

Construction du nombre



Nouveau programme maternelle 2015

Math **É** sciences31

Pôle Maternelle

Animation pédagogique
2016-2017

Construction du
nombre



2 7 3

Déroulement

Apports théoriques

- Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?
- Pourquoi enseigner le nombre à l'école maternelle ?

Ateliers

- Situations jouées en classe. Quels éléments de progressivité ? Quelles compétences visées ?
- Situation de référence (ifé)

Mise au point :

- ▶ Bande numérique à l'école maternelle
- ▶ Comptines, quels objectifs ?
- ▶ Activités ritualisées
- ▶ Variation de la langue maternelle

Le nouveau programme 2015

Des ressources : pistes d'activités, livres à compter...

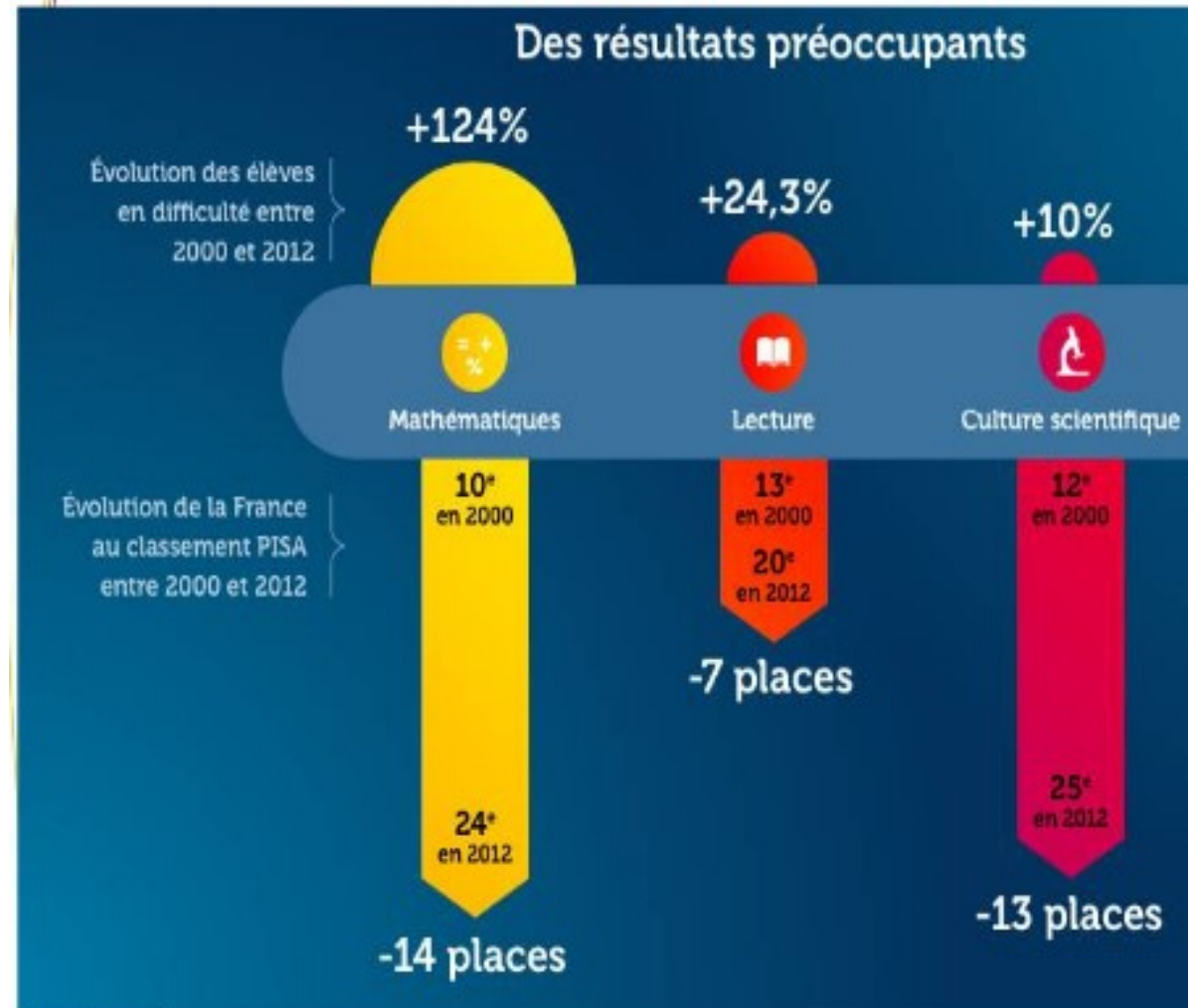
Construction du nombre



2 7 3

PISA

des résultats préoccupants face à la résolution de problèmes !



