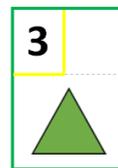


Problème pour apprendre à chercher : « carrés et triangles »



(En souligné, tâches des élèves et certains gestes professionnels)

(En gras, les informations utiles et quelques pistes permettant de faire avancer les procédures)

Présentation de la situation : 10 min

« **Voici un jeu de cartes.** Sur chaque carte est dessiné soit **un carré, soit un triangle.** » La maîtresse montre les cartes et amène les élèves à remarquer qu'il y a un **4** dans les coins des cartes portant un carré et un **3** dans les coins de celles portant un triangle : **c'est le nombre de côtés des figures concernées.** « Je vais passer avec mon jeu de cartes et **chaque groupe choisira trois cartes**, sans les regarder, et les mettra dans cette boîte. » La maîtresse passe dans la classe et chaque groupe met au fur et à mesure ses trois cartes dans la boîte. De retour à son bureau, la maîtresse demande à la classe le nombre de cartes qu'il y a dans la boîte. « On est **six groupes et trois cartes par groupe.** Il y a donc **dix-huit cartes** » répondent les élèves les plus rapides. La maîtresse confirme et note cette information au tableau. Elle prend alors les cartes une à une, sans les montrer aux élèves et, en les remettant dans la boîte, elle annonce : « J'ai compté le nombre total de côtés sur les cartes que vous avez choisies et j'en trouve soixante [elle écrit : **"60 côtés"** au tableau]. Vous devez trouver le nombre de cartes portant des carrés et le nombre de cartes portant des triangles. » La maîtresse indique aux élèves les conditions dans lesquelles ils vont effectuer cette recherche : cinq minutes de recherche personnelle, puis une demi-heure de recherche en groupe. La maîtresse poursuit : « Il faudra donc échanger, discuter des propositions des uns et des autres, et arriver à une seule production qui sera présentée à toute la classe sous la forme d'une affiche. Chaque groupe devra expliquer son affiche. » Et la maîtresse conclut : « Je ne donnerai aucun renseignement pendant votre travail. Je déciderai en temps voulu qui, dans chaque groupe, sera le rapporteur du groupe. Vous avez cinq minutes pour chercher personnellement.

Recherche individuelle : 5 min

La recherche personnelle commence. Certains dessinent des triangles et des carrés, d'autres écrivent les informations du tableau comme pour bien s'en imprégner, d'autres posent des opérations ; les uns réfléchissent, d'autres soupirent, d'autres enfin semblent attendre que le travail en groupe commence !

Recherche par groupe : 15 min

La maîtresse donne le signal du travail en groupe. Les voix s'élèvent, la classe s'anime. On peut entendre çà et là : « c'est pas possible », « on peut pas savoir », « ça dépend », « il faut faire une division ». Les échanges s'engagent dans les groupes. Dans un premier groupe : « **Il y a 15 carrés – Non, il doit y avoir aussi des triangles** – Oui, mais on ne sait pas combien. » Dans un deuxième groupe : « Il y a 10 triangles et 8 carrés – Non ! Ça fait pas 60 côtés ! – J'essaie avec 10 carrés et 8 triangles... non ça fait 64 côtés – **Mets moins de carrés et plus de triangles.** » Dans un troisième groupe : « Il y a 20 triangles – **Mais non, il n'y a que 18 cartes – Il faut enlever des triangles et mettre des carrés – 4 triangles, c'est comme 3 carrés.** » Dans un quatrième groupe : « S'il y a que des carrés, ça fait 72 côtés. Il faut donc enlever 3 carrés ! – Oui mais il faut les remplacer par 3 triangles – Ça fait alors 69 côtés – Il faut continuer ! » Dans un autre groupe : « **Si on essayait 9 triangles et 9 carrés ?** – Ça fait trop de côtés, 63 – Il faut moins de carrés. » Les échanges se poursuivent. Les élèves se sont maintenant bien appropriés le problème et s'investissent davantage dans sa recherche. Pendant ce temps, la maîtresse passe discrètement de groupe en groupe, veille à ce que chaque élève participe à la réflexion du groupe, écoute les arguments développés, les affirmations annoncées, regarde les essais sur les feuilles de recherche, mais n'apporte pas d'éléments susceptibles d'orienter le travail des élèves. **Certains groupes privilégient le nombre de cartes, d'autres privilégient le nombre de côtés.** Ces observations lui permettront de mieux gérer la mise en commun qu'elle va organiser. Mais déjà, elle voit se dessiner des procédures qui peuvent aboutir à la solution.

Premier bilan des recherches : 10 min

Chaque groupe décide de son porte-parole qui indique où en est le groupe, ce qu'il a trouvé. Parfois les propos du rapporteur sont contestés par les élèves de son groupe. Un groupe annonce qu'il a trouvé plusieurs solutions. Un autre affirme que ce n'est pas possible avec 18 cartes. La maîtresse rappelle qu'il y a bien 18 cartes et qu'elle a bien compté 60 côtés. « Il faut faire 60 moins 18 ! » s'exclame un élève, aussitôt contrecarré par ses camarades. **Un autre groupe fait remarquer que 4 triangles ont le même nombre de côtés que 3 carrés.** Un autre est content d'annoncer que **si on change**

un carré par un triangle, le nombre de cartes reste le même, mais le nombre de côtés diminue de un. La maîtresse annonce alors qu'elle leur laisse un quart d'heure pour finir leur recherche et préparer la présentation de leur proposition sur l'affiche.

