

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Math **É**sciences31

académie
Toulouse **É**

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



Enseigner la résolution de problèmes au cycle 3

FORMATION 2018 - 2019

Objectifs des 9 h de formation

Accroître les savoirs mathématiques, théoriques, didactiques et pédagogiques des enseignants au niveau l'enseignement de la résolution de problèmes :

à partir d'un état de la question : recherche et textes officiels ; mise en œuvre des mesures du rapport Villany

par rapport aux 6 compétences mathématiques à prioriser : modéliser, calculer + représenter, chercher

par rapport à la connaissance des typologies de problèmes

Pour ancrer les mises en œuvre dans les recommandations de la recherche en portant une des focales sur « la représentation des problèmes » et/ou « la trace écrite, l'affichage, le cahier de l'élève »

Temps 1 : distanciel 1 : relevé de problèmes (30 minutes)

Temps 2 (3h)

- Que disent les évaluations
- Cadre institutionnel et mesures nationales
- Les compétences à prioriser
- Des enseignements de la recherche aux typologies de problèmes :
- Problèmes élémentaires et complexes
 - Problèmes pour chercher
 - Vidéo
- Présentation du temps 2

Temps 3 (3h30)

- Lecture de la communication de Catherine Houdevent
- Analyse de la vidéo de Canopé
- Analyse de son manuel : la place des problèmes + grille
- Mettre en œuvre un problème pour chercher (carrés et triangle) et sa reprise*
- Mettre en œuvre des problèmes arithmétiques
- En portant un des focales sur la représentation et/ou la trace écrite, le cahier de l'élève

Temps 4 (2h) le 15 mai à Rangueil – le 22 mai à Macé

- Analyse à partir de vos affichages, vos traces écrites (penser à les envoyer pour le 19 avril dernier délai)

Gestes professionnels pour enseigner la résolution de problème
 - Approfondissement :
 - types de raisonnement dans les problèmes pour chercher
 - programmation des problèmes pour chercher
- La programmation des problèmes
« à la Vergnaud »

Déroulement

I) Etat de la question

1. Que disent les évaluations
2. Cadre institutionnel et mesures nationales
3. Les compétences à prioriser (séminaire IEN, IGEN)
 1. Priorités
 2. Recommandations
4. Des enseignements de la recherche aux typologies de problèmes
 1. R. Charnay **analyse de problèmes**
 2. C. Houdevent :
 1. les problèmes pour apprendre :
 1. problèmes élémentaires et problèmes complexes
 2. Classification de Vergnaud // repères annuels de progression **analyse de problèmes**
 3. Recommandations
 2. les problèmes pour chercher
 1. caractéristiques
 2. mise en oeuvre X différenciation, mise en commun, trace écrite et affichage
5. La trace écrite : vidéo BSC Canopé **début d'analyse éventuel**

II) Présentation du temps 2

**POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE**



académie
Toulouse 

direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



1. Etat de la question

Que disent les évaluations ?

→ **TIMSS 2015** - **Mathématiques et sciences en fin de CM1**
Évaluation internationale

→ **DEPP** NOTE D'INFORMATION n° 33 – Novembre 2016

→ **CEDRE 2015** - **Mathématiques en fin d'école primaire**

→ **DEPP** NOTE D'INFORMATION n° 18 – Mai 2015

TIMSS 2015 (CM1)

M06_05	
TIMSS Benchmark	Elevé
Domaine de contenu	Nombre
Domaine cognitif	Appliquer
Description	Résoudre un problème à plusieurs étapes impliquant des décimales à deux positions et des nombres entiers.

Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds.

Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds.

Julien a 4 zeds.

Combien de zeds Julien doit-il avoir **en plus** pour acheter les deux bouteilles ?

- (A) 1,06 zeds
- (B) 1,16 zeds
- (C) 5,06 zeds
- (D) 5,16 zeds

M06_05	France 42 % - Europe 56 % - International 51 %
TIMSS Benchmark	Elevé
Domaine de contenu	Nombre
Domaine cognitif	Appliquer
Description	Résoudre un problème à plusieurs étapes impliquant des décimales à deux positions et des nombres entiers.

**CEDRE
2015**

42 %

Groupe 5	10,2 %	... Ces élèves font preuve d'expertise dans les compétences et connaissances de fin d'école primaire, ils maîtrisent tous les champs du programme et font preuve de capacité d'abstraction, de rigueur et de précision...
Groupe 4	18,8 %	... Ces élèves sont capables de mettre en œuvre des stratégies évoluées, de résoudre des problèmes complexes et de produire des réponses en autonomie pour des situations peu fréquentes en classe...
Groupe 3	28,6 %	...Si ces élèves sont capables de résoudre des problèmes de proportionnalité qui ne mettent pas en jeu des unités spécifiques, leurs acquis restent fragiles lorsqu'il s'agit de produire en autonomie une réponse...
Groupe 2	26,1 %	Ces élèves ont des connaissances sur les nombres entiers qui leur permettent de réussir un certain nombre de problèmes de type additif voire soustractif sans étape intermédiaire... Ils traitent l'information et sont capables de retrouver un résultat correct mais ils échouent quand il s'agit de produire une réponse en autonomie
Groupe 1	12,6 %	...Les réussites observées s'appuient essentiellement sur des automatismes scolaires. Certains de ces mécanismes leur permettent de réussir des problèmes additifs directs qui ne nécessitent qu'une seule étape pour leur résolution.
Groupe < 1	3,7 %	Ces élèves peuvent répondre ponctuellement à quelques items simples... Ils maîtrisent très peu de compétences ou de connaissances exigibles en fin d'école primaire.

Cadre institutionnel

- **Socle commun de connaissances, de compétences et de culture** BO du 23 avril 2015
et le programme BO du 26 novembre 2015
- **21 mesures pour l'enseignement des mathématiques**, rapport du 12 février 2018, par Cédric Villani et Charles Torossian
- **La résolution de problèmes à l'école élémentaire**, note de service n°2018- du 25-04-2018 du BO n°3 du 26 avril 2018
- **Les ajustements des programmes et les repères en consultation**, BO n° 30 du 26 juillet 2018

Mesures nationales

➤ Plan de formation sur la maîtrise des fondamentaux

Séminaires des IEN

Formation de formateurs

Formation des enseignants (animations pédagogiques, accompagnements dans le cadre du PPCR, REP et REP+)

➤ Animations pédagogiques cycles 2 et 3

9 heures de mathématiques + 9 heures de français

➤ Les évaluations CP, CE1 et 6^{ème}

pour aider les enseignants à choisir la démarche la plus adaptée à la réussite de chaque élève

Les compétences mathématiques à prioriser

- Sur les 6 compétences mathématiques, celles qui sont prioritaires dans le 1^{er} degré ce sont « **MODELISER** » et « **CALCULER** »

Les compétences mathématiques à prioriser

- **Sur les 6 compétences mathématiques, celles qui sont prioritaires dans le 1^{er} degré ce sont « MODELISER » et « CALCULER »**
- **cf. Rémi Brissiaud « ce qui permet à un élève de réussir au cycle 3 en résolution de problème, c'est le calcul mental »**
- **Et pour calculer, il s'agit de trouver la/les bonnes opérations → c'est-à-dire MODELISER**
- **« Modéliser » = « trouver la bonne opération , c'est-à-dire voir le problème mathématique, ce qu'il y a derrière**

Les compétences mathématiques à prioriser

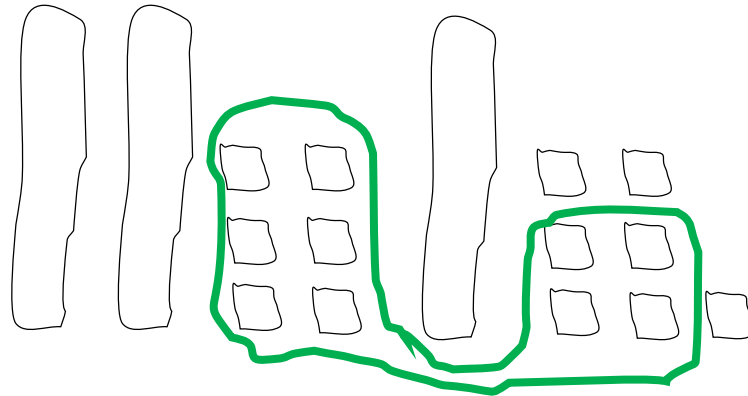
- Mais apprendre à modéliser, ne se résout pas en 2 secondes. C'est un travail lourd et conséquent à faire.
- « Jouer la saynète, se dire « c'est quoi l'histoire? »
- en s'éloignant des nombres peut aider,
- en simplifiant les données numériques » : on allège.
- Mais précaution par rapport aux problèmes complexes* « le réflexe à ne pas avoir, c'est de saucissonner, d'indiquer les étapes*, sinon l'élève ne saura pas le faire »
- Les différents types d'élèves (modéliseur/calculateur)