Construction du nombre

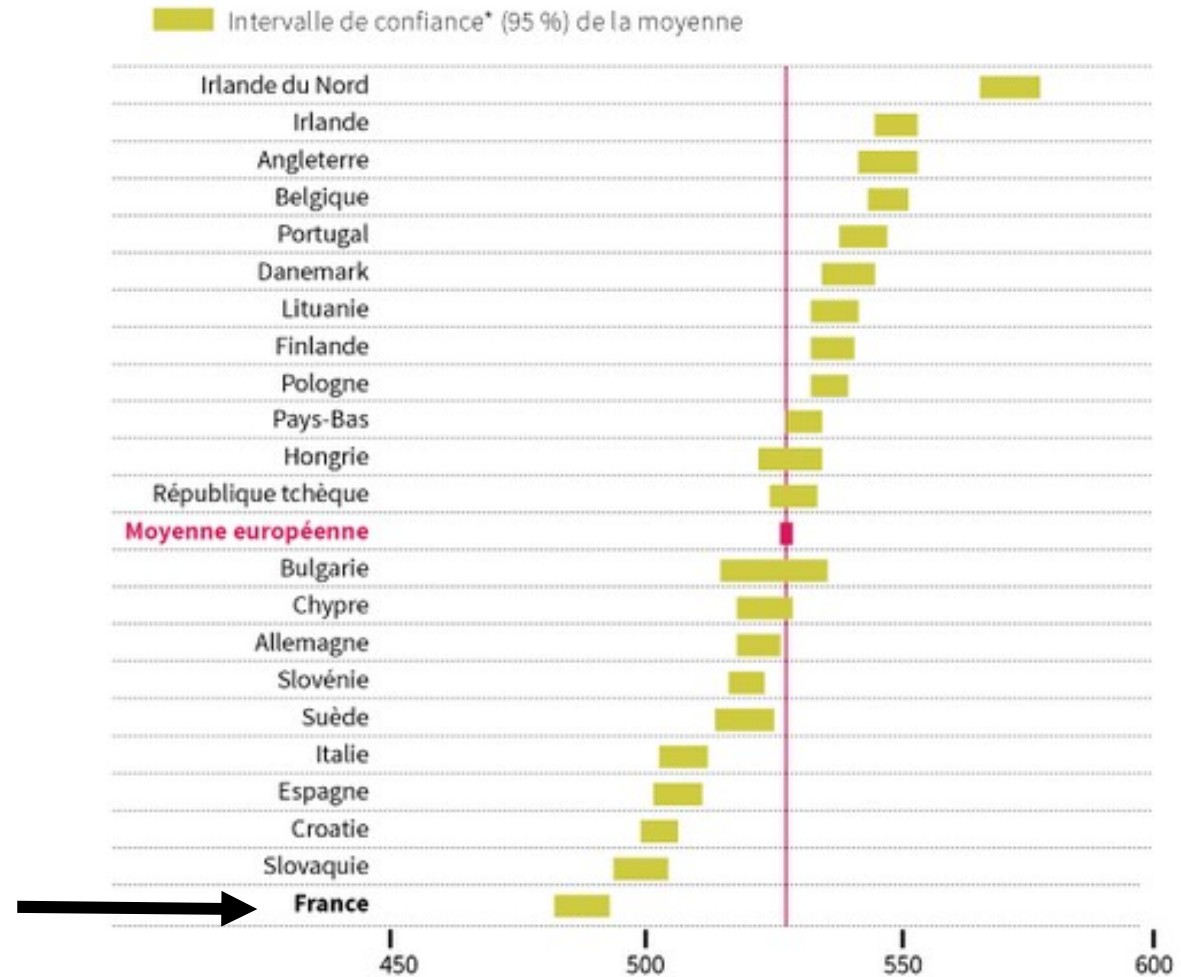


2 7 3

Enquête internationale **Timss**

(rendue publique mardi 29 novembre)

Elle décrit une chute des performances en terminale S et de lourdes difficultés en CM1.



4 870 élèves français de CM1 ont participé à l'évaluation internationale TIMSS qui a réuni 49 pays en 2015. En moyenne, ils ont obtenu un score de 488 points en mathématiques.



2 7 3

SAVOIR COMPTER SUFFIT ?

Sarnecka et Carey (2008)

Population : 67 enfants entre 2 ans ; 10 mois et 4 ans ; 3 mois

« Combien y a-t-il... » (10 unités)

Il y a 53 enfants qui réussissent jusqu'à 10

53 enfants

	6 enfants	8 enfants	5 enfants	34 enfants
« Donne-moi 2 jetons »	R	R	R	R
« Donne-moi 3 jetons »	E	R	R	R
« Donne-moi 4 jetons »	E	E	R	R
« Donne-moi 5 jetons »	E	E	E	R
« Donne-moi 6 jetons »	E	E	E	R

Construction du nombre



2 7 3

Mises au point :

1. Lexique

2. Quelles représentations du nombre ?

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Mises au point :

1. Lexique

Activité : associer le mot à sa définition

compter
surcompter
décompter
dénombrer
énumérer
numéroter...

Construction du nombre



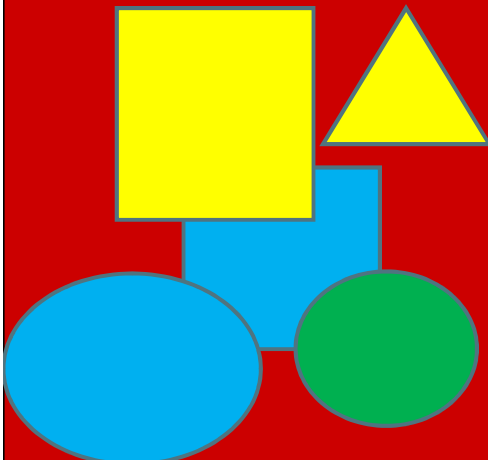
2 7 3

Mises au point :

1. Lexique

2. Quelles représentations du nombre ?

3. Quelles procédures de dénombrement ?

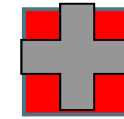


TRIER, CLASSER, RANGER

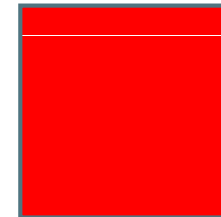
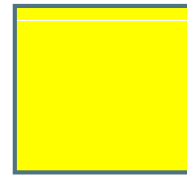
Trier : répartir selon un critère unique :

binaire

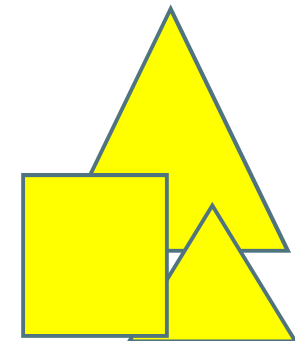
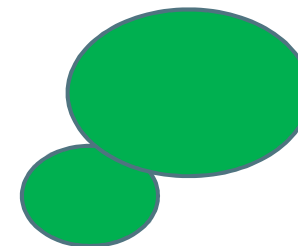
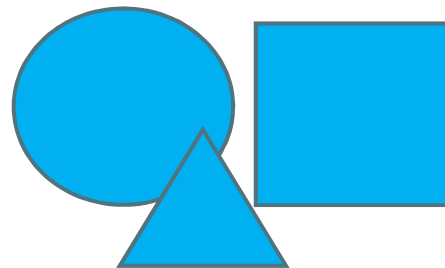
triangle oui ou non



