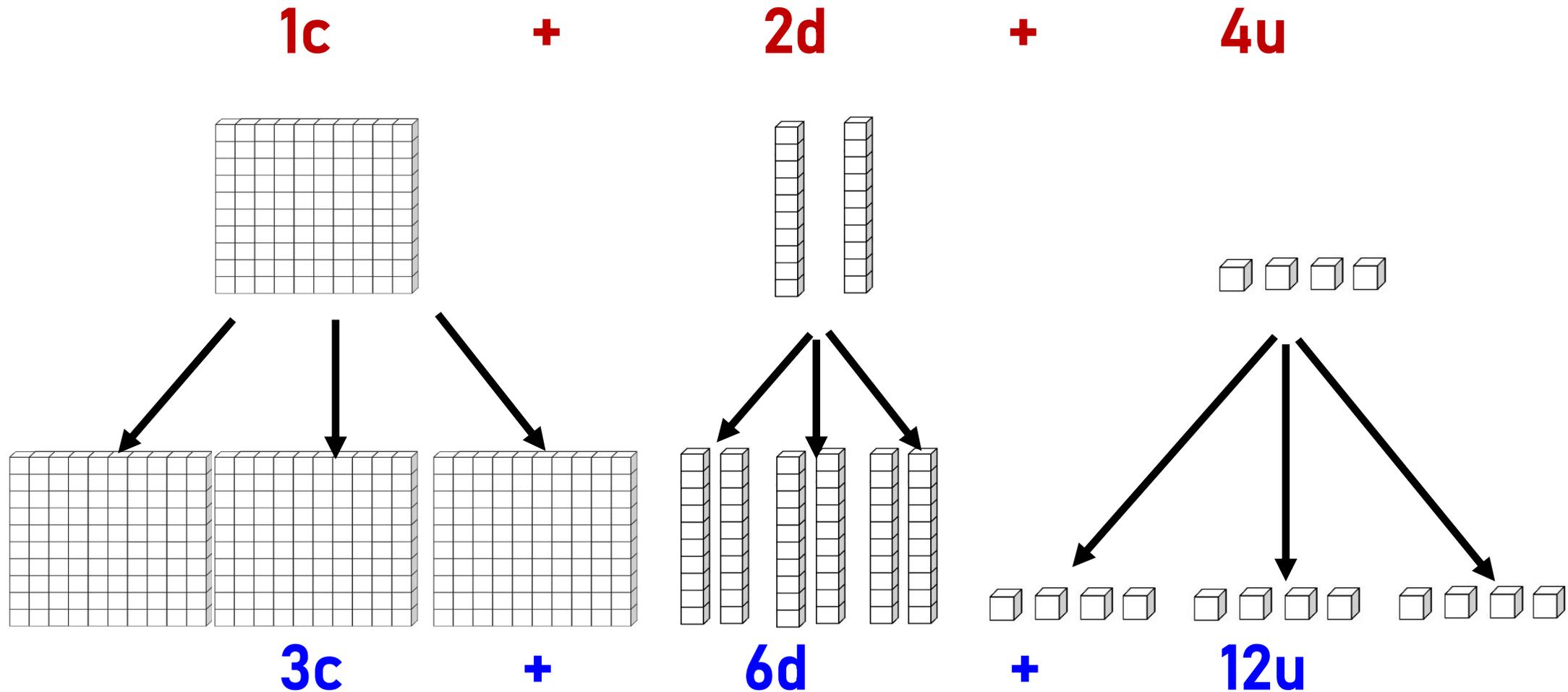


$$76 - 30 = 46$$

donc  $74 - 28 = 46$

# La multiplication posée

# Manipulation et calcul en ligne associé : $124 \times 3$



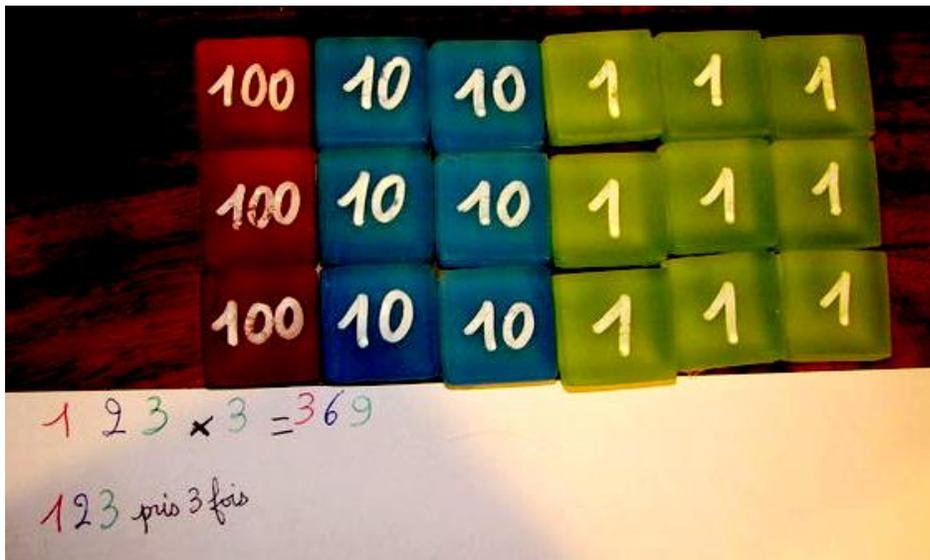
$$124 \times 3 = (1c + 2d + 4u) \times 3 = 3c + 6d + 12u = 3c + 7d + 2u = 372$$