Les compétences mathématiques à prioriser

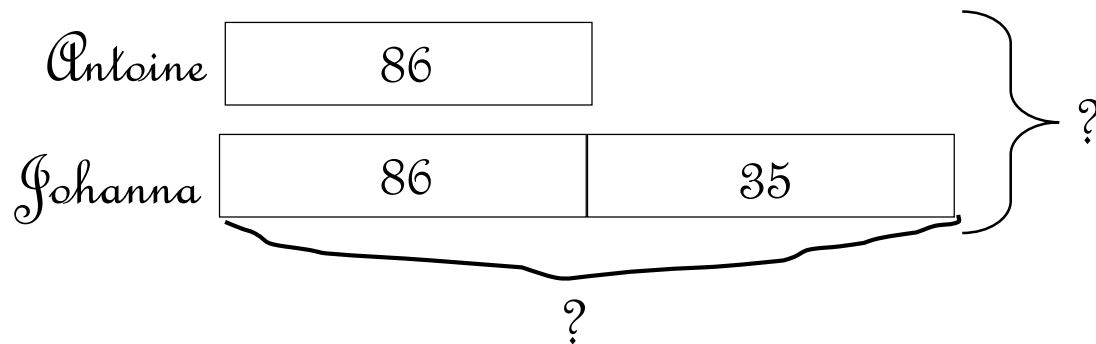
- Une des solutions c'est « **REPRESENTER** », c'est-à-dire faire « un dessin, puis un schéma, puis un diagramme »
- **REPRESENTER** est amorcé par la manipulation (objets réels, cubes, puis dessins)
- Quelques précautions

La résolution du problème

Antoine a 26 billes ; il en a 17 de moins que Johanna.
Combien Johanna a-t-elle de billes ?

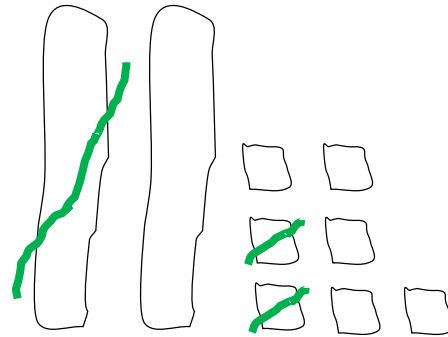


$(26 ; 17) \rightarrow (86 ; 35)$



La résolution du problème

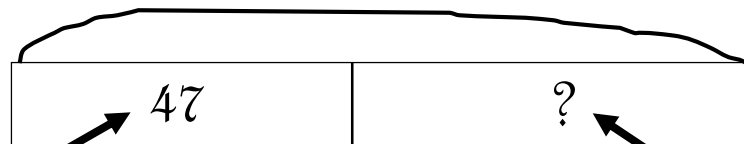
Kevin avait 27 jetons ; il en a donné 12 à Agathe.
Combien de jetons a Kevin maintenant ?



$$(27 ; 12) \rightarrow (123 ; 47)$$

123

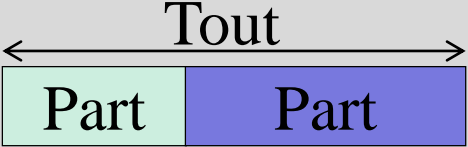

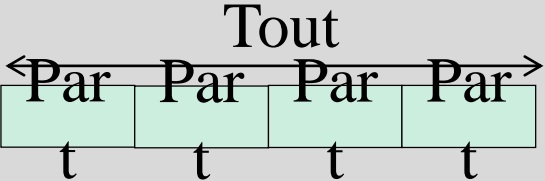
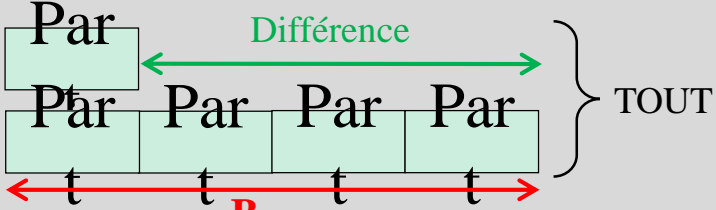
jetons qu'avait Kevin



jetons donnés à Agathe

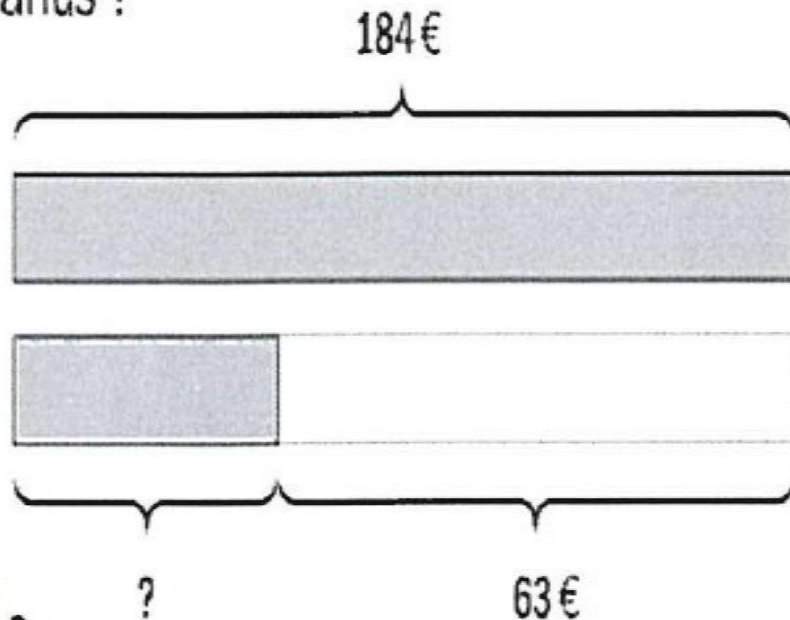
ce qui reste à Kevin

La résolution du problème

Schéma...	... représentant le tout et les parties...	...de comparaison...
<p>...pour l'addition et la soustraction</p>	<p style="text-align: center;">Partie-Partie-Tout</p>  <p style="text-align: center;"> $\text{Tout} = \text{Part} + \text{Part}$ $\text{Part} = \text{Tout} - \text{Part}$ </p>	<p style="text-align: center;">Partie-Partie-Tout et Comparaison</p>  <p style="text-align: center;"> $\text{Différence} = A - B$ $A = \text{Différence} + B$ $\text{Tout} = A + B$ </p>
<p>...pour la multiplication et la division</p>	<p style="text-align: center;">Parties égales à un Tout</p>  <p style="text-align: center;"> $\text{Tout} = \text{Nb de parts} \times \text{Parties}$ $\text{Partie} = \text{Tout} \div \text{Nb de parts}$ $\text{Nb de parties} = \text{Tout} \div \text{Partie}$ </p>	<p style="text-align: center;">Parties égales d'un Tout et comparaison</p>  <p style="text-align: center;"> $B = \text{Nb de parts dans B} \times \text{Part}$ $\text{Différence} = B - \text{Partie}$ $\text{Tout} = (1 + \text{Nb de Parts dans B}) \times \text{Partie}$ </p>

7 Léa a économisé 184 €. Elle a économisé 63 € de plus que Marius.
Combien a économisé Marius ?

$$184 - 63 = \square$$



Marius a économisé \square €.

- Dans tous les cas, représenter fait l'objet d'un enseignement construit.
- Le modèle en barre est le plus fréquent.
- Mais ça peut être autre chose (cf. illustrations de problèmes anciens par exemple)...

Les compétences mathématiques à prioriser : recommandations

- Pour aider à la modélisation : faire résoudre des problèmes nombreux et quotidiens, nourrir la mémoire à long terme*, en faire beaucoup, et variés, à une ou plusieurs étapes, en variant les questions «Combien? », «Est - ce que?»

→ 10 problèmes par semaine

tout en privilégiant les problèmes élémentaires en une ou plusieurs étapes

- En conservant une trace de ces problèmes (50% des classes n'ont pas de trace de problème traités dans l'année)

Origine de ces recommandations : Jean Juno : recherche sur les questions que posaient les leçons consacrées à la méthodologie de résolution de problèmes du type :

- souligner les informations utiles, barrer les informations inutiles, trouver la question....