Ranger : ordonner les objets selon un critère
du plus petit au plus grand



Classer : regrouper les objets selon un
critère commun : *la couleur, la forme*





Construction du nombre

2 7 3

Mises au point :

1. Lexique

2. Quelles représentations du nombre ?

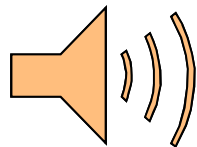
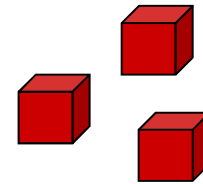
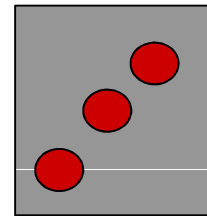
3. Quelles procédures de dénombrement

2. Quelles représentations du nombre ?

Exemple du triple code : petits nombres

Représentation analogique

- collection
- configurations de doigts
- constellations



/trois/

Code verbal

3

trois

Représentation symbolique

Construction du nombre



2 7 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

3. Quelles procédures de dénombrement ?



Donne-moi 4 lapins !



Subitizing



Comptage-numérotage



Comptage-dénombrement





2 7 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing

Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

1. Subitizing

« Reconnaissance "instantanée" de petites quantités ».

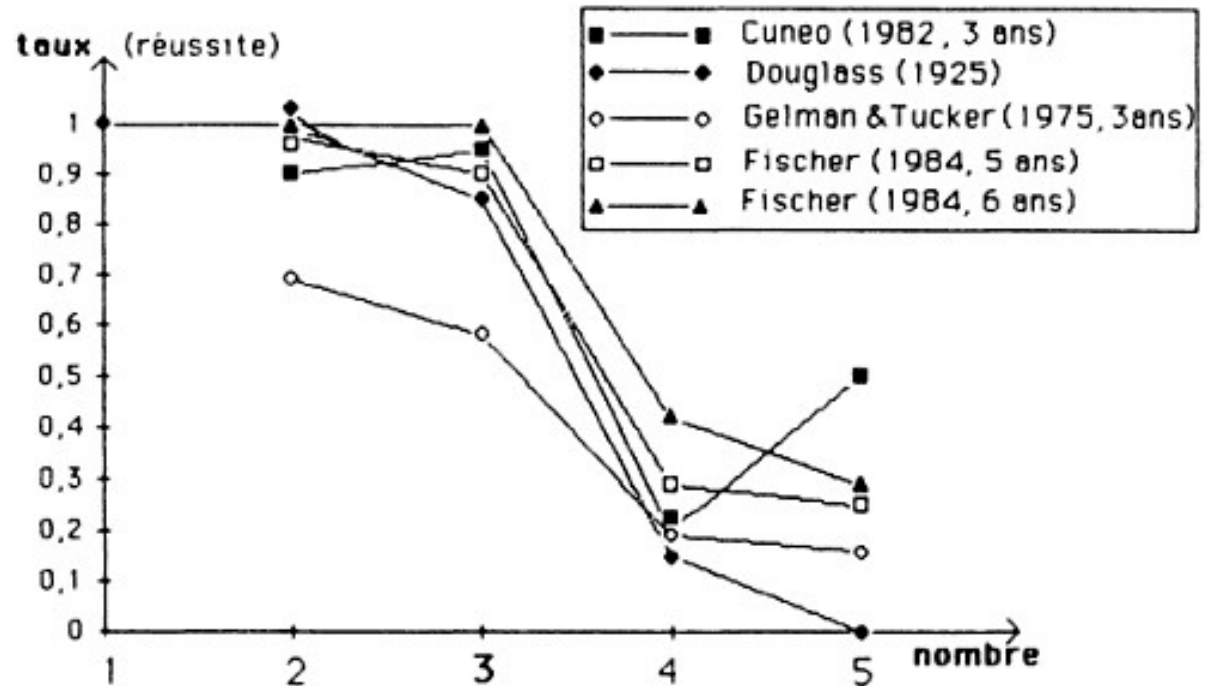


