

Formation spécifique PET1-PET2

Le nombre et la numération au cycle 2

Module-Ressources

Jeudi 17 décembre 2015

**Groupe Départemental
Mathématiques Haute-Garonne**

Math  sciences31

Déroulement

I. Les programmes 2015 :

Nombres et calculs au cycle 2

Découvrir les nombres et leurs utilisations : les attendus de fin de cycle 1

II. Quelques rappels théoriques :

Au cycle 1 : la construction du nombre

Au cycle 2 : l'acquisition des systèmes de numération

III. Quelques rappels didactiques :

Quels thèmes dans le domaine du nombre ?

Quelles difficultés dans ces apprentissages ?

IV. Des activités et du matériel de manipulation :

Quel enjeu et quels types d'activités de classe ?

Quelles situations problèmes ?

Quelles activités ritualisées avec bouliers et abaques ?

V. D'autres outils pour représenter les nombres et leur suite :

Représentations et quelques activités associées

VI. Bibliographie

I. Les programmes 2015



 Bulletin officiel spécial n° 11 du 26 novembre 2015

 Bulletin officiel spécial n° 2 du 26 mars 2015

Nombres et calculs en cycle 2



Cycle 2

Mathématiques Programme 2015

Nombres et calculs

Les élèves étudient **différentes manières de désigner les nombres**, notamment :

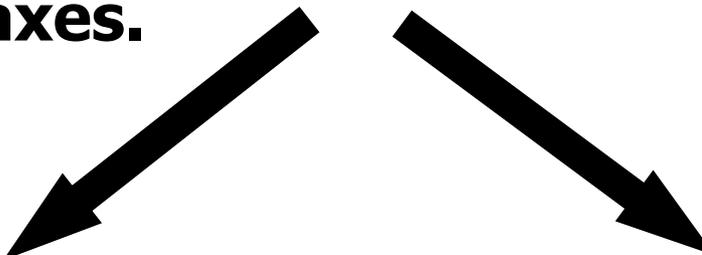
- leurs écritures en chiffres,
- leurs noms à l'oral,
- les compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de, etc...), ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc...)

Cycle 2

Mathématiques Programme 2015

Nombres et calculs

La connaissance des nombres entiers se développe en appui sur les quantités et les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes.



Résolutions de problèmes contextualisés

Etude des nombres:

- relations internes aux nombres
- différentes désignations orales et/ou écrites

→ Une bonne connaissance des nombres < 1000 et de leurs relations

Cycle 2

Mathématiques Programme 2015

Nombres et calculs

La connaissance des nombres entiers et du calcul est un **objectif majeur** du cycle 2.

Attendus de fin de cycle

- Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.
- Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers.
- Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et de calcul.
- Calculer avec des nombres entiers.

Nombres et calcul au Cycle 2

Programmes 2008/2015

Attendus de fin de cycle

➤ **Ecrire, nommer, comparer, ranger les nombres entiers naturels inférieurs à 1 000.**

➤ Calculer : addition, soustraction, multiplication ;

➤ Diviser par 2 et par 5 des nombres entiers inférieurs à 100 (dans le cas où le quotient exact est entier)

➤ Restituer et utiliser les tables d'addition et de multiplication par 2, 3, 4 et 5

➤ Calculer mentalement en utilisant des additions, des soustractions et des multiplications simples

➤ **Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.**

➤ **Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers.**

➤ **Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.**

➤ Calculer avec des nombres entiers.

Nombres et calculs au Cycle 2

Programmes 2015

Repères de progressivité

Au CP:

- Étude systématique des relations numériques entre les nombres <10 , puis <20 .
- Étude de la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples)
→ 100.
- Étude de la désignation orale. Attention aux nombres > 69 .

Au CE1:

- Reprise de l'étude des nombres → 100 dont la désignation orale nombres > 69 .
- Étude de la numération décimale écrite (centaines, dizaines, unités simples) étendue par paliers → 200 puis → 600 et éventuellement → 1 000.

Au CE2:

- Étude de la numération décimale écrite → 10 000.

Découvrir les nombres et leurs utilisations en maternelle

 Bulletin officiel spécial n° 2 du 26 mars 2015

Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

Utiliser les nombres

- **Évaluer et comparer des collections d'objets** avec des procédures numériques ou non numériques.

- **Réaliser une collection** dont le cardinal est donné.

Utiliser le dénombrement :

-pour comparer deux quantités,

-pour constituer une collection d'une taille donnée,

-pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.

Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

Utiliser les nombres

- **Utiliser le nombre :**
 - pour exprimer la **position** d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang,
 - pour comparer des **positions**.
- **Mobiliser des **symboles analogiques, verbaux ou écrits**, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.**

Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

Étudier les nombres

- **Avoir compris que le cardinal ne change pas** si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- **Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent** et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.

Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

Étudier les nombres

- **Quantifier des collections** jusqu'à dix au moins ; les **composer** et les **décomposer** par manipulations effectives puis mentales.

Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.

- **Parler des nombres** à l'aide de leur **décomposition**.

- **Dire la suite des nombres** jusqu'à trente.
Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.

II. Quelques rappels théoriques

Au cycle 1 :
La construction du nombre

Les fonctions du nombre

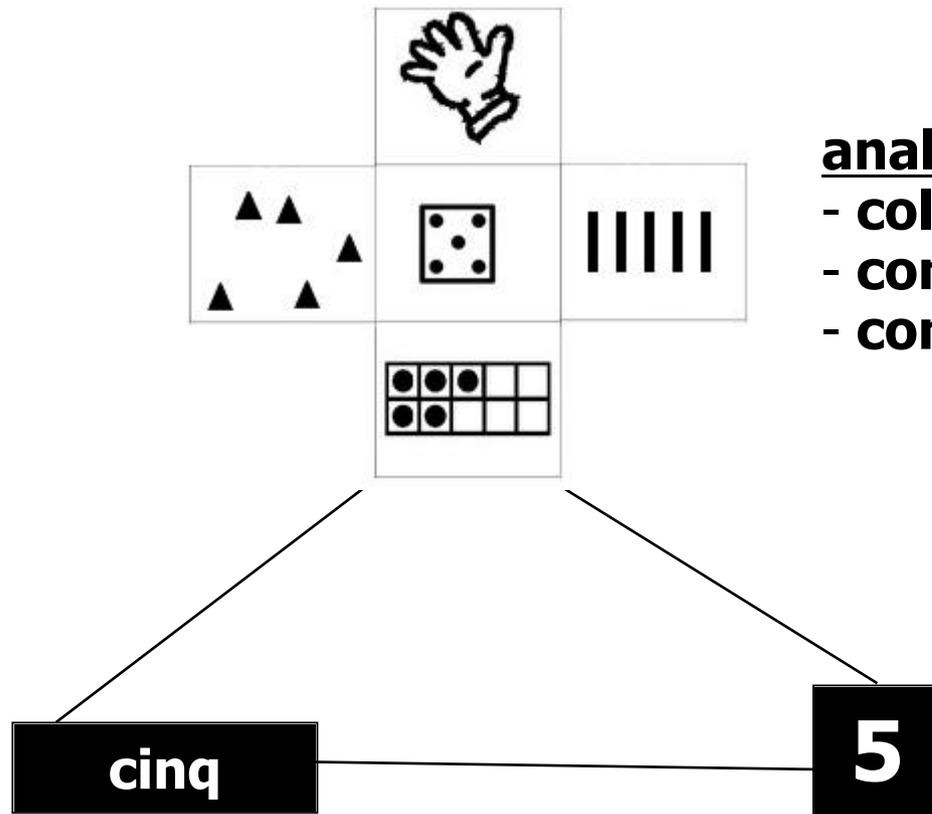
Les deux grandes fonctions du nombres :

→ **Mémoriser :** **une quantité** (aspect cardinal),
 un rang (aspect ordinal).

→ **Anticiper.**

Les élèves doivent comprendre à quoi servent les nombres.

Triple code du nombre



analogique :

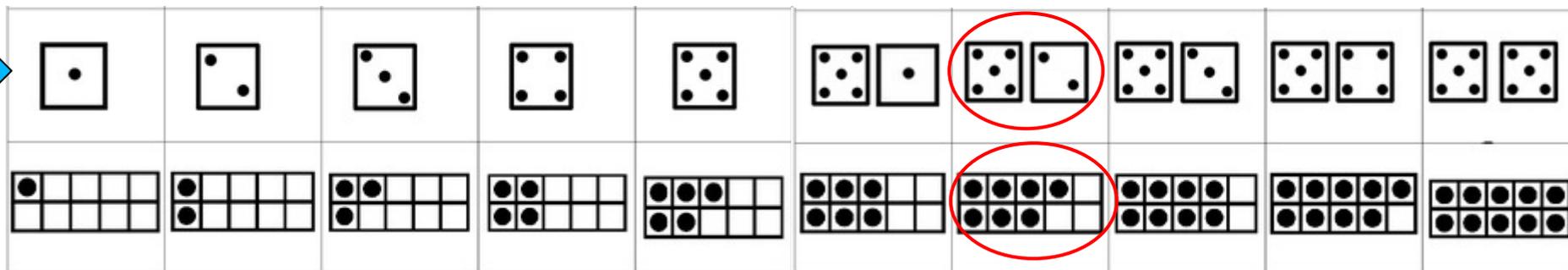
- collections témoins,
- configurations de doigts,
- constellations de points.

symbolique : verbal

symbolique : écriture chiffrée (indo-arabe)

Constellations et cartes

Sept, c'est cinq et deux



Sept, c'est quatre et trois

Sept, c'est six et un

Il faut en ajouter trois pour faire dix

Les constellations de points qui privilégient **le groupement par 5** :
permettent de travailler **les décompositions s'appuyant sur 5**.

Les cartes à points privilégient l'organisation **par de 2** :
permettent de travailler les **doubles** et les **compléments à 10**.