→ Existence de processus spécifiques à la résolution de problèmes : versant représentationnel et versant opératoire

La représentation du problème ne se réduit pas à la compréhension de son énoncé : c'est le fait de découvrir par soi même une solution qui est l'enjeu de cette activité.

Interviennent dans la résolution de problèmes des connaissances liées aux situations rencontrées auparavant et à l'expérience représentationnelle acquise : « Schèmes de problème » schémas cognitifs : structure cognitive stockée dans la mémoire à long terme, qui sélectionnent et traitent l'information de manière inconsciente.

→ La mémoire des problèmes que nous avons rencontrés joue un rôle décisif pour aborder un nouveau problème

Conséquences pour l'enseignement :
urgent et crucial d'enrichir la mémoire
des problèmes de chaque élève, de leur
permettre de les mener à terme

Une autre compétence

■ Chercher

Quelle place et dans quelle proportion?

**POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE**



┌ Des enseignements de la recherche aux typologies de problèmes

Quels problèmes ? R. Charnay

Fonctions	PROBLÈMES POUR APPRENDRE			PROBLÈMES POUR CHERCHER
Types de problèmes	Problèmes de découverte (situations-problèmes)	Problèmes d'application directe (simples)	Problèmes de réinvestissement transfert (complexes)	Problèmes de recherche (ouverts)
	Problème dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance ou d'un nouvel aspect d'une connaissance antérieure	Problème destiné à s'entraîner à maîtriser le sens d'une connaissance	Problème complexe nécessitant l'utilisation de plusieurs connaissances construites dans différents contextes	Problème centré sur le développement des capacités à chercher : en général, les élèves ne connaissent pas la solution experte

Quels problèmes ? R.Charnay

En binôme :

- Classez des problèmes en précisant s'il s'agit :
 - d'un problème de découverte,
 - d'un problème d'application,
 - d'un problème de réinvestissement,
 - d'un problème de recherche.
- à partir du corpus des problèmes de votre classe et/ou à partir du document proposé de manière à être sûr que l'on couvre toutes les catégories.

Mise en commun

Corpus de 12 énoncés de problèmes à classer (Temps 1 de la formation)

Énoncé 1 : L'anniversaire

C'est le jour de l'anniversaire de Marion. Elle a onze ans. Elle dit à sa grand-mère : « J'ai 65 ans de moins que toi ! ». Quelle est l'âge de la grand-mère de Marion ?

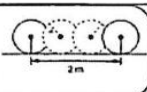
Énoncé 2 : Les cheveux

Les cheveux poussent de 0,3 mm par jour en moyenne. Les cheveux de Laura mesurent environ 7 cm. Elle compte les laisser pousser pendant un an. Quelle sera alors approximativement leur longueur au bout d'un an ?

Énoncé 3 : Les chameaux et dromadaires

Lawrence possède une certaine quantité de dromadaires et de chameaux. Il a deux fois plus de chameaux que de dromadaires. S'il compte leurs bosses, il en trouve 25. S'il compte leurs pattes, il en trouve 60. Combien a-t-il de chameaux ? Combien a-t-il de dromadaires ?

Pierrot a remarqué que lorsqu'il fait
 4 tours de pédales, sa roue fait
 4 tours complets.
 Il a aussi mesuré la distance parcourue
 à chaque tour de roue.
 Il a représenté cette distance sur le schéma
 ci-contre.



Énoncé 4 : Le vélo

Pour se rendre à l'école Pierrot doit parcourir 400 m. S'il pédale tout le long du trajet, combien de tours de pédales doit-il faire ?

Énoncé 5 : Le ruban

Charlie possède 26,7 cm de ruban. Il décide d'utiliser toute cette longueur pour emballer 3 paquets identiques. Il veut connaître la longueur de ruban pour chaque paquet. Il pose l'opération : $26,7 : 3$. Mais il ne parvient pas à l'effectuer, car il ne sait pas diviser les décimaux. Lucie lui propose :
 de convertir en mm : $26,7 \text{ cm} = \dots \text{ mm}$,
 de calculer la longueur de ruban en mm,
 de convertir le résultat en cm.
 Utilise la méthode de Lucie pour réaliser le calcul de Charlie.

Énoncé 6 : Les morceaux de sucre

Dix morceaux de sucre pèsent 56 grammes. Quelle est la masse de 1000 morceaux de sucre ?

Énoncé 7 : Le blason de la cabane

Les enfants ont construit une cabane. Ils veulent peindre un blason tricolore pour l'accrocher à l'entrée. Ils récupèrent des pots de peinture. Ils ont 5 coloris différents (rouge, jaune, bleu, vert et orange). Combien ont-ils de possibilités pour peindre le blason ?

Énoncé 8 : Le rallye

Les pilotes d'un rallye automobile doivent parcourir quatre étapes : une première étape de 95 km, une deuxième de 145 km, une troisième de 203 km, une quatrième de 232 km. Marc additionne ces distances en posant les opérations et trouve 581 km. Julia lui dit, après un rapide calcul de tête : « Tu t'es trompé. » Comment peut-t-elle être si sûre d'elle ?

Énoncé 9 : La lecture

Chaque soir Robin lit 25 pages. En combien de jours lira-t-il son livre de 375 pages ?

Énoncé 10 :

Dans une papeterie, avant l'ouverture de son magasin, le marchand range les cahiers et les carnets. Il a 16 cartons contenant chacun 10 cahiers et 12 cartons contenant chacun 15 carnets. Le matin, 32 cahiers et 55 carnets sont vendus. L'après-midi, 49 cahiers et 63 carnets sont vendus. Le soir, à la fermeture du magasin, combien reste-t-il de cahiers ? Combien reste-t-il de carnets ?



Énoncé 11 : Où suis-je ?

L'homme derrière moi a un parapluie plus grand que celui de Vivien. Celui qui se tient devant moi a un chapeau plus petit que celui de Prosper. Peux-tu me retrouver ? Peux-tu dire où sont placés Arnaud, Prosper et Vivien ?

Énoncé 12 : La clôture

Un éleveur veut faire un parc pour ses moutons. Pour cela il doit clôturer son champ carré avec trois fils de fer. Le côté de son champ mesure 160 m. Les rouleaux de fils de fer contiennent 125 m de fil chacun. Combien de rouleaux de fil de fer doit-il acheter ?

Tableau pour classement

Problèmes pour apprendre			Problèmes pour chercher
de découverte	d'application	de réinvestissement	de recherche

Fin de document ■

Quels problèmes ? (un cas particulier)

3 en 1

« J'ai 250 œufs. Combien de boîtes de 6 sont nécessaires pour les ranger ? »	CE1 : Problème de recherche	Les élèves ne connaissent pas la technique de la division. Ils sont face à un défi intellectuel qu'ils doivent relever pour chercher. Ils vont utiliser différentes procédures personnelles : dessin, calculs partiels...
	CE2 : Problème de découverte	Ils ne connaissent pas encore la technique de la division. Analyser les procédures utilisées et leurs limites. Identifier la procédure experte pour introduire la technique opératoire de la division.
	CM2 : Problème d'application	La division a été étudiée. Les élèves sont censés reconnaître un problème de division et utiliser la technique opératoire pour le résoudre.

**POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE**



direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



3. Les problèmes pour apprendre

Problèmes élémentaires et problèmes complexes

Les problèmes « élémentaires »

→ Deux exemples

*Une salle comporte 400 places disposées en 25 rangées.
Combien y a-t-il de places dans chaque rangée ?*

*Léonard de Vinci est mort en 1519 à l'âge de 67 ans.
En quelle année est-il né ?*

→ Caractéristiques

- énoncé court,
- syntaxe et vocabulaire simples,
- sans information superflue,
- contexte facile à comprendre,
- 2 données, recherche d'une 3^{ème} valeur,
- $2n+1$ données, (proportionnalité)

Résolution

→ quasi-immédiate

Où trouver de tels problèmes ?

→ dans certains manuels : Ermel « la boîte », mais pas dans tous

→ structures additives et multiplicatives de Vergnaud

→ et si les programmes proposaient des exemples de problèmes élémentaires !* repères annuels de progression

Les repères annuels CM2

Exemples de problèmes additifs à une étape :

Léo avait rendez- vous chez son dentiste. Il est arrivé à 15h 09 avec 24 minutes de retard. À quelle heure devait-il être chez son dentiste ?
(Recherche d'un état initial)



Avant de faire sa séance de sport, Léo s'est pesé : 52 kg. Juste après cette séance, il se pèse à nouveau : 50,750 kg. Combien de poids Léo a -t-il perdu pendant sa séance de sport ?
(Recherche de la transformation entre l'état initial et l'état final)

Des « presque » élémentaires...