Figure 1 — Taux des réussites en fonction du nombre

Construction du nombre



2 7 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

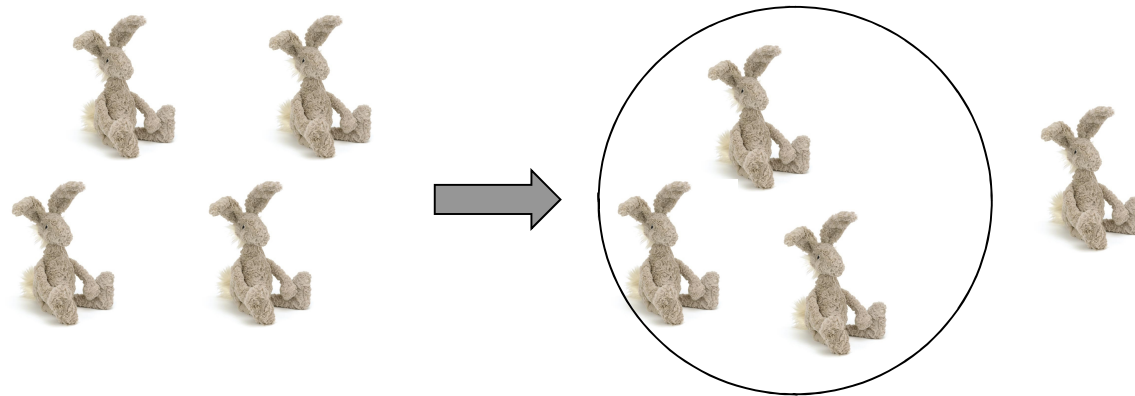
Subitizing

Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

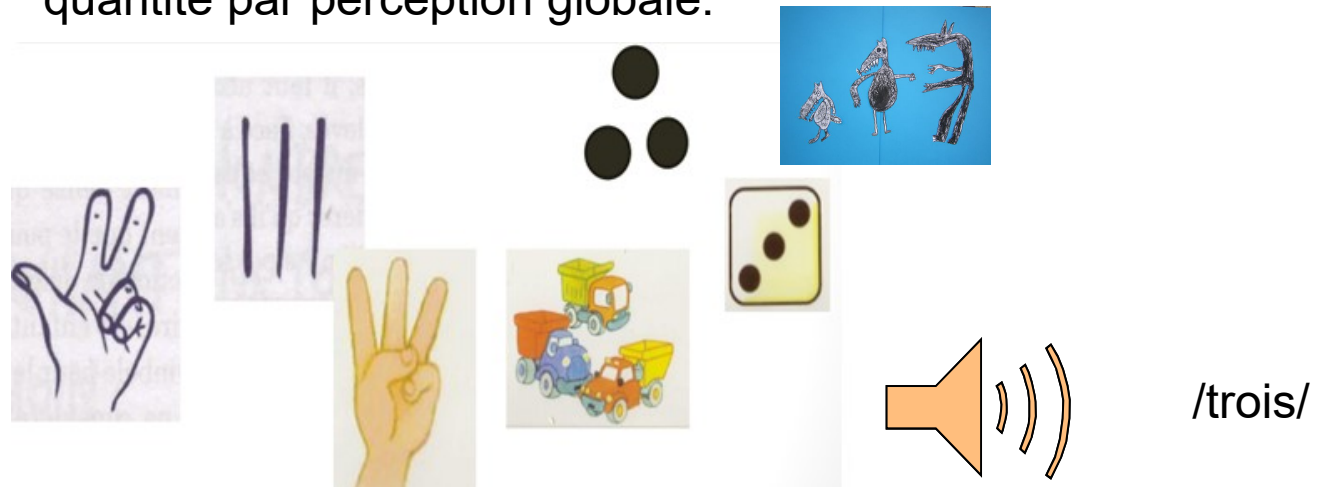
4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

1. Subitizing

C'est sur cette compétence précoce qu'il faut s'appuyer :
4 c'est 3 et encore 1.



Très tôt, l'enfant sait que certaines collections ont la même quantité par perception globale.





2 7 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

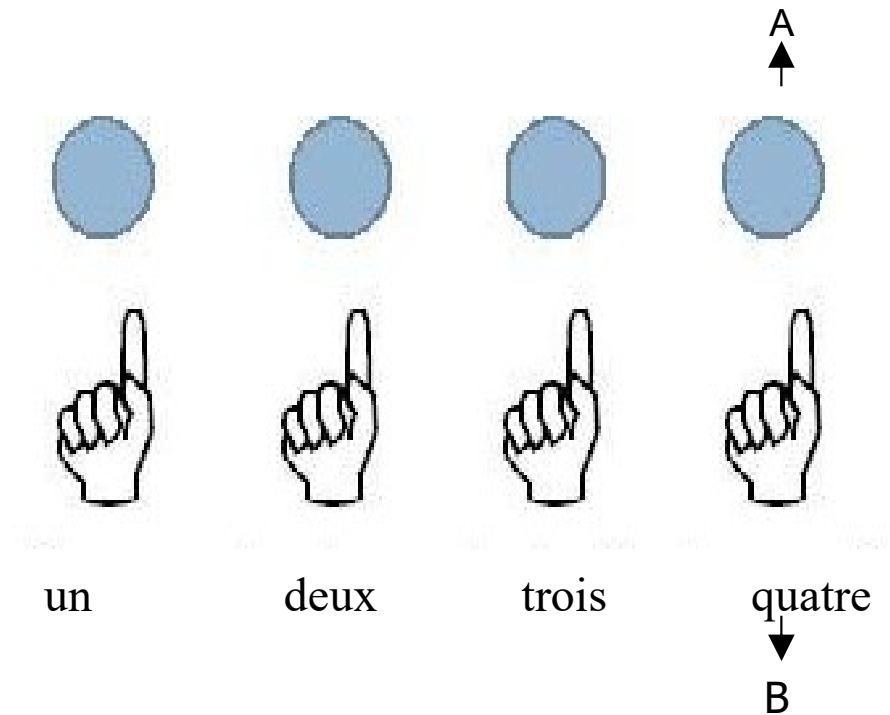
Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

2. Le comptage-numérotage

Apport de la recherche depuis 2008 (Rémi Brissiaud)

OBSTACLE ! confusion entre la représentation de la quantité par **une collection de numéros** et **l'accès au nombre**



Construction du nombre



2 7 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

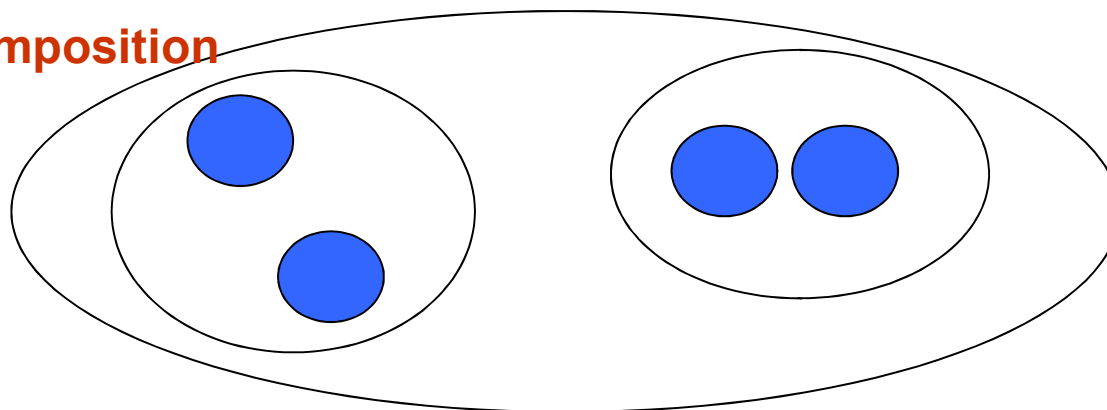
3. Le comptage-dénombrement

Apport de la recherche depuis 2008 (Rémi Brissiaud)