A utiliser comme une aide pour accéder aux décompositions.

Configuration de doigts ou authentiques collections-témoins de doigts



Configuration de doigts sont des images enfermantes.

Favoriser l'usage d'authentiques collections-témoins :

- en variant les doigts levés,
- en décrivant sa construction à l'aide de décompositions : « un », « un » et « un ».



pour un...



et pour deux.

S'entendre sur le vocabulaire

Compter... c'est **réciter** la comptine numérique.

Surcompter... c'est **réciter** la comptine à **partir d'un nombre donné différent de 1.**

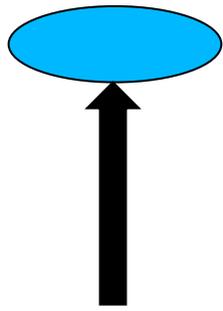
Décompter... c'est **réciter** la comptine à **l'envers** à partir d'un nombre donné.

Dénombrer... c'est **attribuer à une collection** un symbole qui permet de conserver la mémoire de son **cardinal.**

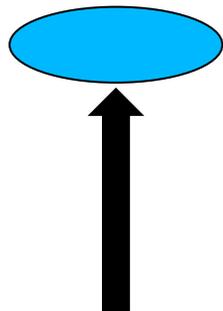
Énumérer... c'est **passer en revue** une fois et une seule **chaque élément** d'une collection.

Numéroter... c'est **associer un numéro** à chaque élément d'une collection.

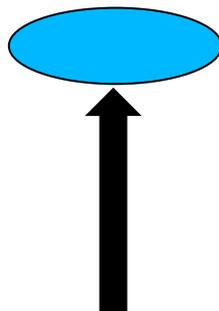
Éviter le comptage-numérotage



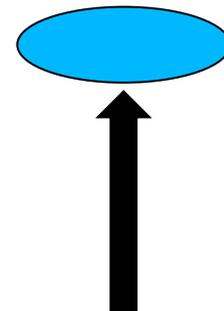
« un »



« deux »



« trois »

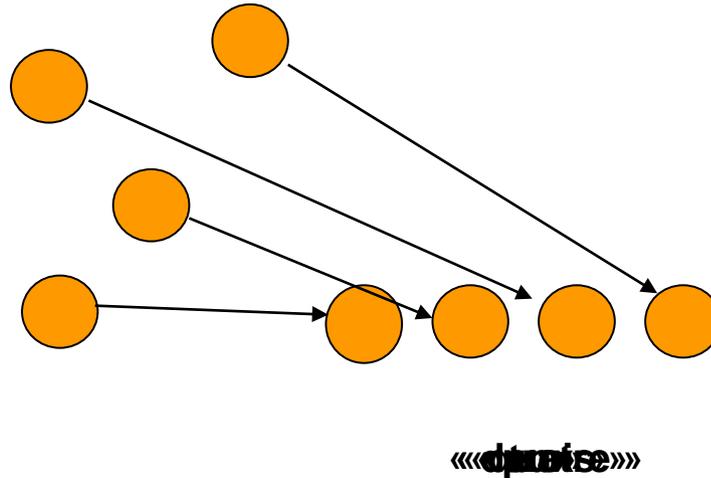


« quatre »

Dans ce cas, les mots-nombres utilisés réfèrent à des numéros.

Comment enseigner le dénombrement par comptage ?

Si les objets sont déplaçables :



Si les objets ne sont pas déplaçables, on peut les cacher :



«~~quatre~~»

Dans ces deux cas, les mots-nombres utilisés réfèrent à des quantités.

Au cycle 2 :
L'acquisition des systèmes
de numération

Qu'est ce qu'un système de numération ?

Un système de numération est un système de représentation des nombres comportant :

- un lexique** composé de signes (oraux ou écrits);
- une syntaxe**, ensemble de règles de combinaison des signes.

Lorsque les groupements sont **réguliers**, la valeur du groupement est appelée **base**.

Remarque : la numération pour désigner les durées est irrégulière :

60 secondes = 1 minute

60 minutes = 1 heure

24 heures = 1 jour

Notre système de numération écrite

C'est un système positionnel de base 10 avec un zéro.

Le système est positionnel → la place du chiffre dans l'écriture du nombre lui donne une signification.

Le système est de base dix → les groupements sont réguliers et toujours par paquets de 10.

Le système possède un zéro → il indique l'absence de groupement (isolé) d'un certain ordre.

Notre système de numération écrite

Un système simple :

10 symboles (les chiffres) et un principe de notation positionnelle.

Un système efficace : il permet d'écrire tous les nombres (une infinité)...

Notre système de numération orale

C'est un système qui utilise :

- un certain nombre de mots : un, deux... onze, seize...vingt soixante... cent...
- un ensemble de règles qui permet de les combiner pour former de nouvelles désignations.

dix-sept, $10+7$ (additive)

deux cents, 2×100 (multiplicative)

III. Quelques rappels didactiques

Les thèmes dans l'apprentissage des nombres

Ceux qui relèvent purement de la numération

- **Désignation orale et écrite des nombres :**

- mémorisation des mots-nombres et connaissance des règles de syntaxe,
- écriture des nombres...

- **Structuration de la suite des écritures chiffrées :**

- connaître le procédé (algorithme) de fabrication de la suite des nombres,
- prendre conscience des régularités de la suite numérique écrite et de son aspect arithmétique.

- **Compréhension des groupements et des échanges :**

Phase délicate : «Un apprentissage raté ou incomplet concernant le fonctionnement de notre système décimal pourrait être la cause des difficultés de nombreux élèves de l'école primaire et par la suite au collège.» **Grand N n°73, 2004**

Travaillée en CP, CE1 et CE2

Les thèmes dans l'apprentissage des nombres

Ceux qui mettent en jeu des compétences de numération

- **Relations arithmétiques entre les nombres :**

- additive,
- soustractive,
- multiplicative,
- de division.

- **Relations d'ordre entre les nombres :**

- comparaison,
- rangement,
- encadrement,
- intercalation.

Une connaissances des relations arithmétiques entre les nombres

$9 - 1$
le nombre « juste avant » 9

$7 + 1 ; 1 + 7$
le nombre « juste après » 7

$18 - 10 ; 28 - 20 ; 38 - 30$

8

$4 + 4 ; 2 \times 4$
le double de quatre
 $2 + 2 + 2 + 2 ; 4 \times 2$
la moitié de 16
 $16 : 2 ; 2 \times \square = 16$

5 et 3
une main et trois doigts

$40 : 5$
 $5 \times \square = 40$

$10 - 2 ; 2 + \square = 10$; ce qui manque à 2 pour aller à 10
 $20 - 12 ; 12 + \square = 20$; ce qui manque à 12 pour aller à 20

Des règles de comparaison s'appuyant sur les échanges

Une seule règle à enseigner pour comparer des nombres entiers et décimaux

Les nombres étant écrits (ou imaginés) l'un sous l'autre, on parcourt leurs chiffres de gauche à droite. Dès qu'on trouve 2 chiffres différents, on peut conclure.

78 758

987 658

5,7

25,3

9 896

983 899

5,368

8,9856

Justification s'appuyant sur des connaissances de numération

- Pourquoi $\underline{2} 560 > 987$? Parce que 2 milliers c'est plus que 987 unités

En effet 2 milliers = 2 000 unités

- Pourquoi $8\underline{5}6 > 839$? Parce que 5 dizaines c'est plus que 39 unités

En effet 5 dizaines = 50 unités

- Pourquoi $7,\underline{8} > 7,56$? Parce que 8 dixièmes c'est plus que 56 centièmes

En effet 8 dixièmes = 80 centièmes

Multiplier un nombre entier par 10

Utilisation du tableau de numération :

pour comprendre :

- que le nombre prend une valeur 10 fois plus grande et que de ce fait il se déplace vers la gauche dans le tableau
- l'origine de l'apparition du zéro dans la colonne des unités

Conclusion :

Quand on multiplie un nombre par 10, chaque chiffre prend une valeur "10 fois plus grande "

Ce sont les chiffres qui "changent" de valeur donc de place dans le tableau de numération (déplacement vers la gauche)

Connaissances mises en jeu pour justifier $53 \times 10 = 530$:

- comprendre l'écriture de position : **53 unités** c'est **5 dizaines et 3 unités**
- savoir que **multiplier 53 par 10** revient à multiplier chaque terme de la décomposition par 10, on obtient donc **50 dizaines et 30 unités**
- savoir que **50 dizaines, c'est 5 centaines**
- savoir que **30 unités, c'est 3 dizaines**

DONC

**Pour éviter les obstacles didactiques dans
l'enseignement des nombres décimaux,
il vaut mieux :**

Ne pas utiliser la règle de comparaison des entiers qui consiste à compter le nombre de chiffres d'un nombre.

Ne pas utiliser la règle : « Pour trouver le produit d'un entier par 10, il suffit d'écrire un zéro à droite du nombre ».

Ces règles ne sont plus valables pour les nombres décimaux.

**Quelles difficultés dans l'acquisition
du système de numération orale ?**

Désignation orale

Si notre système de numération orale était en correspondance avec notre système écrit, il pourrait n'y avoir que **dix mots-nombres** pour désigner les **99 premiers nombres** :

«un» «deux» «trois» «quatre» «cinq» «six» «sept» «huit» «neuf» «dix»

12 se dirait «dix-deux» $10+2$

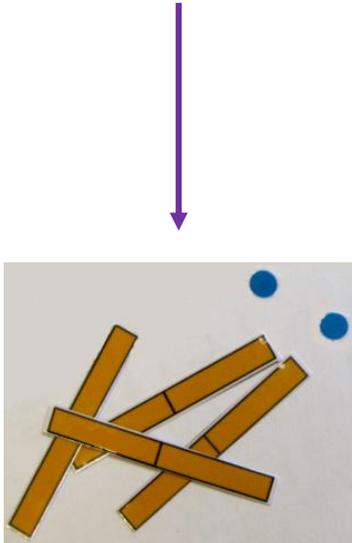
40 se dirait «quatre-dix» 4×10

Dans « J'apprends les maths avec Tchou », Rémi Brissiaud propose :

42 —————→ Tchou dit «quatre-dix-et-deux»



On dit «quarante-deux»



Désignation orale

De plus, ce système utilise :

- au départ des **mots spécifiques** pour les premières puissances de la base dix (unités, dizaines, centaines, milliers),
- ensuite on utilise les **mêmes mots** pour la classe des milles (unités de mille, dizaines de mille, centaines de mille).