Une place de spectacle scolaire coute 4 €. Combien l'école doit-elle payer pour que les 123 élèves puissent aller voir le spectacle ?

Le 15 octobre, Jean fête ses 65 ans, il aura exactement 33 ans de plus que son neveu Julien. Quel âge a Julien ?

Cléa et Simon collectionnent des timbres. Ils ont ensemble 246 timbres. Simon en a 97. Combien en a Cléa ?

Des géraniums sont vendus par barquette de 12. Vincent achète 24 barquettes de 12 géraniums. Combien aura-t-il de géraniums à planter ?

Les problèmes complexes

→ Un exemple

Au cinéma 'Royal Ciné' un adulte paye 6 € par séance et un enfant paye 4 € par séance.

A la séance de l'après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants.

A la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants.

La recette de la journée est 542 €

Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi ?

→ Caractéristiques

- composés de problèmes élémentaires,
- difficulté liée à la distance entre les informations à connecter pour construire la réponse,
- mobilisent plusieurs connaissances mathématiques.

Résoudre un problème complexe nécessite :

- **de construire des sous-problèmes calculables**
(souvent élémentaires) qui font avancer la réponse
- **de savoir résoudre ces problèmes élémentaires**
- **de qualifier** les résultats intermédiaires :
 - donner la grandeur réponse : *80 euros*,
 - explicitier le rôle que joue la grandeur : *80 € prix qu'ont payé les enfants à la séance du soir*
- **d'avoir pris conscience de la nécessité** de ce travail de pensée.

→ Le problème complexe

Au cinéma 'Royal Ciné' un adulte paye **6 €** par séance et un enfant paye **4 €** par séance.

A la séance de l'après-midi, il y avait **50 adultes** et **?** enfants.

A la séance du soir, il y avait **15 adultes** et **20 enfants**.

La recette de la journée est **542 €**.

Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi ?

→ Les sous-problèmes

Calculables

Séance de l'a-m : prix que payent les adultes

Séance du soir : nombre de personnes

Séance du soir : prix que payent les adultes

Séance du soir : prix que payent les enfants

Séance du soir : recette de la séance du soir

Deux séances : nombre d'adultes

Deux séances : recette venant des adultes

Utiles

Recette de la séance du soir et prix que payent les adultes l'a-m

OU

Recette venant des adultes et prix que payent les enfants le soir

Les repères annuels CM2

Exemples de problèmes à plusieurs étapes

Mme Dupont élève des poules pour produire des œufs. Elle récolte ainsi 130 œufs chaque matin. Le dimanche, elle vend ses œufs dans des boîtes de 6 qu'elle vend 4,50 euros chacune.

Combien d'euros gagne Mme Dupont chaque dimanche si elle vend toutes les boîtes (complètes) ?

Classification de Vergnaud

Champ additif et champ multiplicatif

Classification des problèmes du champ additif

(structures additive et soustractive)

Classification proposée par Ermel à partir de celle de Gérard Vergnaud

- Les problèmes où un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final
- Les problèmes de combinaison/composition de deux états pour obtenir un troisième état
- Les problèmes de comparaison
- Les problèmes de composition de deux transformations pour en former une troisième

Les problèmes dans lesquels un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final

$$E_i \xrightarrow{T} E_f$$

	recherche de l'état final	recherche de la valeur de la transformation	recherche de l'état initial
Transformation positive	$E_i \xrightarrow{T^+} \textcircled{E_f}$	$E_i \xrightarrow{\textcircled{T^+}} E_f$	$\textcircled{E_i} \xrightarrow{T^+} E_f$
Transformation négative	$E_i \xrightarrow{T^-} \textcircled{E_f}$	$E_i \xrightarrow{\textcircled{T^-}} E_f$	$\textcircled{E_i} \xrightarrow{T^-} E_f$

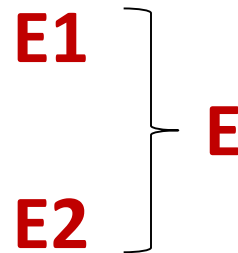
Contextes cardinal, ordinal et de mesure

Les repères annuels CM1

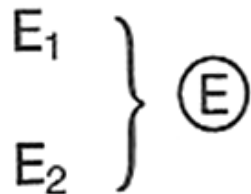
Exemples de problèmes additifs à une étape

- M. Durand entre dans un magasin où il achète une paire de chaussures à 87,55 euros. Il sort du magasin avec 24,25 euros. Avec combien d'argent M. Durand est-il entré dans le magasin ? (*Recherche d'un état initial*)
- M. Durand a 125 euros en poche. Il entre dans un magasin et s'achète une paire de chaussures à 87,55 euros. Avec combien d'argent ressort-il du magasin ? (*Recherche d'un état final*)
- M. Durand entre dans un magasin avec 150 euros en poche. Il s'achète une paire de chaussures puis il ressort avec 75,20 euros. Combien d'argent a-t-il dépensé ? (*Recherche de la transformation entre l'état final et l'état initial*)

Les problèmes de combinaison/composition de deux états pour obtenir un troisième état

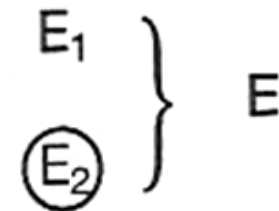


Il peut s'agir de la **réunion**
de deux états



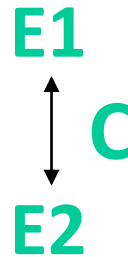
Recherche du tout

Il peut s'agir de la **partition**
d'un état en deux



Recherche du complément

Les problèmes de comparaison

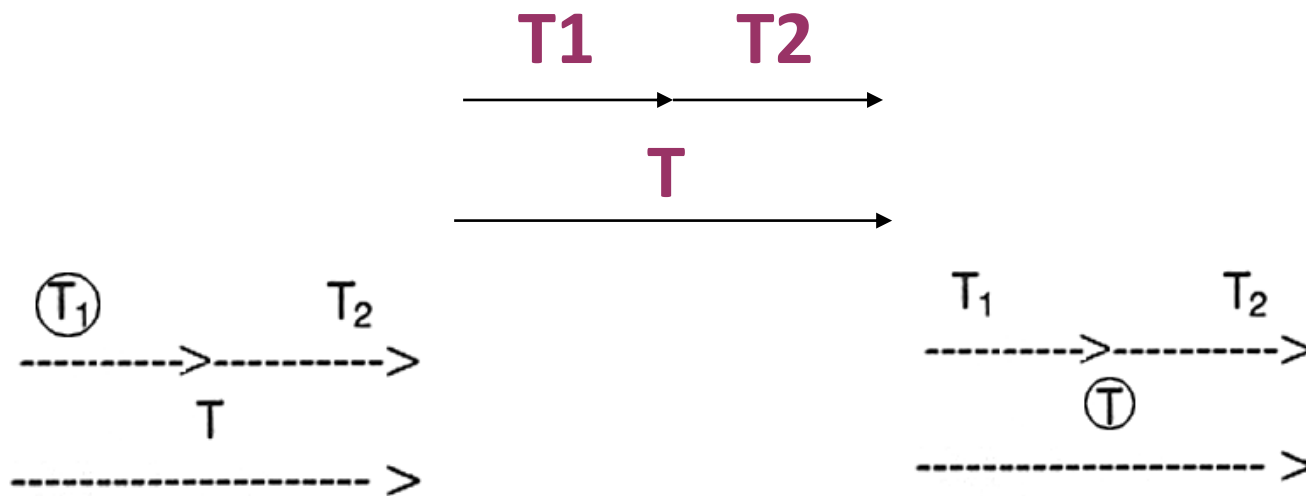


E1 est le référent, celui auquel on compare (après le mot « que »)

	recherche de E_2	recherche de C	recherche de E_1
Comparaison positive	E_1 ↑ ⓔ ₂ C ⁺	E_1 ↕ E_2 ⓐ ⁺	ⓔ ₁ ↕ E_2 C ⁺
Comparaison négative	E_1 ↑ ⓔ ₂ C ⁻	E_1 ↕ E_2 ⓐ ⁻	ⓔ ₁ ↕ E_2 C ⁻

Contexte ordinal, cardinal ou de mesure

Les problèmes de composition de deux transformations pour en former une troisième



Recherche d'une des deux transformations

Recherche de la transformation résultante

Contexte ordinal, cardinal ou de mesure
Transformations positives ou négatives

Quels problèmes posent problème ?