Rôle fondamental de l'accès aux stratégies de :

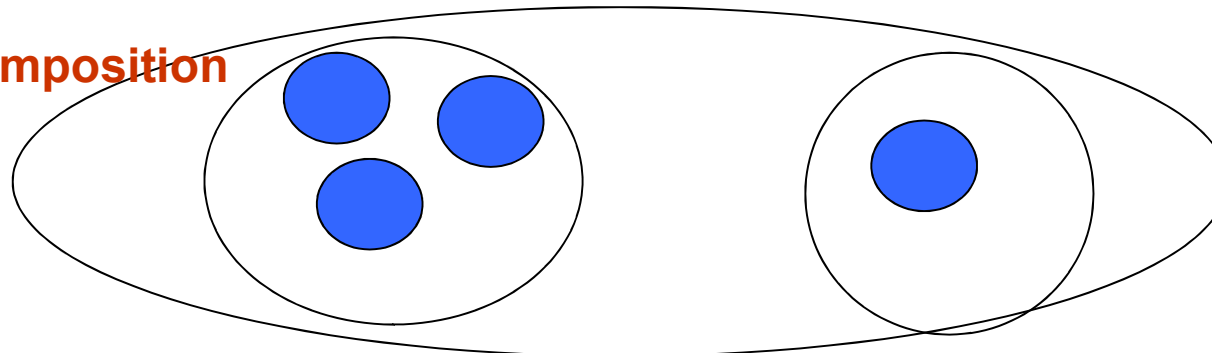
2 et encore 2 : c'est 4

composition



4 c'est : 3 et encore 1

décomposition





Construction du nombre

2 7 3

Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

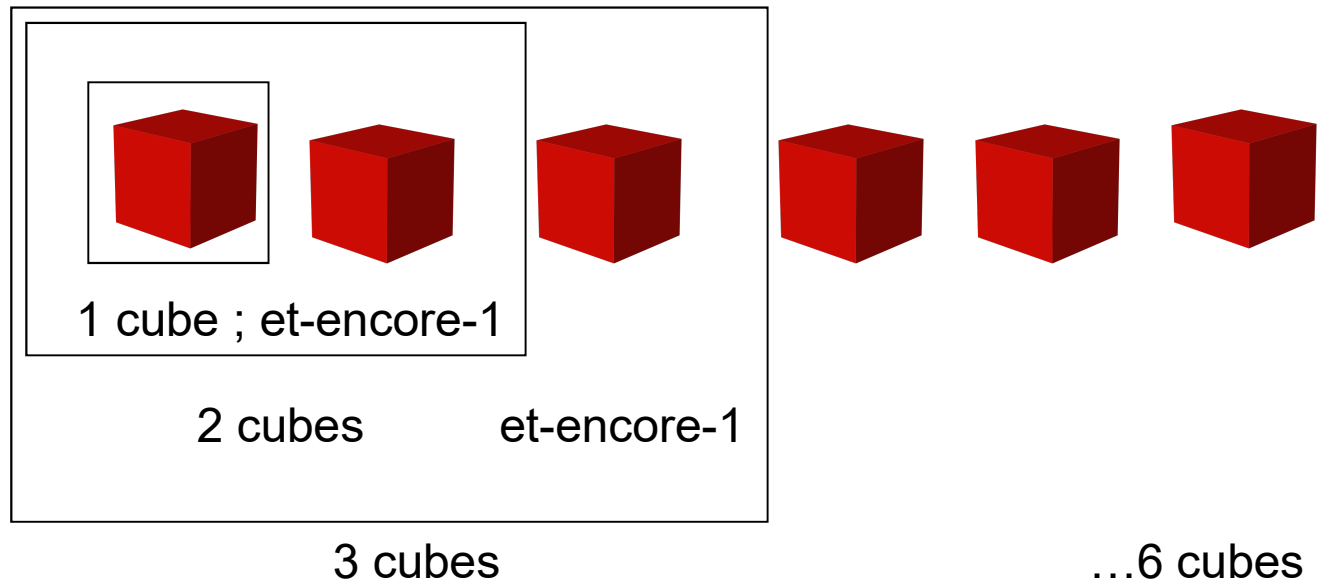
Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

3. Le comptage-dénombrement

Apport de la recherche depuis 2008 (Rémi Brissiaud)

Rôle fondamental de l'accès à ce qu'on appelle l'itération de l'unité :



Seul un tel "comptage-dénombrement" permet d'accéder au « nombre de cubes ».



Construction du nombre

2 7 3

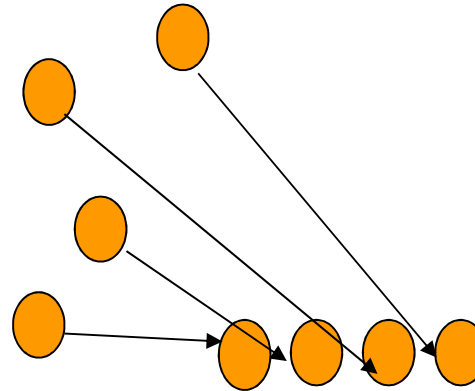
Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à construire ?

Geste professionnel (Rémi Brissiaud)



Si les objets sont **déplaçables**



« un pion »

« et encore un, deux pions »

« et encore un, trois pions »

« et encore un, quatre pions »

Si les objets **ne sont pas déplaçables, on peut les cacher**

« un pion »

« et encore un, c'est deux »

« et encore un, c'est trois »

« et encore un, c'est quatre »

Dans ces deux cas, les mots-nombres utilisés réfèrent à **des quantités** et non à des numéros.