Désignation orale

Première irrégularité :

les mots-nombres de onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize

1°) Il y a d'abord la famille des 1 (six nombres de la famille des 1 sont « bizarres » ; entre eux ils s'appellent... la bande des « ze »)

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
dix	dix-un	dix-deux	dix-trois	dix-quatre	dix-cinq	dix-six	dix-sept	dix-huit	dix-neuf
	onze	douze	treize	quatorze	quinze	seize			

La bande des « ze »

Stella Baruk les appelle les « Cachotiers »

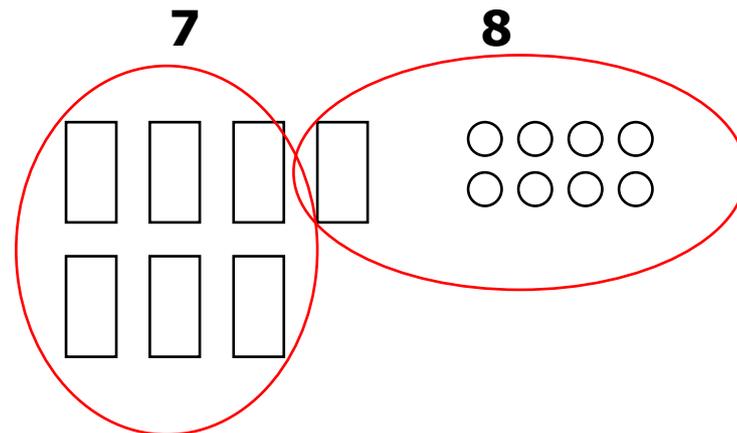
Désignation orale

Seconde irrégularité : les nombres > 69

Le nom des dizaines 70

2°) Il y a ensuite la famille des 7 (une famille très étrange : ils veulent ressembler à la famille des 6)
Avec la famille des 6, il forment "la grande famille des soixante".

70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
septante 60 + 10 soixante-dix	septante et un 60 + 11 soixante-et-onze	septante deux 60 + 12 soixante-douze	septante trois 60 + 13 soixante-treize	septante quatre 60 + 14 soixante-quatorze	septante cinq 60 + 15 soixante-quinze	septante six 60 + 16 soixante-seize	septante sept 60 + 17 soixante-dix-sept	septante huit 60 + 18 soixante-dix-huit	septante neuf 60 + 19 soixante-dix-neuf



En Belgique et en Suisse,
« septante-huit »

soixante

dix - huit

60

+

10 + 8

=

78

D'après Dominique Pernoux

Désignation orale

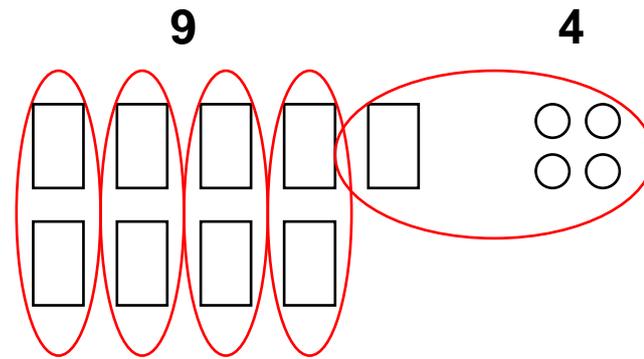
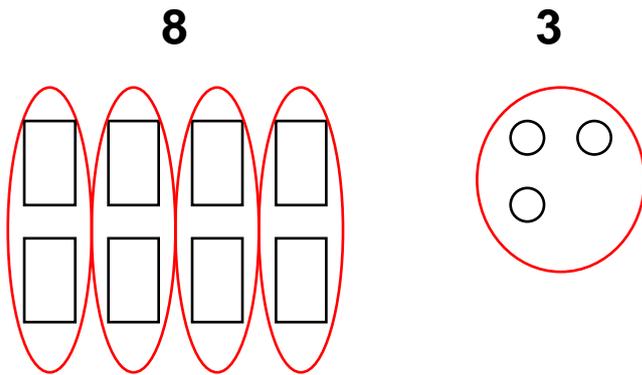
Seconde irrégularité : les nombres > 69

Le nom des dizaines 80 et 90

3° Il y a enfin la famille des 8 et la famille des 9 (ils aiment bien faire des paquets de vingt car ils comptent avec tous leurs doigts : les doigts des mains et les doigts des pieds). Tous ensemble, ils forment la grande famille des quatre-vingts.

80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
huitante	huitante et un	huitante deux	huitante trois	huitante quatre	huitante cinq	huitante six	huitante sept	huitante huit	huitante neuf
20+20+20+20 quatre-vingt	20+20+20+20+1 quatre-vingt - un	20+20+20+20+2 quatre-vingt- deux	20+20+20+20+3 quatre-vingt- trois	20+20+20+20+4 quatre-vingt- quatre	20+20+20+20+5 quatre-vingt- cinq	20+20+20+20+6 quatre-vingt- six	20+20+20+20+7 quatre-vingt- sept	20+20+20+20+8 quatre-vingt huit	20+20+20+20+9 quatre-vingt neuf

90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
neunante	neunante et un	neunante deux	neunante trois	neunante quatre	neunante cinq	neunante six	neunante sept	neunante huit	neunante neuf
20+20+20+20 +10 quatre-vingt- dix	20+20+20+20 +11 quatre-vingt - onze	20+20+20+20 +12 quatre-vingt- douze	20+20+20+20 +13 quatre-vingt- treize	20+20+20+20 +14 quatre-vingt- quatorze	20+20+20+20 +15 quatre-vingt- quinze	20+20+20+20 +16 quatre-vingt- seize	20+20+20+20 +17 quatre-vingt- dix-sept	20+20+20+20 +18 quatre-vingt dix-huit	20+20+20+20 +19 quatre-vingt dix-neuf



quatre-vingt - trois

$$20 + 20 + 20 + 20 + 3 = 83$$

**En Suisse, « octante-trois »
« huitante-trois »**

quatre-vingt - quatorze

$$20 + 20 + 20 + 20 + 14 = 94$$

**En Belgique et en Suisse,
« nonante-quatre »**

Autrefois, certains comptaient avec les doigts des mains et des pieds.

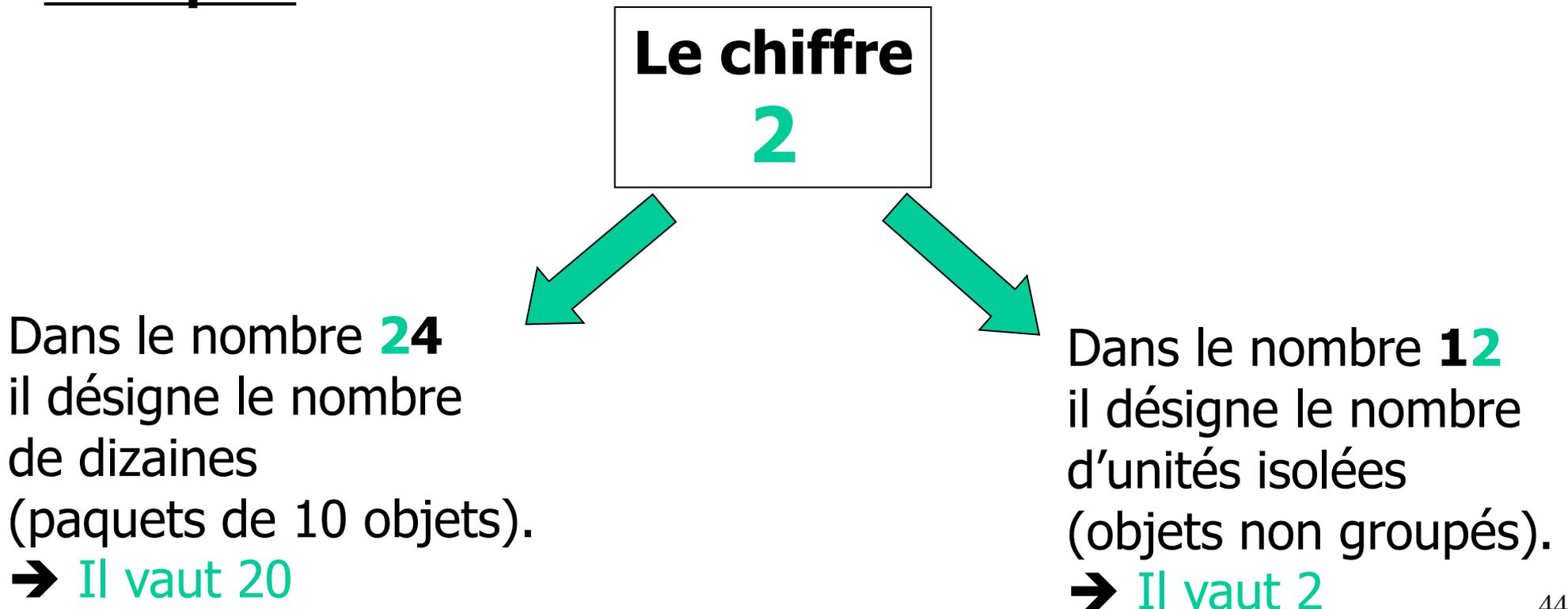
**Quelles difficultés dans l'acquisition
du système de numération écrite ?**

Désignation écrite

L'obstacle majeur est du domaine sémantique.