→ A données numériques équivalentes :

les problèmes **les mieux réussis** sont ceux à
transformation

les problèmes **les moins bien réussis** sont ceux de
comparaison

→ Pour un même type de problème :

les problèmes **les moins bien réussis** sont ceux pour lesquels
sens et procédures vont en sens inverse

Poursuite de la résolution de problèmes du champ additif en cycle 3 :

-dans des nouveaux contextes,

-avec des nombres plus grands et des décimaux.

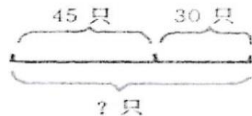
Comment les enseigner

Un extrait de manuel chinois de l'équivalent CE1 (grade 2) :

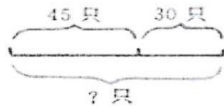
The nine problems of ducks (Sue Xue 1996) **Problems with variation**

First solve the nine problems below. Then explain why they have been arranged in rows and columns in this way, finding relationships

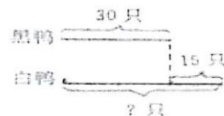
(1) **In the river there are 45 white ducks and 30 black ducks. All together how many ducks are there?**



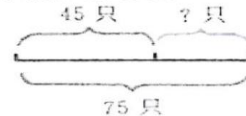
(1) **In the river there is a group of ducks. 30 ducks swim away. 45 ducks are still there. How many ducks are in the group (at the beginning)?**



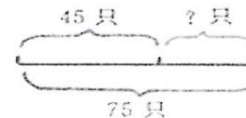
(1) **In the river there are 30 black ducks. White ducks are 15 more than black ducks (black ducks are 15 less than white ducks). How many white ducks are there?**



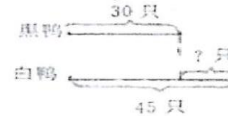
(2) **In the river there are white ducks and black ducks. All together there are 75 ducks. 45 are white ducks. How many black ducks are there?**



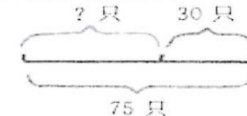
(2) **In the river there are 75 ducks. Some ducks swim away. There are still 45 ducks. How many ducks have swum away?**



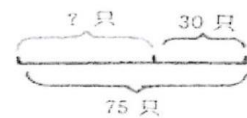
(2) **In the river there are 30 black ducks and 45 white ducks. How many white ducks more than black ducks (How many black ducks less than white ducks)?**



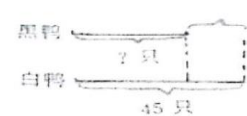
(3) **In the river there are white ducks and black ducks. All together there are 75 ducks. 30 are black ducks. How many white ducks are there?**



(3) **In the river there are 75 ducks. 30 ducks swim away. How many ducks are still there?**



(3) **In the river there are 45 white ducks. Black ducks are 15 less than white ducks (white ducks are 15 more than black ducks). How many black ducks are there?**



Classification des problèmes du champ multiplicatif

(de multiplication, de division, de proportionnalité)

Classification

à partir de celle de Gérard Vergnaud

Les problèmes de comparaison

Les problèmes de proportionnalité

Les problèmes de comparaison

«n fois plus» ou «n fois moins»

Comparaison	Énoncé	Structure mathématique	Congruence sémantique et procédurale
Positive	J'ai 28 images. Marie en a 2 fois plus que moi. Combien Marie a-t-elle d'images ?	Multiplication	oui
Positive	Marie a 28 images. Elle en a 2 fois plus que moi. Combien ai-je d'images ?	Division	non
Négative	J'ai 28 images. Marie en a 2 fois moins que moi. Combien Marie a-t-elle d'images ?	Division	oui
Négative	Marie a 28 images. Elle en a 2 fois moins que moi. Combien ai-je d'images ?	Multiplication	non

Les repères annuels 6ième

Problèmes de comparaison du type « fois plus, fois moins »

□ Myriam a dépensé 85,56 € en frais d'essence ce mois-ci. Flora a dépensé trois fois moins qu'elle ; à combien lui reviennent ses dépenses ? (*Réponse : $85,56 \text{ €} : 3 = 28,52 \text{ €}$.*)

Les problèmes de proportionnalité simple

Une des trois données est égale à 1

Schéma	Structure mathématique	Énoncé
$1 \rightarrow a$ $b \rightarrow ?$	Multiplication	Un livre coûte 3 euros. Combien coûtent 5 livres ?
$c \rightarrow d$ $1 \rightarrow ?$	Division partition (valeur d'une part)	5 livres coûtent 15 euros. Combien coûte un livre ?
$1 \rightarrow e$ $? \rightarrow f$	Division quotient (nombre de parts)	Un livre coûte 3 euros. Je paie 15 euros. Combien ai-je acheté de livres ?

Aucune des données n'est égale à 1

Schéma	Structure mathématique	Énoncé
$g \rightarrow h$ $i \rightarrow ?$	Quatrième de proportionnelle	Trois livres coûtent 15 euros. Combien coûtent 4 livres ?

- Problèmes de proportion simple

- Un robinet mal fermé laisse échapper 1 mL d'eau toutes les 10 s. Est-ce vrai que cela représente plus de 8 L d'eau perdue par jour ?

(Réponse : Oui, car le robinet laisse échapper 6 mL en 1 min soit 360 mL en 1 h d'où 8 640 mL (8,64 L) en 24 h.)

Quelle est la longueur du côté d'un terrain carré de périmètre 18 m ? Et de périmètre 23,2 m ?

(Réponse : $18 \text{ m} : 4 = 4,5 \text{ m}$ et $23,2 \text{ m} : 4 = 5,8 \text{ m}$.)

Quelle est la longueur du rayon d'un cercle de périmètre 62,8 dm ?

(Réponse : la longueur d'un cercle de rayon r étant donné par la formule $2 \times \text{Pi} \times r$, il faut faire le calcul $62,8 : (2 \times \text{Pi})$ qui donne environ 10 dm.)

Les problèmes de proportionnalité simple de comparaison

Énoncé	Structure mathématique
<p>Dans la bouteille A, je mets 12 verres d'eau et 10 morceaux de sucre. Dans la bouteille B, je mets 4 verres d'eau et 2 morceaux de sucre. Quelle bouteille contient l'eau la plus sucrée ?</p>	<p>Multiplication Division</p>

Les problèmes de proportionnalité de produit de mesures

→ cartésien : «a x b»

Énoncé	Structure mathématique
Je possède 3 vestes et 4 pantalons. Combien puis-je former de tenues différentes ?	Multiplication
Avec mes 3 vestes et mes pantalons, je peux former 12 tenues différentes. Combien ai-je de pantalons ?	Division


→ configuration rectangulaire : «a x b»

Énoncé	Structure mathématique
Ma feuille de papier mesure 30 cm de long et 21 cm de large. Quelle est son aire ?	Multiplication
Ma feuille de papier mesure 30 cm de long. Son aire est de 630 cm ² . Quelle est sa largeur ?	Division

Les problèmes de proportionnalité simple composée

Schéma	Structure mathématique	Énoncé
$g \longleftrightarrow h$ $h' \longleftrightarrow i'$ $? \longleftrightarrow i''$	Multiplication Division	<p>Avec 100 kg de blé, on fait 75 kg de farine et avec 25 kg de farine, on fait 30 kg de pain.</p> <p>Quelle est la masse de blé nécessaire pour faire 450 kg de pain ?</p>

Les problèmes de proportionnalité multiple

Schéma	Structure mathématique	Énoncé
$j \longleftrightarrow k$ $k' \longleftrightarrow l'$ $j'' \longleftrightarrow l''$ 	Multiplication	<p>Des élèves préparent une classe de neige pour 50 enfants qui durera 28 jours. Il faut compter 3,5 kg de sucre par semaine pour 10 enfants.</p> <p>Quelle est la consommation de sucre à prévoir ?</p>

- À partir de vos problèmes et de ceux du corpus :