Construction du nombre

2 7 3

Mises au point :

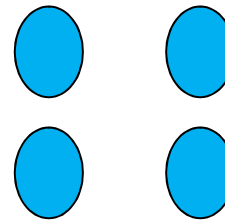
3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

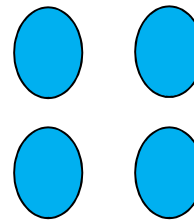
De la perception globale au comptage

Ce travail va permettre : de **conserver l'idée de totalité**



J'en vois 4

Perception globale



1,2,3,4

Comptage

Application du principe cardinal

J'ai compté jusqu'à 4,
ça veut dire qu'il y en a 4

Construction du nombre



2 7 3

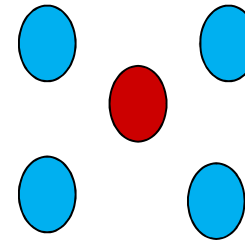
Mises au point :

3. Quelles procédures de dénombrement ?

Subitizing
Comptage-numérotage
Comptage-dénombrement

4. Dénombrer :
quelles compétences à construire ?

De la perception globale au concept de nombre ...vers **la relation** (comparaison et calcul)



5 c'est 4 et encore 1
4 et encore 1 ça fait 5

Pour aller du 4 au 5,
on **ajoute** 1

Pour aller du 5 au 4,
on **enlève** 1

Ce travail permet la comparaison
et la relation entre les différentes pluralités

Construction du
nombre



2 7 3

Mises au point :

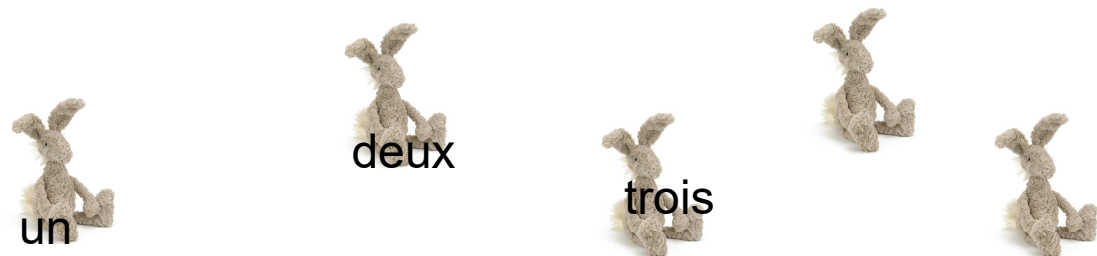
4. Dénombrer :
quelles compétences à
construire ?

4. Dénombrer : quelles compétences à construire ?

LES CINQ PRINCIPES DE GELMAN ET GALLISTEL (1980)

1- Principe de correspondance nombre-objet

Enumérer : un mot par geste, pas plus, pas moins



2- Principe de suite stable

Les mots nombres doivent être toujours récités de la même façon sans ajout, sans oubli

Un, deux, trois, quatre, cinq...

Construction du nombre



2 7 3

Mises au point :

4. Dénombrer :
quelles difficultés ?

3 - Principe de l'indifférence de l'ordre

Les objets peuvent être comptés dans n'importe quel ordre



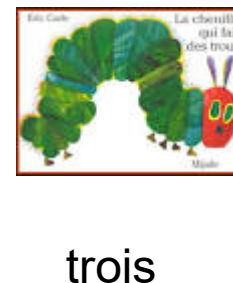
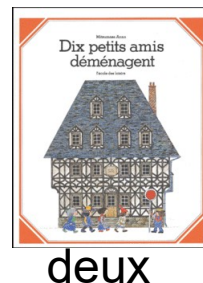
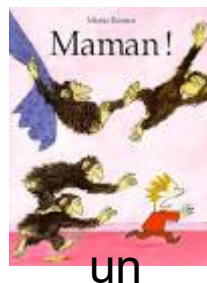
4 - Principe cardinal

Le dernier mot prononcé réfère à l'ensemble



5 - Principe d'abstraction

La nature des objets à compter n'a pas d'importance



Construction du nombre



2 7 3

Comment enseigner le nombre à l'école maternelle ?

ateliers



► situations jouées en classe

Niveau 1 (1 à 3) : Petits suisses-jetons (doigts)

Niveau 2 (1 à 5) : voitures-garages (constellations)

Niveau 3 (1 à 10) : pingouins-îlots (paniers)

Niveau 4 (1 à 10) : bateaux-passagers (1 pour 2)

Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

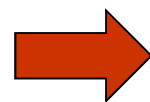
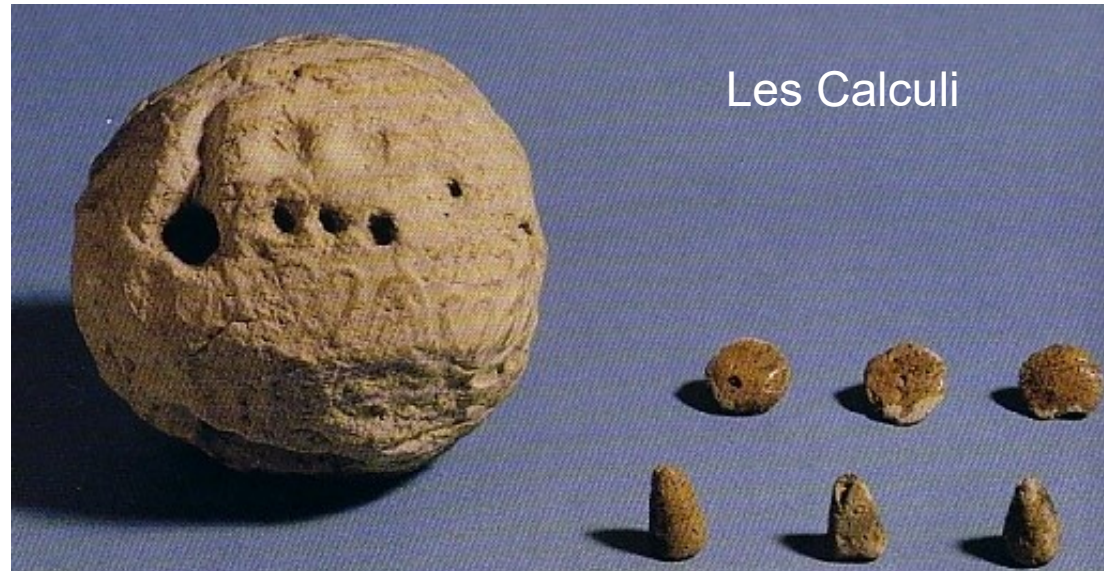
Calculi

conservation de la mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une position

Anticiper

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?