# Notre algorithme

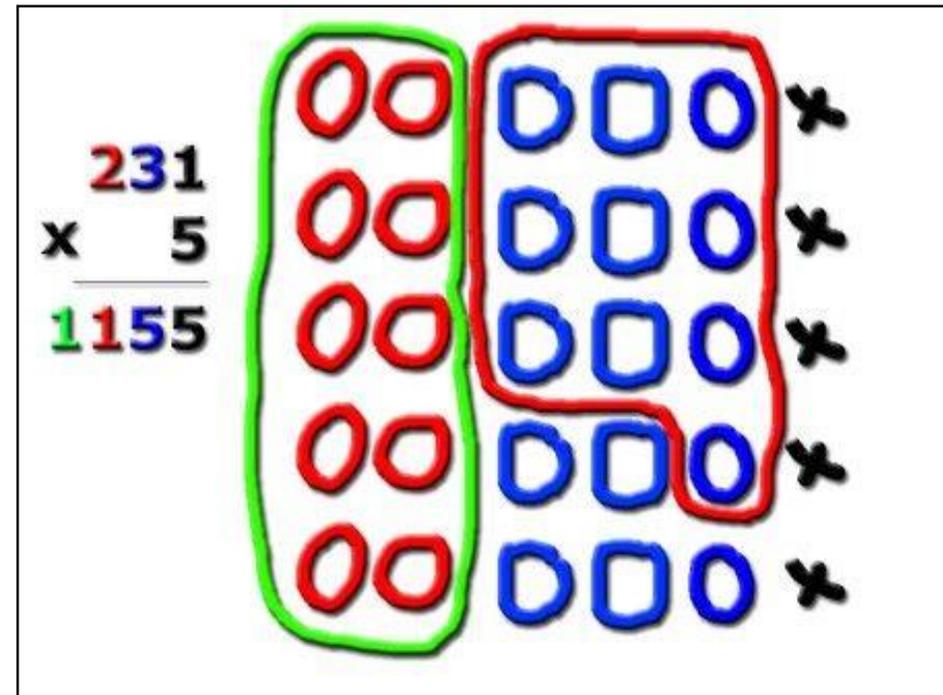
$$\begin{array}{r} 124 \\ \times 23 \\ \hline 372 \quad \leftarrow 124 \times 3 \\ + 2480 \quad \leftarrow 124 \times 20 \\ \hline 2852 \end{array}$$