Classe	Schéma général	Déclinaisons			
Transformation d'un état Un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final	$E_i \xrightarrow{T} E_f$		recherche de l'état final	recherche de la valeur de la transformation	recherche de l'état initial
		Transformation positive $A1 \quad T^+ \quad E_i \rightarrow \textcircled{E_f}$	$A2 \quad \textcircled{T^+} \quad E_i \rightarrow E_f$	$A3 \quad T^+ \quad \textcircled{E_i} \rightarrow E_f$	
		Transformation négative $A4 \quad T^- \quad E_i \rightarrow \textcircled{E_f}$	$A5 \quad \textcircled{T^-} \quad E_i \rightarrow E_f$	$A6 \quad T^- \quad \textcircled{E_i} \rightarrow E_f$	
Combinaison (composition) d'états Deux états sont combinés pour obtenir un troisième état	$\left. \begin{matrix} E1 \\ E2 \end{matrix} \right\} E$	$B1 \quad \left. \begin{matrix} E1 \\ E2 \end{matrix} \right\} \textcircled{E}$ Réunion de deux états Recherche du <u>tout</u>	$B2 \quad \left. \begin{matrix} E1 \\ \textcircled{E2} \end{matrix} \right\} E$ Partition d'un état en deux états Recherche du <u>complément</u>	$\left. \begin{matrix} \textcircled{E1} \\ E2 \end{matrix} \right\} E$ ou	
Comparaison d'états Deux états sont comparés	$\begin{matrix} E1 \\ \updownarrow C \\ E2 \end{matrix}$		recherche de E_2	recherche de C	recherche de E_1
		Comparaison positive $E1 \quad C1 \quad \textcircled{E2} \quad C^+$	$E1 \quad C2 \quad \textcircled{C} \quad E2$	$\textcircled{E1} \quad C3 \quad \textcircled{C} \quad E2$	
	E1 est le référent (celui auquel on compare) E1 est placé après le mot « que » E2 (celui qui est comparé)	Comparaison négative $E1 \quad C4 \quad \textcircled{E2} \quad C^-$	$E1 \quad C5 \quad \textcircled{C} \quad E2$	$\textcircled{E1} \quad C6 \quad \textcircled{C} \quad E2$	

Pbs de comparaison	J'ai 28 images, Marie en a 2 fois plus que moi, combien en - a - t - elle ?
Pbs de proportionnalité simple	Un livre coûte 3 euros ; combien coûtent 5 livres ?
Pbs de proportionnalité simple de comparaison	Ds la bouteille A, je mets 12 verres d'eau et 10 morceaux de sucre. Ds la bouteille B, je mets 4 verres d'eau et 2 morceaux de sucre, laquelle est la plus sucrée ?
Pbs de proportionnalité de produits de mesures : cartésien	J'ai 3 vestes et 4 pantalons, combien puis - je porter de tenues différentes ?
Pbs de proportionnalité de produits de mesure : configuration rectangulaire	Ma feuille de papier mesure 30 cm de long et 21 cm de large, quelle est son aire ? (apparaît en 6 ième dans les repères annuels de progression)
Pbs de proportionnalité simple composée	Avec 100 kg de blé, on fait 75 kg de farine et avec 25 kg de farine, on fait 30 kg de pain. Quelle masse de blé est nécessaire pour faire 450 kg de pain ?
Pbs de proportionnalité multiple	Des élèves préparent une classe de neige pour 50 enfants qui durera 28 jours. Il faut compter 3,5 kg de sucre par semaine pour 10 enfants. Quelle est la consommation de sucre à prévoir ?

Intérêts

Ces classifications sont **des outils pour l'enseignant** :

- pour construire des séries de problèmes ressemblants,
- pour analyser les propositions des manuels,
- pour hiérarchiser les difficultés et établir une progression,
- pour prévoir les évaluations.

Point de vigilance

Les schémas Vergnaud associés à ces problèmes ne sont pas proposés pour faire l'objet d'un enseignement.

Points de vigilance dans le choix des énoncés

1. L'ordre de présentation des données et les mots inducteurs

Énoncé	Opération
<p>Aujourd'hui, il fait 3 degrés à Troyes et 12 degrés à Nice. Il fait plus chaud à Nice qu'à Troyes. De combien de degrés ?</p>	$12 - 3 = ?$
<p>Organisation énonciative 3 → 12 Indicateur sémantique : « plus qu' »</p>	<p>Organisation opérative 12 → 3 Signe de l'opération : -</p>
<p>non congruence conversion difficile</p>	

2. Les implicites

Considérons les deux énoncés suivants :

Énoncé 1 :

Jean a gagné 3 billes.

Maintenant, il a 5 billes

Combien Jean avait-il de billes au début ?

Énoncé 2 :

Jean avait quelques billes.

Il a gagné 3 billes.

Maintenant, il a 5 billes.

Combien avait-il de billes au début ?

Taux de réussite :

en CP

Énoncé 1 : 13 %

Énoncé 2 : 33 %

en CE1

Énoncé 1 : 61 %

Énoncé 2 : 79 %

3. Le contexte

Hypothèse :

La variation de contexte influe favorablement sur les performances de résolution de problèmes ayant les mêmes caractéristiques

1. *L'anniversaire de Stéphanie.*

Stéphanie prépare une boisson avec du sucre et des oranges pour son anniversaire. Pour 7 oranges, il faut 12 g de sucre. Elle utilise 35 oranges. Quelle masse de sucre lui faut-il pour réussir son mélange ?

2. *Les briques de Léa.*

Léa empile des briques identiques d'un jeu de construction. Avec 7 briques, on obtient une hauteur de 12 cm. Léa empile 35 briques. Quelle hauteur obtient-elle ?

3. *Les pains au chocolat de Pierre.*

Pierre veut acheter des pains au chocolat dans une pâtisserie. 7 pains au chocolat coûtent 12 euros. Pierre veut 35 pains au chocolat. Combien va-t-il payer ?

Protocole :

Les trois problèmes proposés : l'élève en choisit celui qu'il va résoudre.

Un seul problème proposé : l'élève doit le résoudre

Les trois problèmes sont proposés : l'élève doit résoudre les trois (dans l'ordre qu'il veut).⁶³

Conclusion :

➔ Le problème dont le contexte semble le plus familier (Le pain au chocolat de Pierre) a toujours été mieux résolu.

➔ Pour chaque problème, les élèves l'ont mieux réussi lorsqu'ils l'ont choisi dans une liste de trois problèmes « ressemblants » que lorsqu'il était présenté seul.

4. Le vocabulaire

Mots polysémiques : solde, recette, pièce...

Mots spécifiques : abonnement, prise en charge...

5. La place de la question

➔ Le placement en tête de la question entraîne une amélioration systématique des scores, cela à tout âge et pour tout type de problèmes additifs (Michel Fayol).

**POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE**



direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



4. Les problèmes pour chercher

Déroulement de la formation

« partie problèmes pour chercher »

Caractéristiques des problèmes pour chercher

Scénario type de la mise en œuvre des problèmes pour chercher :
présentation et exemplification (traces d'élèves)

Quelles sont les caractéristiques des problèmes pour chercher ?

Énoncé court

Énoncé qui n'induit ni la méthode, ni la solution, sans question intermédiaire

Une solution qui ne peut se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats de cours

capacités à chercher

Plusieurs démarches de résolution possibles

Domaine conceptuel familier

« résistance »

« défi »

« essais, des conjectures, des projets de résolution »

Pour la mise en œuvre des problèmes pour chercher

Quelle
trace ?

Dévolution
du
problème

Re-
formulation
du problème

Phase de
recherche
individuelle

Phase de
recherche
collective

Présentation
du travail

Mise en
commun

synthèse

Reprise avec d'autres données

Réinvestissement dans un autre contexte

Étayage
Quand ?
Comment ?



Différenciation
quand ? Comment ?

Synthèse



Reprise

Les données sont modifiées et adaptées au niveau des élèves.

Il s'agit d'améliorer les propositions antérieures.⁷⁰

Problème pour chercher

Bateaux, tous à bord !

Des groupes arrivent pour une promenade en bateaux. Voici le nombre de personnes par groupe : **25 50 65 70 85 100 45**

Les personnes d'un même groupe ne veulent pas se séparer. Elles veulent monter dans le même bateau. Un bateau transporte **150** personnes, pas un de plus. Il y a **3** bateaux.

On voudrait savoir comment ces groupes vont s'organiser pour monter dans les bateaux.