Construction intellectuelle pour faciliter la résolution de certains problèmes pratiques rencontrés.

1. Conserver la mémoire de la quantité
2. Garder la mémoire de la position
3. Anticiper

Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

Calculi

conservation de la mémoire d'une quantité

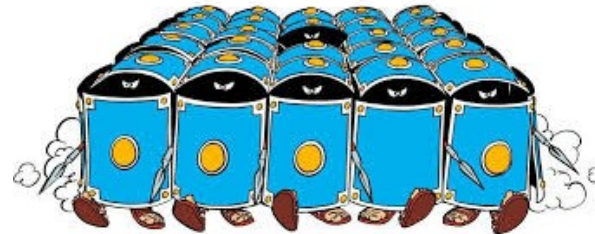
Garder la mémoire d'une position

Anticiper

1. Conserver la mémoire d'une quantité

► besoin d'**évoquer une quantité** sans devoir exhiber la collection correspondante.

Vérifier la stabilité ou non dans le temps d'une quantité.



Effectifs d'une armée entre le début et la fin d'une bataille

Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

Calculi

conservation de la mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une position

Anticiper

1. Conserver la mémoire d'une quantité



► Besoin de **garder une trace d'une collection** dont le cardinal dépend d'une collection donnée et ce, y compris en l'absence de cette dernière. (commerce)

Le nombre est inventé pour éviter la manipulation lorsque celle-ci devient trop pénible. Souci d'économie !

Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

Calculi

conservation de la mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une position

Anticiper

Grandeurs et quantités





Construction du nombre

2 7 3

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

Calculi

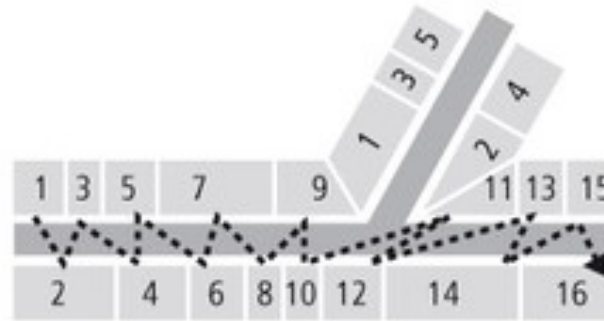
conservation de la mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une position

Anticiper

2. Garder la mémoire d'une position

► besoin de conserver la mémoire d'une position pour :



Reconstituer l'ordre dans lequel étaient rangés des objets

12 Bis

Chambre 342

Repérer un lieu dans un espace



Situer un événement au cours de l'année (listes des jours)

Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

Calculi

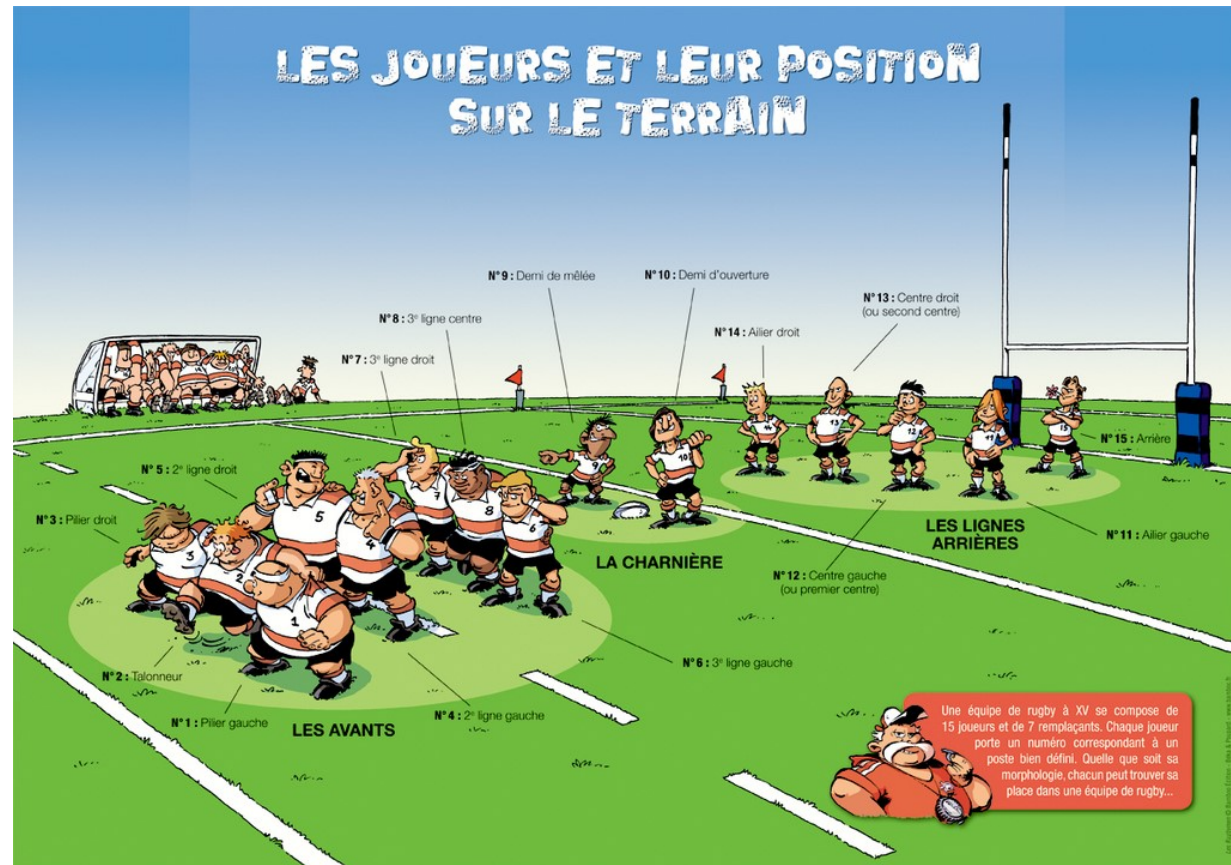
conservation de la mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une position