→ Comprendre que la «valeur» du chiffre dépend de sa position dans l'écriture du nombre.

Exemple :



Désignation écrite

Un autre obstacle réside dans la **confusion**
entre chiffre et nombre.

Exemple :

Dans le nombre

124

il n'y a pas 2 dizaines mais 12 dizaines.

Le **chiffre** des dizaines est **2**
Le **nombre** de dizaines est **12**

**Quelles difficultés dans le passage
du système oral au système écrit ?**

Passage de la désignation orale à écrite

trois

mille

deux

cent

trois

est traduit par le chiffre 3
mais on doit écrire aussi
un 0 « qu'on n'a pas
entendu » : 3 2 0 3

est traduit
par le chiffre
3

n'est pas traduit par un
chiffre mais indique
que le chiffre 3 doit
être mis à une certaine
place :

3 _ _ _

est traduit
par le chiffre
2

n'est pas traduit par un
chiffre mais indique
que le chiffre 2 doit
être mis à une certaine
place :

3 2 _ _

Ce passage nécessite de comprendre que :

- certains mots sont traduits par des chiffres et d'autres pas.
- qu'il faut écrire des chiffres « qu'on n'entend pas ».

Passage de la désignation orale à écrite

La difficulté du **transcodage** (de l'oral vers les formes indo-arabes) dépend de 2 dimensions particulièrement influentes:

le nombre de chiffres

Et plus encore, pour ceux qui nécessitent de recourir à des zéros intermédiaires.

Exemple:

*six mille quatre cent deux → 60004002
ou encore 6004002 voire 642*

Problèmes de COMPRÉHENSION

la longueur phonologique

Évaluée en nombres de syllabes.

Exemple:

*Quatre-vingt-trois mille six cent soixante
quinze → 10 syllabes pour un nombre
de 5 chiffres : 83 675*

Problèmes de GESTION DES DONNÉES

48

IV. Des activités et du matériel de manipulation.

**Quel enjeu et quels types d'activités
pour la compréhension
des groupements et des échanges ?**

Quel enjeu ?

Celui de donner du sens aux chiffres en fonction de leur position dans l'écriture du nombre.

Compétence fondamentale pour l'apprentissage des nombres puis la maîtrise des différentes formes de calcul.

Quels types d'activités pour débiter la numération ?

- **des activités de dénombrement :**
avec du matériel de « type groupements »
- **des activités de recherche de la valeur :**
avec du matériel de « type échanges »

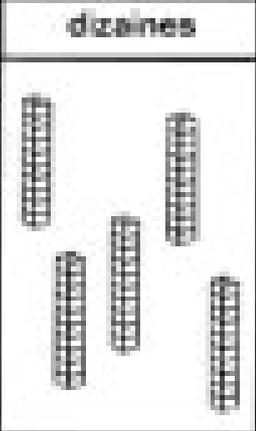
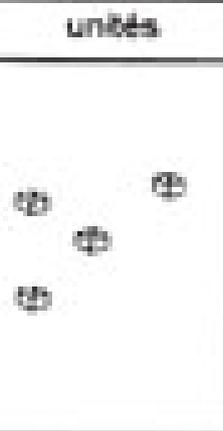
Activités de dénombrement

La tâche de dénombrement est à privilégier dans un premier temps car l'une des premières utilisations du nombre est de désigner des quantités.

Une procédure de dénombrement consiste à **regrouper les éléments par paquets successifs de 10** (paquets de 10, puis paquets de paquets de 10, etc...)

Elle facilite la compréhension de l'écriture du nombre en retrouvant les actions effectuées lors de la réalisation de cette tâche.



dizaines	unités
	
5	4

Matériel de « type groupements »

Les collections d'objets déplaçables

→ constituées uniquement d'objet unité :

Bâtonnets, buchettes regroupés par fagots de dix à l'aide d'élastiques,

Jetons mis par dix dans des sachets transparents

Cubes emboîtables

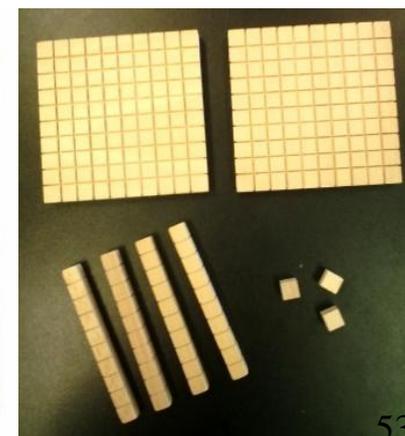
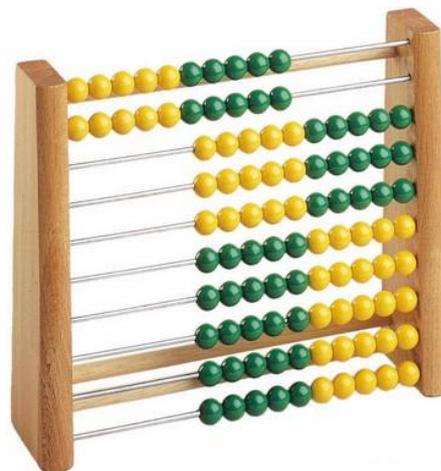
Autres objets à dénombrer : pâtes, marrons, trombones...



→ organisées en groupements :

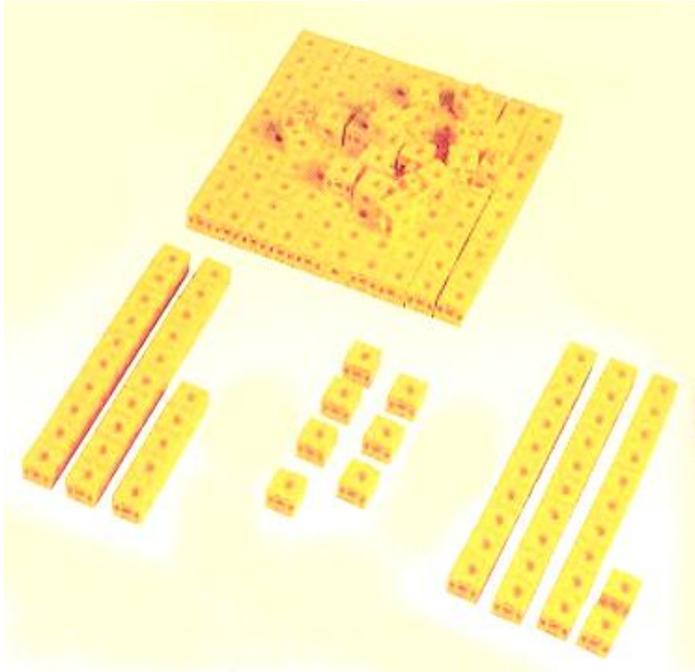
Boulier 100 boules

Matériel multi base



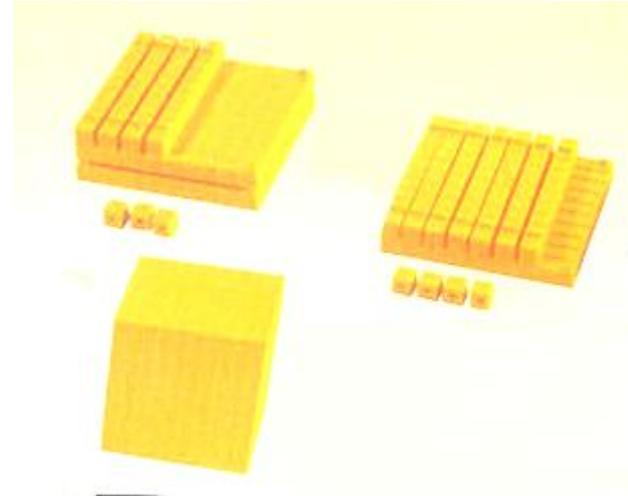
Les cubes-union (CP)

Groupements du 1^{er} et 2^{ème} ordre



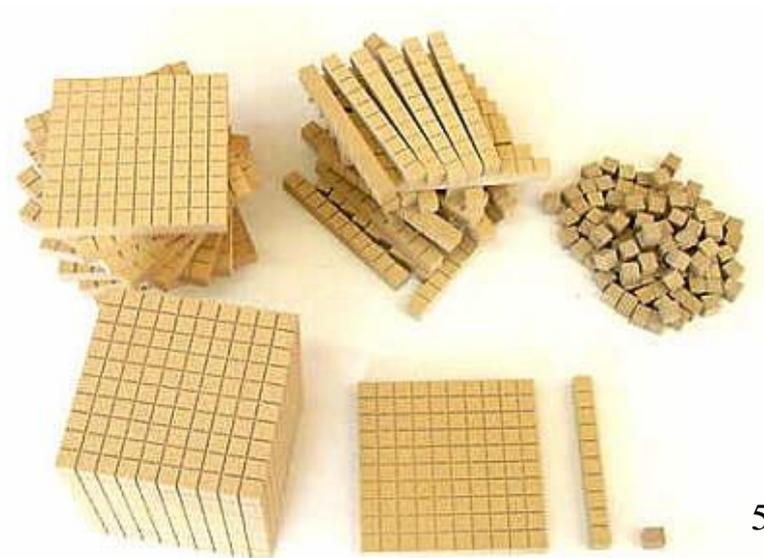
Les cubes base 10 (CE1)

Groupements du 1^{er}, 2^{ème} et 3^{ème} ordre



Le matériel multibase (CE1-CE2)

Groupements du 1^{er}, 2^{ème} et 3^{ème} ordre



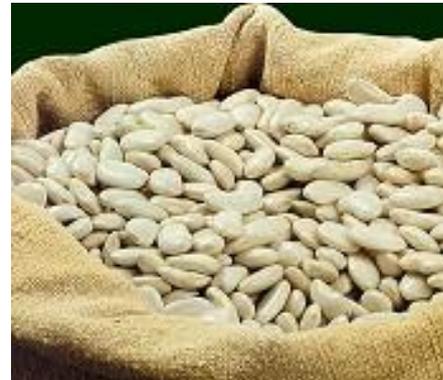
Le matériel « Picbille » « J'apprends les maths », RETZ

Groupements du 1^{er} et 2^{ème} ordre



Activités de dénombrement

Et si on n'a pas de matériel spécifique dans sa classe ?
On peut dénombrer des ...