$124 \times 2$   $\rightarrow$   $2480$

# Quelques représentations

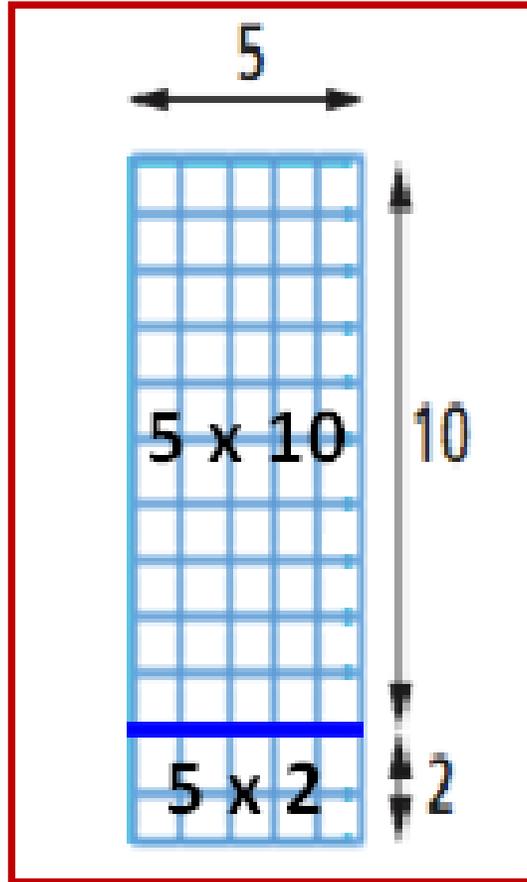


**123 x 3**  
**Sans retenue**



**231 x 5**  
**Avec retenues**

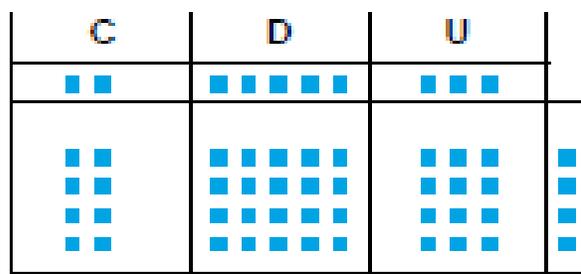
# Une autre représentation : les rectangles



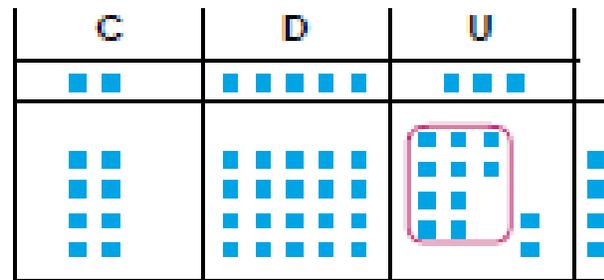
$$5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2 = 50 + 10 = 60$$

→ Permet de « visualiser » la distributivité de la  $\times$  sur +

# Une autre représentation : les abaques

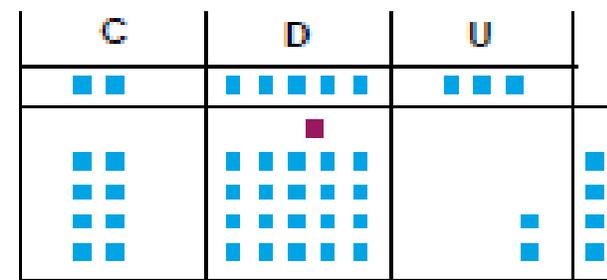


$$\begin{array}{r} 253 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$



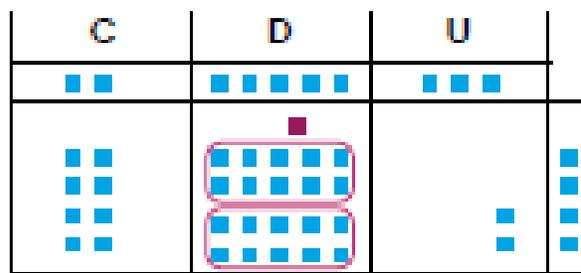
$$4 \times 3u = 12u$$

$$\begin{array}{r} 253 \\ \times 4 \\ \hline 12 \end{array}$$



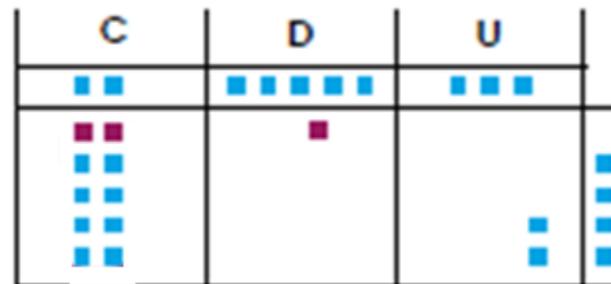
$$12u = 1d + 2u$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 253 \\ \times 4 \\ \hline 2 \end{array}$$



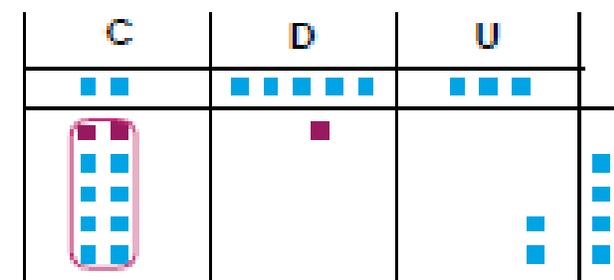
$$(4 \times 5d) + 1d = 21d$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 253 \\ \times 4 \\ \hline 212 \end{array}$$



$$21d = 2c + 1d$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 253 \\ \times 4 \\ \hline 12 \end{array}$$



$$(4 \times 2c) + 2c = 10c$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 253 \\ \times 4 \\ \hline 1012 \end{array}$$

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

Math **É** sciences31

académie  
Toulouse **É**  
direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne  
  
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

## 4. Multiplier par 10 ou 100 : une compétence de numération

# Multiplier un nombre entier par 10

Proscrire « les règles des zéros » du type :