Séance 1 : premières traces individuelles

A

Lola
CM1

32	
100	
65+	
85+	
45+	
50+	
25+	
70+	
<hr/>	
440	< 450

B

3 bateau

100	65	85	45	50	25	70
X	X				X	X

Noémie 150 P

C

100+50 ~~70+45~~ ~~25+65~~ Jehan

25	25	85
+45	+85	+50
+85	+65	+25
<hr/>	<hr/>	<hr/>
155	175	0

50	100	65
+25	+45	+85
+70	<hr/>	<hr/>
145	145	150

D

Yasmine
CM2

150 bateau

100 persone

Séance 1 : traces collectives

A



B

100
65
85
45
50
25
70

1^{er} possibilités

Il y a 3 bateaux et le max de personne est de 150 par bateau.
Chacun des groupes peuvent rester ensemble.

Joaquim - Florie - Célian
- Jeremy - Valentin (CM2)

2^{eme} possibilités

Chacun des groupes peuvent rester ensemble et rentrer dans les trois bateaux.

The work for section B is divided into two parts by a horizontal line. On the left, a list of numbers (100, 65, 85, 45, 50, 25, 70) is written. Below it, three boat diagrams are shown, each with a flag and a calculation. The first boat contains $100 + 50 = 150$. The second boat contains $65 + 85 = 150$. The third boat contains $45 + 25 + 70 = 140$. A red arrow points from the second boat to the first boat. Below the line, another three boat diagrams are shown. The first boat contains $100 + 45 = 145$, which is circled in red. The second boat contains $65 + 85 = 150$. The third boat contains $50 + 25 + 70 = 145$. To the right of the line, there is a list of names: Joaquim - Florie - Célian and - Jeremy - Valentin (CM2). At the bottom, there is a sentence: 'Chacun des groupes peuvent rester ensemble et rentrer dans les trois bateaux.'

Reprise du même problème avec des données modifiées et adaptées au niveau des élèves (différenciation)

Niveau 1

90 20 45 35 60 55 70 65

Trouver **LA** solution



Quels supports de « différenciation » pour les élèves en difficulté ?

Niveau 2

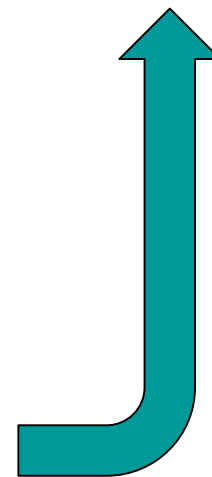
20 45 35 60 55 70 **81**

Pas de solution au problème supérieur à 450

90 55 27 58 70 65 56 22

Niveau 3 : Trouver le **maximum** de solutions parmi **les 6 possibles**

Niveau 4 : Trouver **toutes les solutions (6)**



(au passage) Quels supports de différenciation possible ?

90	20	45	35
60	55	70	65

90	20	45	35
60	55	70	65

Bateau 1	Bateau 2	Bateau 3
90	70	65
60	55	45
	20	35
150	145	145

➔ Autres outils de différenciation : répertoires multiplicatifs, calculettes



Séance 2 : problème identique, données différentes selon les élèves (différenciation)

Traces individuelles niveau 3 (6 solutions)

Flavie CM2

①

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 55 \\ \hline 145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 58 \\ + 22 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 56 \\ + 27 \\ \hline 148 \end{array}$$

②

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 55 \\ \hline 145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ + 22 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 58 \\ + 27 \\ \hline 150 \end{array}$$

③

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ + 27 \\ \hline 175 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 55 \\ + 22 \\ \hline 147 \end{array}$$

④

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 55 \\ + 22 \\ \hline 147 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 56 \\ + 27 \\ \hline 148 \end{array}$$

⑤

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 55 \\ + 27 \\ \hline 147 \end{array}$$

⑥

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 55 \\ + 27 \\ \hline 147 \end{array}$$

$\begin{array}{r} 90 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 55 \\ \hline 147 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 58 \\ + 27 \\ \hline 150 \end{array}$
90	70	65
56	55 = 58	58
146	147	150

$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 55 \\ + 27 \\ \hline 147 \end{array}$
90	70	65
58	56 = 55	58
148	146	147

$\begin{array}{r} 90 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 55 \\ \hline 147 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$
90	70	65
58	55 = 56	56
148	147	146

$\begin{array}{r} 90 \\ + 55 \\ \hline 145 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$
90	70	65
55	58	56
145	148	146

$\begin{array}{r} 90 \\ + 55 \\ \hline 145 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ \hline 146 \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 58 \\ \hline 148 \end{array}$
90	70	65
55	56	58
145	146	148

Phase de structuration, quelle trace écrite, quel outil ?

Quelles **stratégies** peux-tu utiliser pour résoudre le problème de façon efficace ?

Comment peux-tu **organiser** ta recherche ?

► **Je note le nombre de passagers** de chaque groupe sur ma feuille



► **Avant de commencer à répartir les groupes** dans les trois bateaux, **je vérifie s'il y a bien une solution au problème**, que le nombre total de passagers est bien inférieur ou égal à la capacité de l'ensemble des trois bateaux. **Si** ce n'est pas le cas **alors** le problème est terminé, il n'y a pas de solution possible.

$$(3 \times 150 = 450)$$

Les trois bateaux peuvent accueillir **450** passagers.

$$(25 + 50 + 65 + 70 + 85 + 100 + 45 = 440)$$

Il y a **440** passagers à répartir.

440 est bien inférieur à 450, il restera 10 places de disponibles.

Phase de structuration, quelle trace écrite ?

▶ Puis lorsque j'ai placé un groupe dans un bateau, **je le barre** pour éviter de compter deux fois un groupe ou d'en oublier un.

▶ Je relis bien l'énoncé pour **vérifier si toutes les contraintes sont satisfaites** :

- j'ai bien représenté 3 bateaux ;
- je n'ai pas mis plus de **150** passagers dans chaque bateau ;
- je n'ai pas séparé les passagers d'un même groupe ;
- je peux vérifier mes calculs avec une calculatrice.

- ▶ Je regarde comment compléter les groupes de 100 et 85 de façon à ce qu'il y ait **peu de places libres**.
- ▶ **Je garde une trace écrite** de mes essais antérieurs pour éviter de refaire des calculs.
- ▶ **J'organise mes essais** sous forme de **tableau** pour trouver toutes les solutions en **inversant les nombres** de passagers.

Phase de transfert ou réinvestissement dans un nouveau contexte



Le monte-charge

Dans un magasin, on doit transporter des colis du rez-de-chaussée au premier étage avec un monte-charge. On ne peut pas mettre plus de **225 kg** à la fois dans le monte-charge.

Voici les poids en kg des colis à transporter :

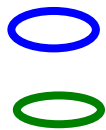
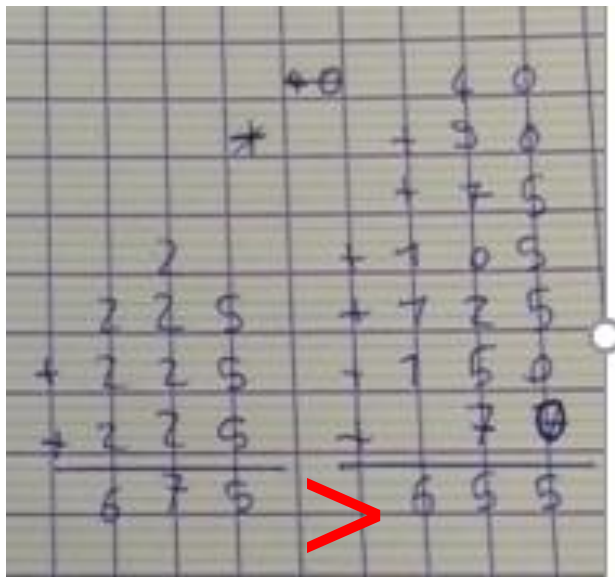
40 90 75 105 125 150 70

Peut-on monter tous les colis en 3 voyages ?

Exemple : le monte-charge, réalisé une semaine plus tard, sans aide. Durée 20 minutes

Les colis sont barrés au fur et à mesure

Inversion des nombres pour trouver toutes les solutions possibles



Dans un magasin, on doit transporter des colis du rez-de-chaussée au premier étage avec un monte-charge. On ne peut pas mettre plus de 225 kg à la fois dans le monte-charge. Voici les poids en kg des colis à transporter : 40 90 75 105 125 150 70. Peut-on monter tous les colis en 3 voyages ? Ermel

Anticipation : la faisabilité du problème est vérifiée avant de commencer

1) solution

150	125	105
+ 70	+ 90	+ 20
<hr/>		
220	215	220

2) solution

150	125	105
+ 75	+ 90	+ 20
<hr/>		
225	215	225

Handwritten notes in French describe the distribution of weights across three trips, with some numbers circled in blue and green.