Recherche par groupe : 10 min

Forts de tous les renseignements obtenus à l'occasion de ce premier bilan, les groupes se remettent au travail. Les uns reprennent leur procédure et l'affinent ; d'autres explorent de nouvelles pistes. La maîtresse observe à nouveau les travaux des groupes sans intervenir, seulement pour rappeler à l'ordre des élèves ou des groupes qui gênent le travail de la classe par leur comportement. Elle leur rappelle qu'ils doivent présenter leur proposition sur une affiche et repère les différentes méthodes.

Mise en commun : 25 min

La maîtresse désigne le rapporteur de chaque groupe. Celui-ci présente la proposition de son groupe.

- Un premier groupe (G1) **donne des possibilités de faire soixante côtés** : « Que des carrés : $15 \times 4 = 60$; on n'a que 15 cartes. **Que des triangles** : $3 \times 20 = 60$; on a 20 cartes. On a essayé 12 carrés et 4 triangles puis 9 carrés et 8 triangles. Mais on n'y arrive pas ! »
- Un deuxième groupe (G2) a considéré **le nombre de côtés** avec 10 carrés et 8 triangles : 60 côtés. « 4 côtés en trop, il faut un carré en moins. La réponse est 9 carrés et 8 triangles. »
- Un troisième groupe (G3) a supposé que **toutes les cartes étaient des triangles**. « 18 triangles, ça fait 54 côtés. On a enlevé 6 triangles et on les a remplacés par des carrés pour faire 6 côtés de plus. On a trouvé : 12 triangles et 6 carrés. »
- Un autre groupe (G4) a organisé sa recherche en faisant varier le nombre de cartes de chaque figure à partir de **9 triangles et 9 carrés** : – 9 triangles et 9 carrés donnent : $9 \times 3 = 27$ et $9 \times 4 = 36$ + $27 = 63$ côtés ; – 10 triangles et 8 carrés donnent : $10 \times 3 = 30$ et $8 \times 4 = 32$ + $30 = 62$ côtés ; – 11 triangles et 7 carrés donnent : $11 \times 3 = 33$ et $7 \times 4 = 28$ + $33 = 61$ côtés ; – 12 triangles et 6 carrés donnent : $12 \times 3 = 36$ et $6 \times 4 = 24$ + $36 = 60$ côtés.
- Les autres groupes ont trouvé des solutions voisines, correctes ou non.

La maîtresse invite chaque groupe à réfléchir, à noter ses questions et les remarques à faire aux autres groupes, puis lance le débat : « Quelles remarques pouvez-vous faire sur les propositions de vos camarades ? » Les uns voient l'erreur du groupe G2 : « Ils n'ont pas le bon nombre de cartes ! » D'autres font remarquer, en parlant du groupe G1 : « S'ils avaient continué, ils y seraient arrivés ! » D'autres encore signalent les écritures incorrectes du groupe G4 qui se défend en argumentant du bon nombre de côtés pour chaque cas. C'est l'occasion pour la maîtresse d'ouvrir un débat sur les différents types d'erreurs : erreur dans le choix ou l'exécution de la procédure de résolution pour certains, erreur dans l'écriture de la solution pour d'autres. D'autres élèves ne comprennent pas la procédure du groupe G3. Les élèves du groupe donnent alors **des explications en dessinant des cartes au tableau et en montrant qu'en remplaçant un triangle par un carré, on augmente le nombre de côtés de un sans changer le nombre de cartes**. Le débat se poursuit sur l'unicité de la réponse : « Y a-t-il d'autres cas où on a 18 cartes et 60 côtés ? » La maîtresse relance la recherche sur cette nouvelle question. À l'issue de ce nouveau temps de recherche, deux argumentations s'imposent : **celle qui repose sur l'échange d'une carte « carré » par une carte « triangle » (explication du groupe G3)** et **celle qui repose sur l'exhaustivité (procédure du groupe G4)**.

Validation : 5 min

Voici le moment tant attendu, celui où on va vérifier la validité de la réponse, même si tous les élèves sont maintenant convaincus de cette réponse. La maîtresse ouvre la boîte et un élève sort les cartes une à une en annonçant au fur et à mesure « triangle » ou « carré ». Un autre élève les comptabilise au tableau. Le compte y est : **« 12 triangles et 6 carrés. »** La maîtresse demande enfin s'il était possible de vérifier la réponse sans ouvrir la boîte : **$12 + 6 = 18$** prouve que le nombre de figures est correct et **$(12 \times 3) + (6 \times 4) = 60$** prouve que le nombre de côtés l'est également. Elle pointe ces égalités comme un autre moyen de prouver la validité de la réponse.

Synthèse : 5 min

La maîtresse demande maintenant aux élèves ce qu'ils pensent de cette séance de problème. « On savait pas faire et on a trouvé quand même ! », s'étonne un élève. « C'est bien de pouvoir deviner sans voir les cartes », annonce un autre élève. « Et comment avez-vous pu y arriver ? », rebondit la maîtresse. La formulation de réponses complètes à cette question nécessite des relances de la part de l'enseignante, avec des retours sur la phase de résolution. Avec leur propre langage repris par la maîtresse, les élèves évoquent la nécessité de faire des essais et de rectifier les choix en fonction des résultats, c'est ce que nous appellerons les **« essais ajustements »**. Ils font remarquer combien il faut être méthodique, organisé, qu'il ne faut pas avoir peur d'écrire des résultats provisoires qui peuvent s'avérer inutiles pour la réponse mais en revanche très utiles pour la recherche. À tout moment, il est nécessaire de contrôler sa proposition pour vérifier si elle respecte les contraintes du problème.