~~« Pour multiplier un nombre par 10,  
il faut ajouter un zéro »~~

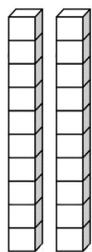
~~« Pour multiplier un nombre par 10,  
il faut écrire un zéro à droite du nombre. »~~

→ Elles ne sont plus valables pour les nombres décimaux

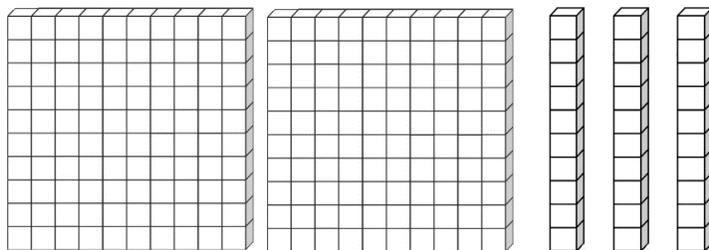
→ Elles sont donc génératrices d'erreurs du types  $1,5 \times 10 = 1,50$

# Multiplier un nombre entier par 10

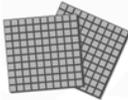
## 23 x 10



$$2d + 3u$$



$$2c + 3d$$

Centaines	Dizaines	Unités
		
	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>3</b>	<b>0</b>

Cette séance de découverte doit aboutir à une institutionnalisation et une trace écrite.

# Multiplier un nombre entier par 10 ou 100

## Connaissances mises en jeu pour justifier que $23 \times 10 = 230$

- comprendre l'écriture de position : **23** c'est **2 dizaines et 3 unités** (savoir décomposer)
- savoir qu'il faut multiplier chaque terme de la décomposition par 10 (connaître la distributivité). On obtient donc 20 dizaines et 30 unités
- savoir que 20 dizaines = 2 centaines et que 30 unités = 3 dizaines (savoir convertir)
- savoir que **2 centaines et 3 dizaines** c'est **230** (savoir composer)

*Quand on multiplie un nombre par 10, chaque chiffre prend une valeur "10 fois plus grande"*

*Les chiffres "changent" de valeur donc de place dans le tableau de numération*

*→ déplacement d'un rang vers la gauche de tous les chiffres*

*→ apparition du zéro dans la colonne des unités*

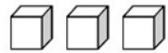
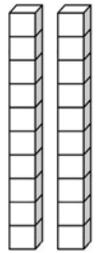
**→ Utilisation du glisse-nombre dès le cycle 2**

# Trace écrite possible : 23X10

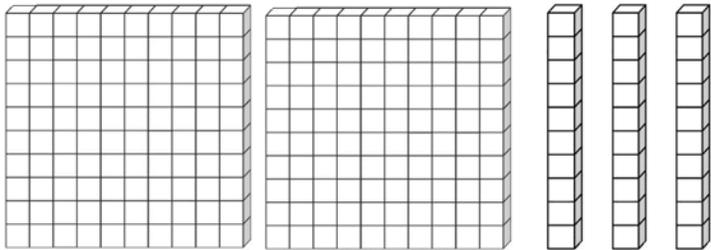
*Quand on multiplie un nombre par 10, chaque chiffre prend une valeur "10 fois plus grande"  
Les chiffres "changent" de valeur donc de place dans le tableau de numération*

*→ déplacement d'un rang vers la gauche de tous les chiffres*

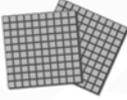
*→ apparition du zéro dans la colonne des unités*



$$2d + 3u$$



$$2c + 3d$$

Centaines	Dizaines	Unités
		
	2	3
2	3	0

# Le glisse-nombre avec les nombres entiers

**Multiplier par 10**

mille	centaines	dizaines	unités
		2	3

**Chaque chiffre monte d'un rang,  
sa valeur est 10 fois plus grande.**

# Le glisse-nombre avec les décimaux

**Multiplier par 10**

mille	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	
			5	6	7		

**Les procédures sont les mêmes.**

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

Math **É** sciences 31

académie  
Toulouse **É**  
direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Haute-Garonne  
  
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

# 5. Synthèse

# **Les incontournables de l'enseignement du calcul posé**

- Garder en mémoire que les 3 modalités de calcul se complètent car elles ont des domaines d'efficacité différents.
- Introduire le calcul posé quand calcul mental et en ligne ont montré leur limite.
- Choisir le même algorithme de calcul posé pour toute la scolarité avec même écriture et même verbalisation.
- Amener les élèves à justifier les actions réalisées à chacune des étapes de l'algorithme pour aider à sa compréhension.
- Proposer des représentations adaptées.
- Entraîner les élèves dans la durée avec des reprises régulières.