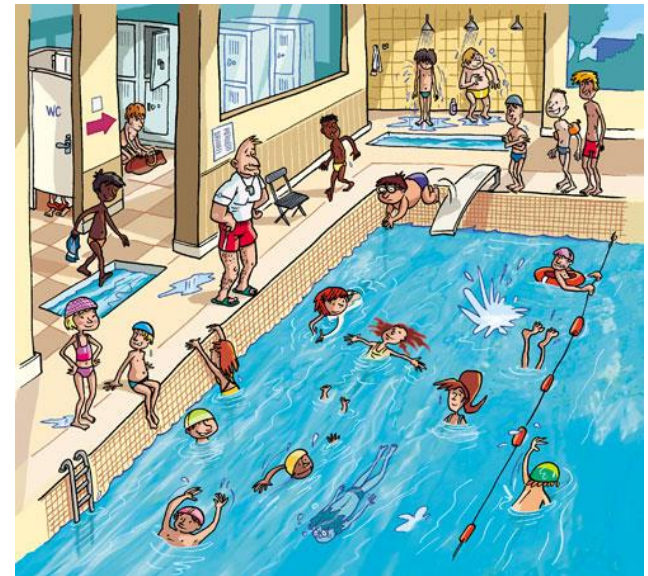
Les trois colis sont représentés

Prolongement : nouveau contexte

La piscine

Les élèves d'une école ont la possibilité de choisir l'activité piscine une fois par semaine. La piscine où ils se rendent ne peut accueillir plus de **180 enfants** à la fois. Le maître responsable de cette activité doit organiser le planning de façon à retenir le minimum de créneaux à la piscine. Le maître veut savoir comment il va répartir les groupes, sans séparer les élèves d'un même niveau. Dans l'école, il y a :

25 élèves de PS,
45 élèves de MS,
85 élèves de GS,
115 élèves de CP,
75 élèves de CE1,
65 élèves de CE2,
35 élèves de CM1 et
95 élèves de CM2



Remarque : ici, les nombres choisis obligent à saturer la piscine à 180.

A partir d'une séance filmée

(BSD, CANOPE de Montpellier) 7 minutes

Visionnage : séance de résolution de problème en CM1

Que fait-elle pour amener les élèves à faire des liens avec les problèmes déjà rencontrés ?

- Quel prolongement pourriez-vous proposer pour arriver à une trace écrite de référence ?

Poursuite au temps 2 → Echanger sur les deux questions observés et mettre en commun les prolongements possibles pour la réalisation d'une trace écrite.

**POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE**



direction des services
départementaux
de l'éducation nationale
Haute-Garonne



6. Présentation du déroulé des temps 2

- Lecture personnelle (20 minutes) « Problèmes arithmétiques de réinvestissement », Catherine Houdement

- Analyse :

- De la vidéo, réponses aux questions posées**
- Analyse de son manuel de mathématiques (ou de ses outils) par rapport à la place, au nombres, à la variété de problèmes**

- Deux mises en œuvre :

- un problème pour chercher et sa reprise dont représentation/trace écrite entre les deux**
- Des problèmes arithmétiques (issus de repères annuels, de la vidéo, des propositions...)**

1) Avant la séance de classe

→ Choisir un problème et envisager sa reprise ultérieure

CM1	CM2
<p>1- Lise a 4 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,50 €. Un stylo coûte 1,30 €. Combien lui manque-t-il pour acheter un magazine et un stylo ?</p>	<p>1- Lise a 10 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,49 €. Un stylo coûte 1,29 €. Combien lui manque-t-il pour acheter deux magazines et trois stylos ?</p>
<p>2- Luc passe un examen pour devenir pilote. Cet examen comporte deux épreuves de 100 questions chacune. Il doit avoir un minimum de 175 bonnes réponses en tout pour que l'examen soit réussi. Il obtient 84 bonnes réponses dans la première épreuve. Combien doit-il obtenir de bonnes réponses à la deuxième épreuve pour réussir l'examen ?</p>	<p>2- Luc passe un examen pour devenir pilote. Cet examen comporte deux épreuves de 100 questions chacune. Il doit avoir un minimum de 175 bonnes réponses en tout pour que l'examen soit réussi. Il obtient 84 bonnes réponses dans la première épreuve. Quel nombre maximum d'erreurs peut-il faire à la deuxième épreuve pour réussir l'examen ?</p>

Énoncé du problème n°1 :

Dans le train entre Narbonne et Toulouse, à l'arrêt de Carcassonne, 87 passagers descendent. Il y a à présent 175 passagers dans le train.

Combien y avait-il de passagers au départ de Narbonne ?

Énoncé du problème n° 2 :

Le 1^{er} septembre 2014, le compte de la coopérative de l'École des Serres a un solde de 2 191 €. La directrice règle l'assurance de l'école et l'affiliation à l'OCCE (262 €).

Courant septembre, les familles des élèves participent à la coopérative scolaire. En CP, les parents donnent en tout 100 €, en CE1, 100 €, en CE2, 100 €, en CM1, 100 € et en CM2, 100 €.

Quel est le solde de la coopérative scolaire en octobre ?

Exemples de problèmes à plusieurs étapes

- Mme Dupont élève des poules pour produire des œufs. Elle récolte ainsi 130 œufs chaque matin. Le dimanche, elle vend ses œufs dans des boîtes de 6 qu'elle vend 4,50 euros chacune. Combien d'euros gagne Mme Dupont chaque dimanche si elle vend toutes les boîtes (complètes) ?

Exemples de problèmes à plusieurs étapes

- Mme Dupont élève des poules pour produire des œufs. Elle récolte ainsi 150 œufs chaque matin. Le dimanche, elle vend ses œufs dans des boîtes de 6. Combien de boîtes d'œufs Mme Dupont peut-elle vendre chaque dimanche ?
- Mme Dupont élève des poules pour produire des œufs. Elle récolte ainsi 160 œufs chaque matin. Le dimanche, elle vend ses œufs dans des boîtes de 6. Combien de boîtes d'œufs Mme Dupont peut-elle vendre chaque dimanche ?

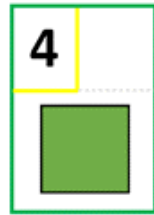
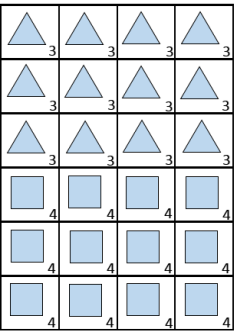
1) Pendant la/les séance(s)

Faire porter son observation réflexive sur la conduite de la mise en commun (représenter, synthèse...)

1) Retour sur la mise en œuvre

- **Comment avez-vous corrigé ?**
- **Quelle trace reste-t-il ?**
- **Sous quelle forme ? (cahier de l'élève, affichage...)
quelle utilité pour la reprise?**
- **Autre(s) remarque(s) d'ordre général : compréhension de l'énoncé, différenciation...**

Problème pour apprendre à chercher



Carrés et triangles



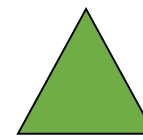
On dispose d'un jeu de cartes avec sur chaque carte soit un carré dessiné (4 côtés), soit un triangle dessiné (3 côtés). 12 cartes sont piochées.

Le nombre total de côtés des cartes est compté par l'enseignant et annoncé « **41** ».

Trouver le nombre de cartes portant des carrés et le nombre de cartes portant des triangles.



Carrés et triangles



Mise en œuvre :

Présentation de la situation

- Manipulation collective du jeu de carte
- Rappel du nombre de côtés de chaque figure géométrique
- Écriture au tableau des 2 contraintes

Recherche : individuelle puis collective avec bilan intermédiaire (production d'affiches)

Mise en commun : par affichage et explicitation des procédures du groupe par un rapporteur

Synthèse : elle doit permettre de faire prendre conscience de la nécessité :

- de prendre en compte les informations apportées par les **essais successifs** pour engager un nouvel essai.
- **d'écrire des résultats provisoires** qui peuvent s'avérer inutiles pour la réponse mais en revanche très utiles pour la recherche.
 - **contrôler sa proposition** pour vérifier si elle respecte les contraintes du problème.



Document réalisé par les CPD mathématiques et sciences de la Haute-Garonne.

MathÉsciences31

Gestes professionnels pour enseigner la résolution de problèmes en cycle 3 (Temps 3 de la formation)

Sera présenté dans le temps 3

MERCI
de votre attention
et
de votre participation