Activités de dénombrement

On peut former des dizaines, des centaines avec des ...



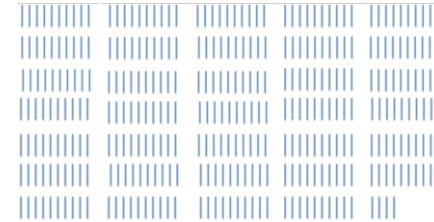
Matériel de « type groupements »

Les collections représentées

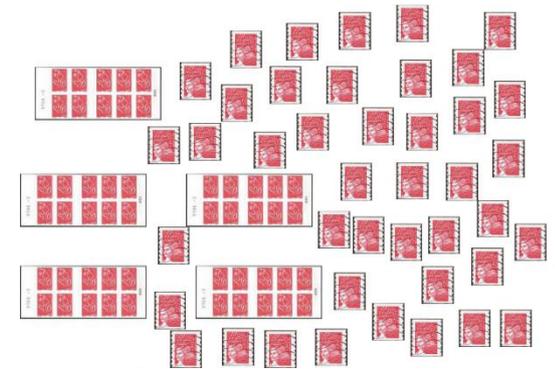
→ Les **éléments** ne sont pas organisés.



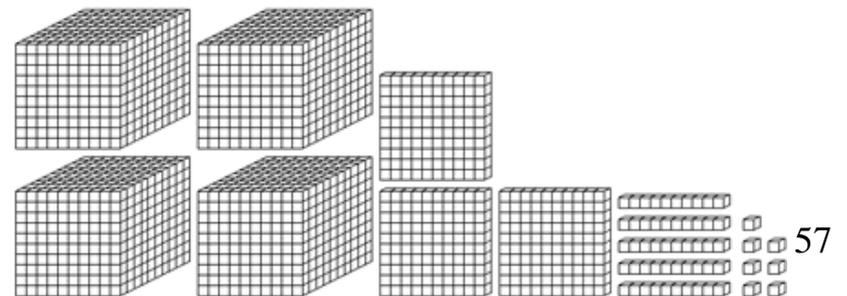
→ Les **éléments** de la collection sont **organisés** (ligne, colonne, paquets...).



→ La collection se présente sous forme de **groupements non organisés**.



→ La collection se présente sous forme de **groupements organisés**.



Activités de recherche de la valeur

Une difficulté des élèves réside dans la distinction entre quantité et valeur.

Exemple

A

1

1

1

Collection A : La quantité est 3, la valeur est 3.

B

1

10

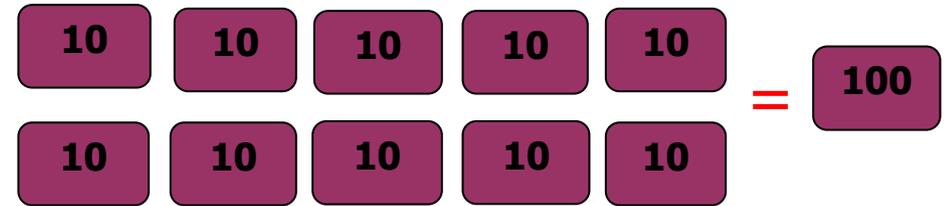
Collection B : La quantité est 2, la valeur est 11.

L'élève doit comprendre :

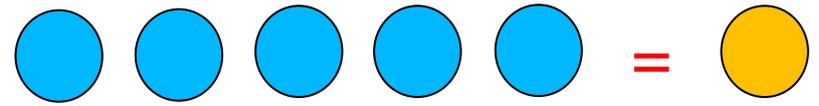
- qu'un objet de valeur 10 peut valoir 10 objets de valeur 1,
- qu'un objet de valeur 100 peut valoir 10 objets de valeurs 10 ou 100 objets de valeur 1.

Matériel de « type échanges »

Des plaques de même aspect
munies d'écritures symboliques
1, 10, 100 qui leur confèrent
une valeur.



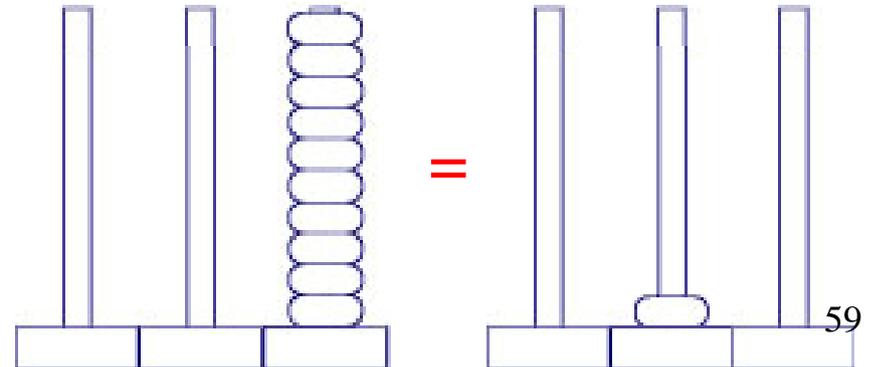
Des jetons de couleurs
différentes ayant des valeurs
différentes.



La monnaie.



Les abaques à tiges contenant 10
boules identiques.



Quelques exemples de situations-problèmes

Exemples de situations-problèmes

extraites d'Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CP, CE1,CE2, ERMEL, Hatier.

Les fourmillions (CP, CE1) → dénombrement (groupement)

Les carrelages (CP) → dénombrement (groupement)

Le jeu de la banquière (CP) → recherche de la valeur (échange)

Les cahiers (CE1) → lecture des informations liées aux groupements et aux échanges dans l'écriture chiffrée

Les fourmillions (CP, période 4 et CE1, période 2)

Domaine numérique : nombres à 4 chiffres.

Tâche : Dénombrer une grande collection d'objets (1 300 et 2 500).

Objectifs :

- organiser une collection en utilisant des groupements par 10 et comprendre que ce mode de groupement peut se répéter,
- donner du sens aux mots « unités », « dizaines », « centaines »,
- produire des écritures additives et une écriture chiffrée de nombre.

Matériel :

- des objets à dénombrer en grand nombre,
- élastiques, sacs plastiques, boîte à chaussures (CP),
- enveloppes de formats différents (CE1).

Les fourmillions

Déroulement :

1 : Émergence de questions (collective)

Amener les élèves à choisir ou proposer le groupement par dix.
Fixer les règles de groupement.

2 : Mise en place de la procédure de groupements (par groupe)

Définir deux rôles : remplisseurs et contrôleurs



Les fourmillions

3 : Production d'écritures (collective)

- **Pour lier addition et numération, pour lier dizaines et centaines et centaines et millier :** chercher un message à écrire sur les sacs de cent et sur la boîte de mille

$$10+10+10+10+10+10+10+10+10+10$$

$$100+100+100+100+100+100+100+100+100+100$$

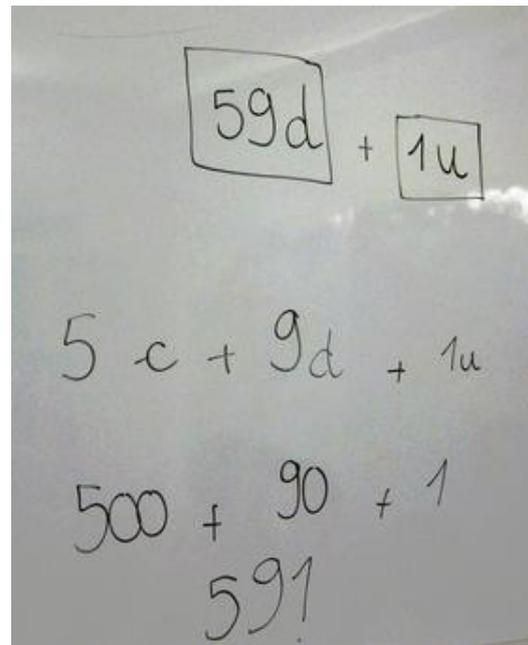
- **Pour des écritures d'un grand nombre :** chercher comment écrire le nombre d'objets

→ $1000+100+100+100+10+10+10+10+10+1+1+1+1$

→ c'est 1 boîte de 1 000,
3 sachets de 100,
5 fagots de 10
et 4 objets isolés

→ $1000+300+50+4$

→ **1354**



Les carrelages (CP, période 5)

Domaine numérique : nombres à 2 chiffres

Objectifs :

- différencier les chiffres par leur position dans l'écriture décimale d'un nombre,
- prendre conscience que le nombre de dizaines d'une quantité se « voit » dans l'écriture du nombre qui exprime cette quantité.

Tâche :

Recouvrir des rectangles quadrillés (pièces) à l'aide de carreaux (carrelages) présentés en rectangles de dix ou isolés.

Matériel :

-des carrés de bristol aux dimension des mailles : **les carreaux isolés**, 

-des assemblages de 10 carrés : **les dizaines de carreaux**,

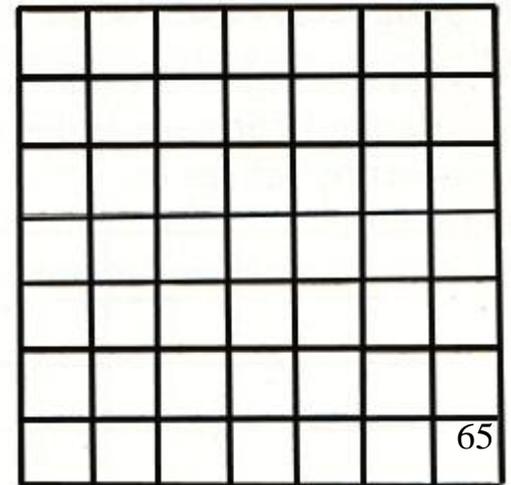
en bande de 10 carrés



en rectangle 2x5 carrés



-des rectangles quadrillés de différentes tailles :
les pièces à carreler.



Les carrelages

Déroulement :

Chaque groupe reçoit un rectangle représentant une pièce quadrillée.

1 : Appropriation de la situation

Aller chercher en une seule fois juste ce qu'il faut de carreaux en accès libre.

Demander oralement à un vendeur le nombre de carreaux isolés (pas plus de 9) et le nombre de paquets de 10.

2 : Utilisation d'un bon de commande

Écrire des bons de commande à remettre aux vendeurs.

Bon n° 1
Je commande .
paquets de dix
carrés isolés
Nom et prénom :
Signature :

Bon n° 2
Il me faut carreaux, je commande :
paquets de dix
carrés isolés
Nom et prénom :
Signature :

3 : Analyse

Passer commande à partir du nombre total de carreaux nécessaires⁶⁶ sans disposer du quadrillage.

Le jeu de la banquière (CP, période 2/3) (recherche de la valeur)

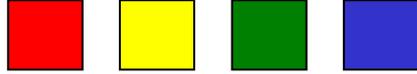
Domaine numérique : nombres à 1 à 2 chiffres.

Tâche : comparer des collections d'objets de valeurs différentes.

Objectifs :

- pratiquer des échanges à partir de jetons gagnés,
- comparer des collections après échange,
- distinguer valeur et quantité.

Matériel :

- des jetons de 4 couleurs différentes, 
- 1 ou 2 dés. 

Le jeu de la banquière

Règle du jeu :

Chaque joueur, à tour de rôle, lance le dé et gagne autant de **jetons rouges** que de points marqués sur le dé. Dès qu'un joueur possède suffisamment de jetons d'une même couleur, il doit les échanger selon une règle établie.

Déroulement :

1 : Echanges 5 contre 1

Etape 1: Appropriation

Jeu collectif, l'enseignant est le banquier

Etape 2: Comparaison des collections après échanges

Jeu par équipe de 4 (3 joueurs et 1 banquière)

Comparaison pour déterminer le gagnant

Etape 3: Passage à la représentation

Jeu par équipe de 4 (2 joueurs, 1 secrétaire et 1 banquière)

Comparaison des gains et prévisions du secrétaire

Exercices d'entraînement individuels

Etape 4: Renforcement, nouveaux échanges résultant de la réunion de collections.

2 : Echanges 10 contre 1

5 jetons		contre 1 jeton	
5 jetons		contre 1 jeton	
5 jetons		contre 1 jeton	

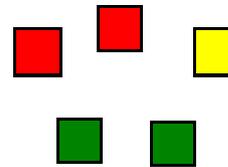
Le jeu de la banquière

Règles d'échange :

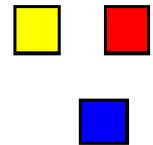
5 jetons		contre 1 jeton	
5 jetons		contre 1 jeton	
5 jetons		contre 1 jeton	

Qui a gagné ?

Joueur A

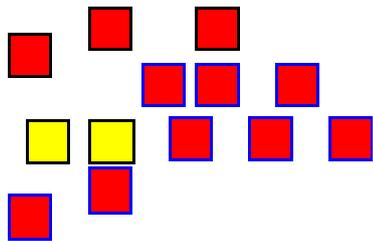


Joueur B

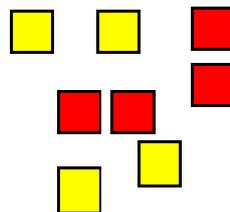


Finis les échanges et dis qui a gagné

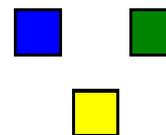
Joueur I



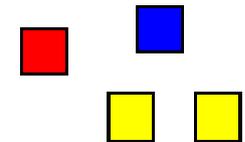
Joueur J



Joueur E



Joueur F



Extrait de la fiche activité « Le jeu du banquier »
Cerquetti-Aberkane Françoise, Marilier Marie-Christine

Il y a égalité du nombre de jetons bleus,
« couleur la plus forte » et ce sont les jetons
verts qui permettent de conclure que le joueur
E a gagné.

Les cahiers (CE1, période 5)

Domaine numérique : nombres à 2 et 3 chiffres

Objectifs :

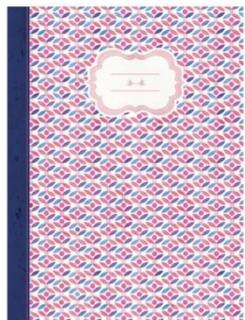
- extraire le nombre de centaines d'un nombre à 3 ou 4 chiffres,
- utiliser le chiffre des dizaines.

Tâches :

Calculer le nombre de carton de 100 cahiers et de paquets de 10 cahiers à commander pour des écoles connaissant le nombre de cahiers nécessaires.

Matériel :

- un cahier** isolé, **un paquet** de 10 cahiers, **un carton** pouvant contenir 100 cahiers,
- des tableaux photocopiés.



Les cahiers

Activité 1 :

Recherche du nombre de cartons et du nombre de paquets à commander pour chaque école.

Écoles de la Croix Rousse	Nombre de cahiers
Les Pierres Plantées	200
Le Gros Caillou	110
Jacquard	123
Vaucanson	140
La Fontaine	205
Victor Hugo	60
Les Tables Claudiennes	100

Écoles de Vaulx en Velin	Nombre de cahiers
Jean Jaurès	400
Pablo Neruda	760
Youri Gagarine	323
Jean Vilar	3000
Martin Luther King	2500
Makarenko	1045
La Coccinelle	1397

Activité 2 :

Recherche du nombre total de cartons et de paquets à commander toutes les écoles.

Écoles de la Croix Rousse	Nombre de cahiers	Nombre de cartons	Nombre de paquets
Les Pierres Plantées	200	2	0
Le Gros Caillou	110	1	1
Jacquard	123	1	3
Vaucanson	140	1	4
La Fontaine	205	2	1
Victor Hugo	60	0	6
Les Tables Claudiennes	100	1	0

Exemples d'activités ritualisées avec des bouliers et des abaques

Activités numériques avec bouliers et abaqués

« Les différentes écritures pourront également apparaître à l'occasion d'activités de représentation de nombres utilisant les abaqués, les bouliers, les compteurs... » (ERMEL CE1 p.316)

1. Visionnage des vidéos BSD

(Banque de Séquences Didactiques, CRDP, Montpellier)

2. Répondre aux questions suivantes (par 2) :

Quelles sont les compétences en jeu dans l'utilisation du boulier ?

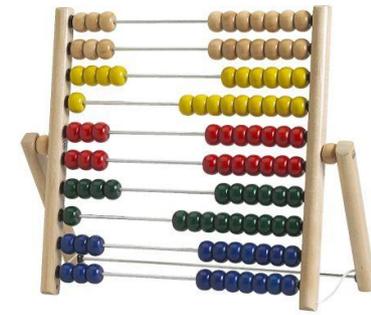
Quelles sont les compétences en jeu dans l'utilisation de l'abaque ?

Pourquoi utiliser ces outils en classe ?

Comment les utiliser ?

Recherche et mise en commun

Boulier à 100 boules



→ Compétences cycle 2 :

Construction de la dizaine : (percevoir 10 comme 1)

Passage du chiffre au nombre : « 2 dizaines ça fait 20 »

Utilisation du complément à 10 : « $10 - 1 = 9$ » pas de comptage

Utilisation du complément à 100 : « $100 - 1 = 99$ »

Remarque : le terme « ligne » au lieu de « dizaine » est accepté

→ Progression dans l'utilisation par changement de la valeur du boulier :

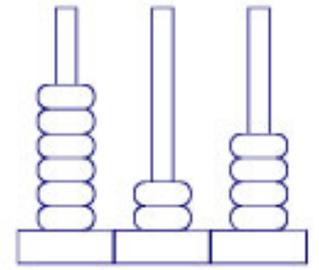
le boulier représente 100 (CP-CE1) :

correspondance entre cardinal de la collection et sa valeur

le boulier représente 1 (CM1-CM2) :

production de diverses écritures de la partie décimale (écritures fractionnaires, écritures à virgule)

Abaques



→ Compétences cycle 2 :

Décodage des nombres : lecture d'un nombre à partir de sa représentation

Passage à la dizaine supérieure : de 9 sur la tige «unité» à 1 sur la tige «dizaine» (équivalence entre 1 dizaine et 10 unités)

Rôle de la place du chiffre (de la boule)

→ Progression dans l'utilisation par juxtaposition d'abaques :

- **une abaque 3 tiges** (CP-CE1) : nombres entiers jusqu'à mille
- **deux abaques 3 tiges** (CE2) : nombres entiers jusqu'à un million
- **trois abaques 3 tiges** (CM1) : nombres entiers jusqu'à un milliard
- **deux abaques 3 tiges** (CM1-CM2) : nombres décimaux

La juxtaposition d'abaques trois tiges identiques permet de représenter la segmentation d'un nombre par paquets de 3 chiffres (c,d,u) et de faire apparaître les classes de nombres.

Remarque : certains manuels utilisent des abaques à 4 tiges !

Pourquoi utiliser ces outils ?

Pour offrir à tous les élèves la possibilité de se construire chacun leurs propres représentations numériques.

Quelles activités numériques proposer ?

-proposer des situations diverses, sans dissocier «calcul» et «numération»

Quand utiliser ces outils ?

-le plus tôt et le plus régulièrement possible,
-en continuité d'un cycle à l'autre et tant que les élèves en ont besoin.

Ces outils, pour quoi faire ?

-pour des manipulations individuelles, des exercices structuraux collectifs
-pour placer les élèves en situation de réussite ou pour évaluer ses capacités

Comment utiliser ces outils ?

-en parallèle d'outils complémentaires

V. D'autres outils pour représenter les nombres et leur suite

La bande ou piste numérique

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

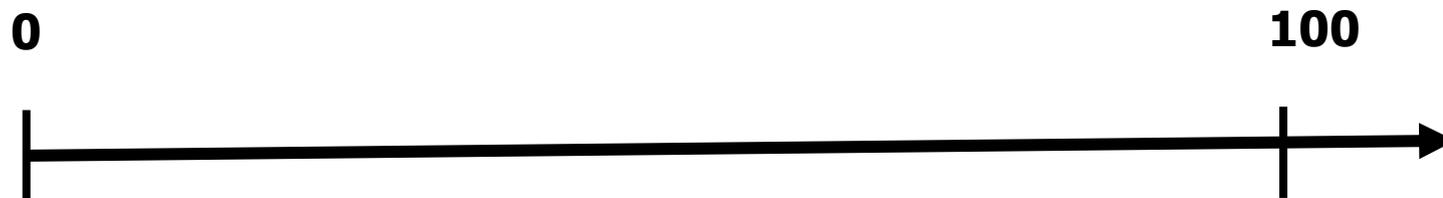
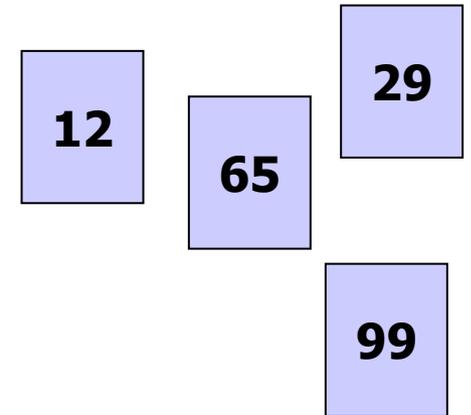
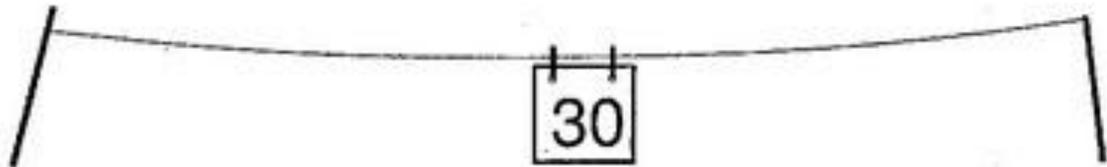
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

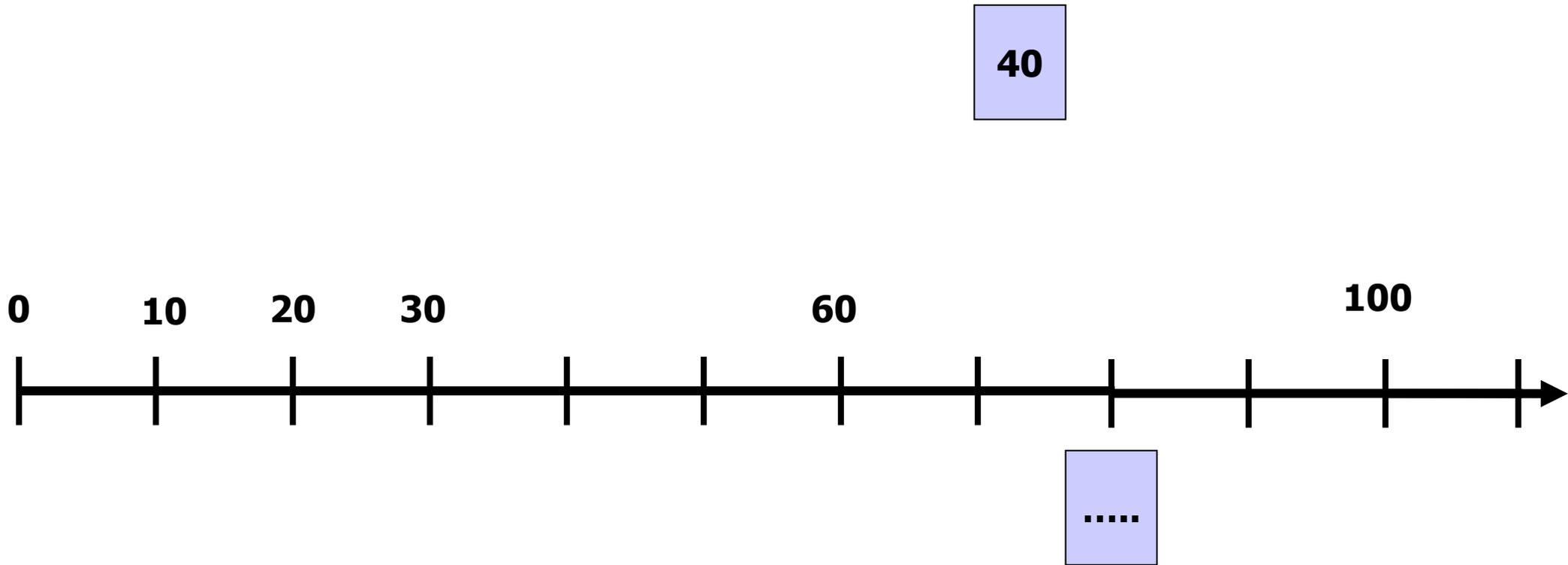
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

La droite ou ligne numérique



La droite graduée



La grande file

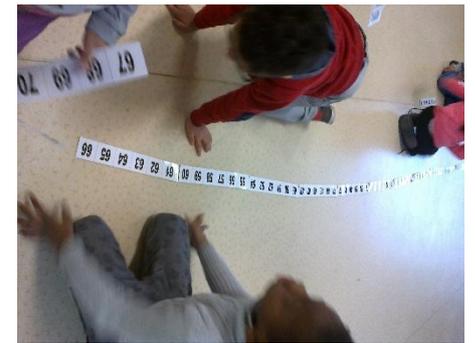
Matériel : bandes numériques de 0 à 99 découpées en morceaux de façon aléatoire.

Organisation : 1 bande complète pour 6 élèves maximum (prévoir un grand espace).

Déroulement :

Distribuer les bandes numériques aux élèves et leur demander d'y mettre de l'ordre.

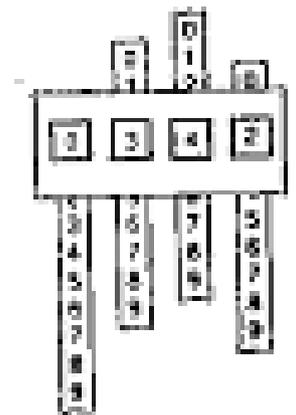
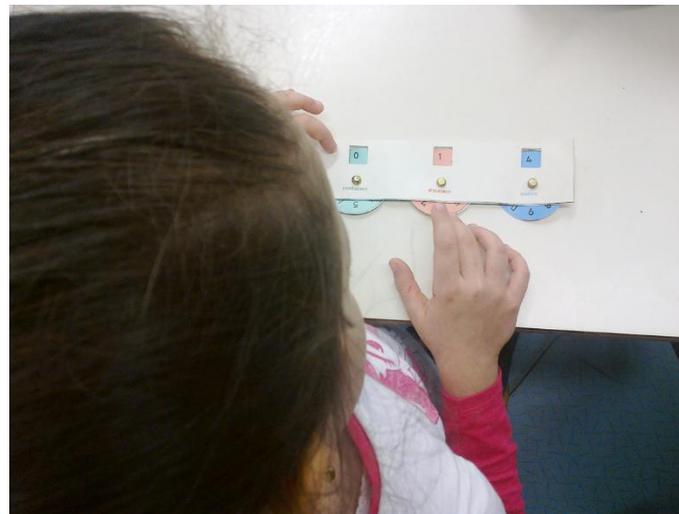
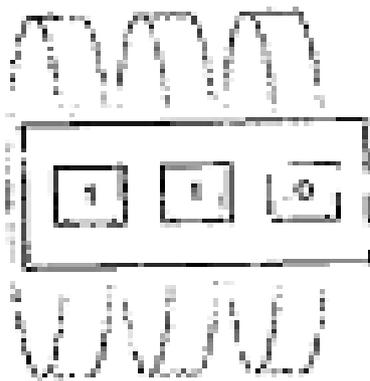
Valider et faire verbaliser la succession des dizaines.



Les compteurs en ligne et artisanaux

millions			milliers			unités		
c	d	u	c	d	u	c	d	u
+	+	+	+	+	+	+	+	+
-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Site MICETF



Le compteur « vivant »

Matériel :

- 3 chaises installées côte à côte face à la classe.
- Une collection d'une trentaine d'objets identiques.
- Un grand bac transparent.
- Étiquettes nombres de zéro à neuf en 3 exemplaires sur fiches cartonnées format A5.
- Photocopies individuelles de compteurs vierges.



Tâche : Les élèves doivent écrire la suite des nombres sur un compteur en utilisant les étiquettes.

→ **Comprendre que pour écrire la suite des nombres, on ajoute toujours un au nombre précédent.**

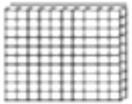
→ **Comprendre le système de numération de position.**

Le tableau de numération



Utiliser et lire
un tableau de numération

N

centaines <i>centaines</i> c 	dizaines <i>dizaines</i> d 	unités <i>unités</i> u 
		5
	4	6
2	8	1
7	0	3
4	9	0

On peut lire :

2 centaines 8 dizaines 1 unité = 2 c 8 d 1 u



28 dizaines 1 unité = 28 d 1 u



281 unités = 281 u



$200 + 80 + 1 = 281$

Les tableaux des nombres

« Tableau Brissiaud »

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	88	98	99	100

Permet de travailler le sens des écritures chiffrées

23 c'est 2 paquets de dix et 3 unités

C'est la représentation chiffrée du boulier

« chef de famille »

« Tableau ERMEL »

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	88	98	99

Permet de travailler sur les désignations orales des nombres

23 appartient à « la famille de vingt »

Le château des nombres

Matériel : 1 grille des nombres de 0 à 99, des post-it, des cartes " trésor "

Plusieurs activités possibles :

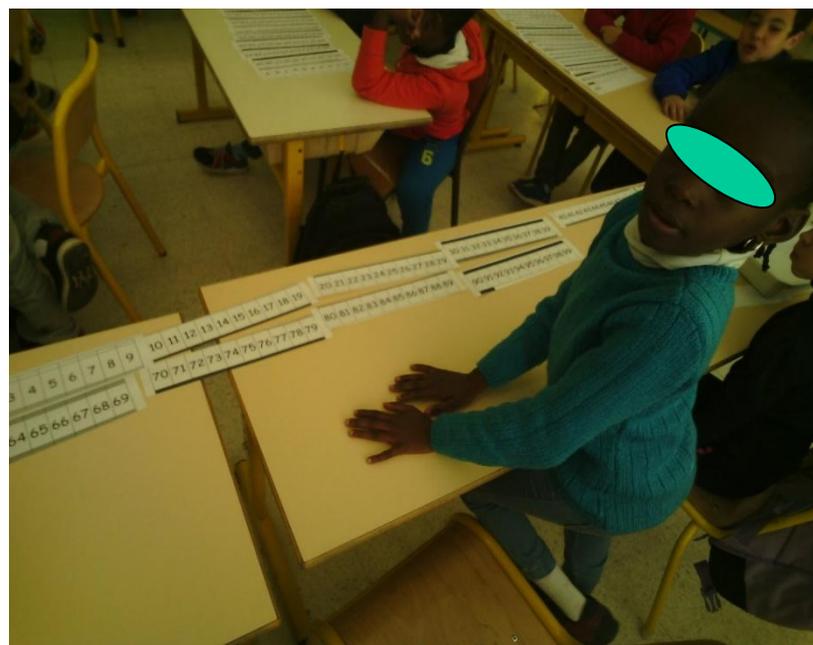
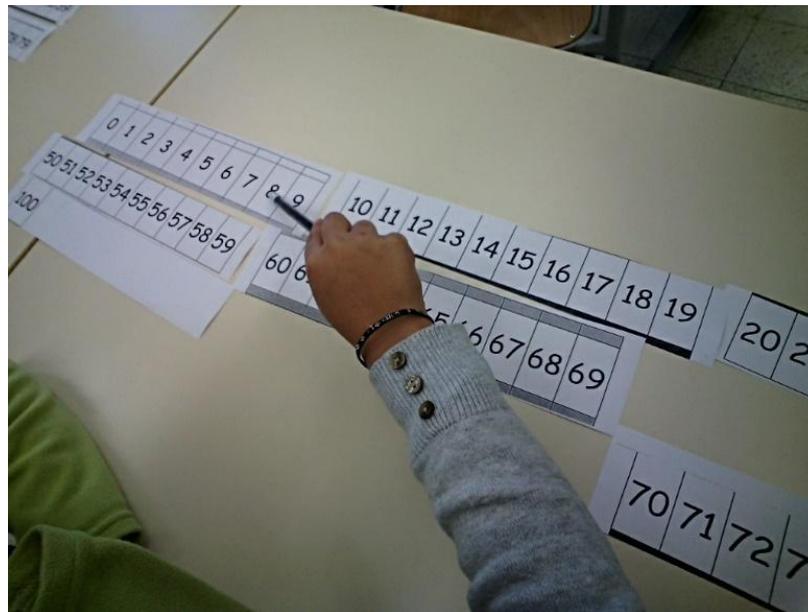
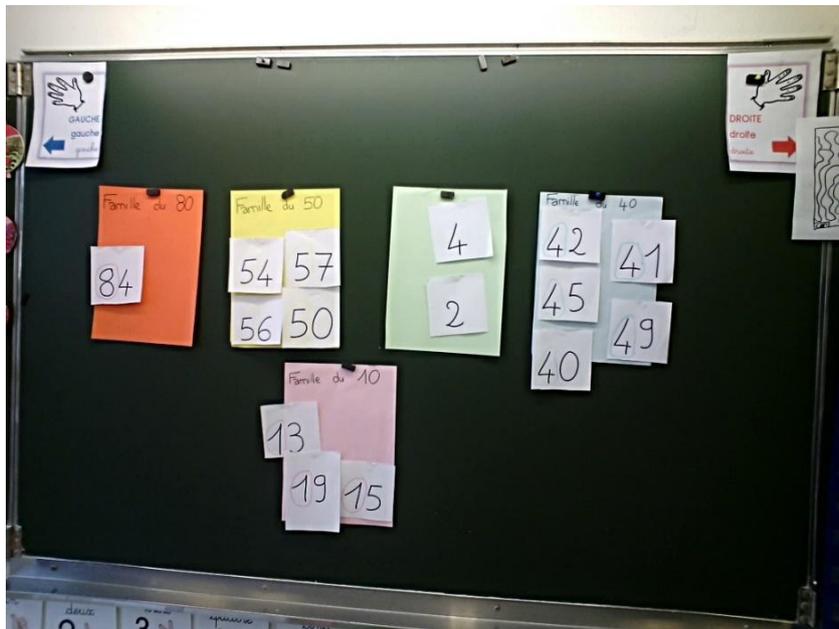
A. **Les trésors** : certaines cases sont cachées avec des post-it. Nommer le n° de la pièce du château où un trésor est caché. L'élève qui trouve le n° de la pièce gagne un "trésor" (image, carte, etc.).

B. **Le trésor** : faire le jeu du portrait pour découvrir dans quelle salle se cache le seul trésor.

Variable : réduire le nombre d'étages pour faciliter la recherche ou prévoir une grille où l'on peut barrer au fur et à mesure les nombres éliminés.



Construire le tableau des nombres



VI. Bibliographie

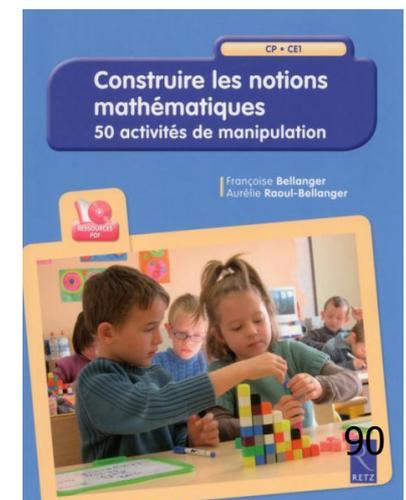
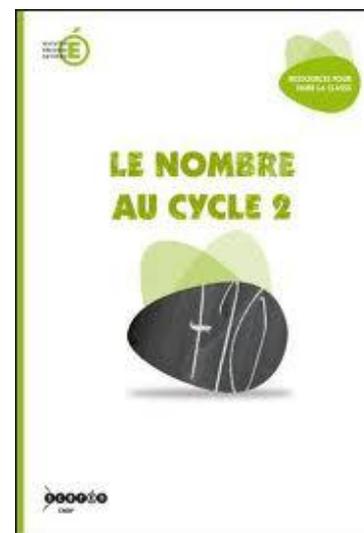
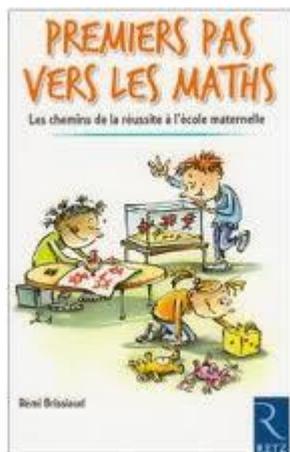
Bibliographie

« **Premiers pas vers les maths** », BRISSIAUD R., Retz, 2007.

« **Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CP, CE1, CE2** », ERMEL, Hatier, 2005.

Le nombre au cycle 2 », Mathématiques, Ressources pour faire la classe, SCEREN, 2010.

« **Construire les notions mathématiques : 55 activités de manipulation** », Bellanger F., Raoul-Bellanger A., Retz, 2015.



Quelques sites Internet

Télé Formation Mathématiques (TFM) :

<http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/>

Banque de séquences didactiques (BSD) :

<https://www.reseau-canope.fr/BSD/index.aspx>

Micetf, des outils pour la classe :

<http://micetf.fr/Numeration/index.php?t=Cubus>

<http://micetf.fr/Compteur/>

Mathésciences31 :

<http://pedagogie.ac-toulouse.fr/sciences31/>

Pour les CPC, quelques ressources supplémentaires

Extrait Le cours Collège de France, Dehaene

Fondements cognitifs de l'apprentissage des mathématiques

De 15' à 16'35 (pour explicitation diapo 17)

www.college-de-france.fr/site/stanislas-dehaene/course-2015-03-03-09h30.htm

Une évaluation scientifique indépendante pour la réussite de tous les élèves

Numération : interventions des experts (conférences de Consensus) :

<http://www.cnesco.fr/fr/numeration-interventions-des-experts/>

Le nombre au cycle 2, diaporama de Dominique Pernoux :

<http://dpernoux.chez-alice.fr/nombre.pps>