Anticiper

2. Coder une information

☎ 04 91 17 54 54



Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

Calculi

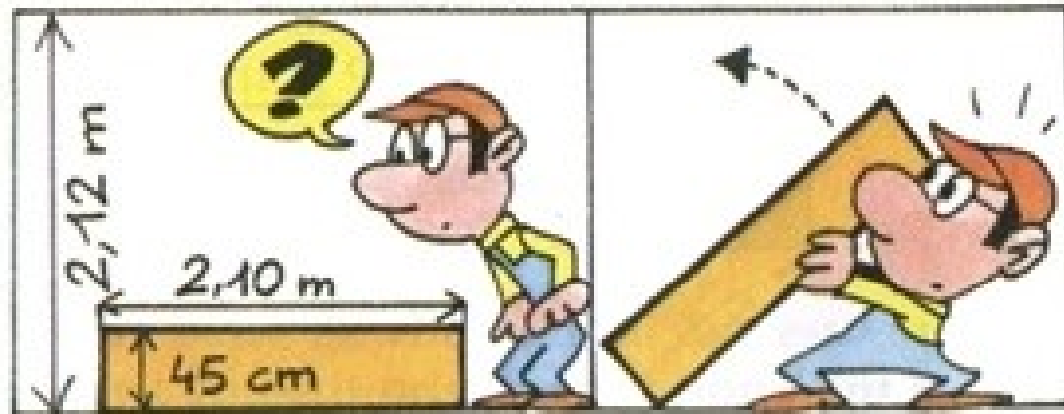
conservation de la mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une position

Anticiper

3. Anticiper

Le nombre va permettre d'anticiper certains résultats relatifs à des collections en l'absence de celles-ci :



Ainsi le concept de nombre permet de **penser le monde** avant d'agir dessus. Le nombre doit servir à se libérer des actions matérielles et à les penser.

Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept du nombre ?

Calculi

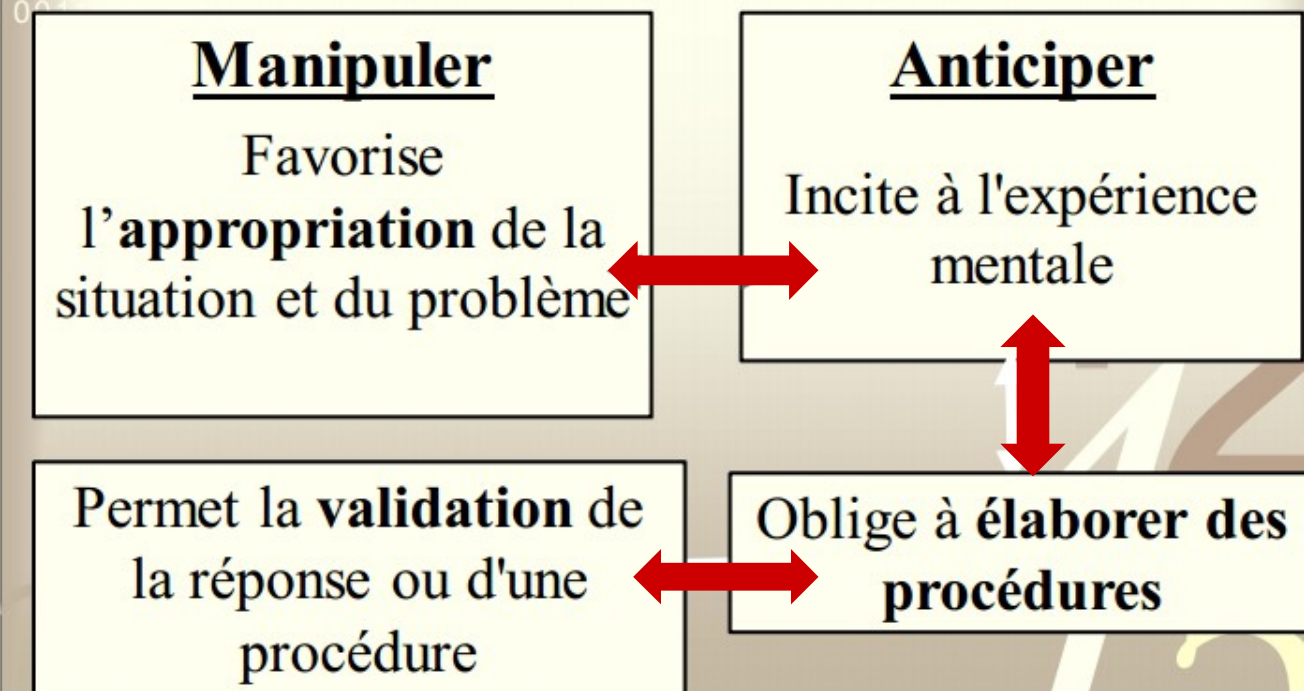
conservation de la mémoire d'une quantité

Garder la mémoire d'une position

Anticiper

ANTICIPER / VALIDER

aspect essentiel de ce type de situation



Construction du
nombre



2 7 3

Pourquoi enseigner le
nombre à l'école
maternelle ?

Pourquoi enseigner le nombre à l'école maternelle ?

Apprendre les outils de pensée construits par
l'homme



Construire l'autonomie des élèves face à des
problèmes pratiques

L'étude des nombres



La résolution de problèmes à l'aide des nombres

Construction du nombre



2 7 3

Pourquoi enseigner le nombre à l'école maternelle ?

L'ifé a repéré
quatre **problèmes sociaux de référence**
transférables à l'école

- 1- mémoriser une quantité
- 2- mémoriser une position
- 3- comparer des collections
- 4- anticiper le résultat d'une action sur une ou plusieurs collections.



habillages

Construction du nombre



2 7 3

Comment enseigner le nombre à l'école maternelle ?



GS - le bus :

situation de référence selon l'Ifé

Construction du nombre

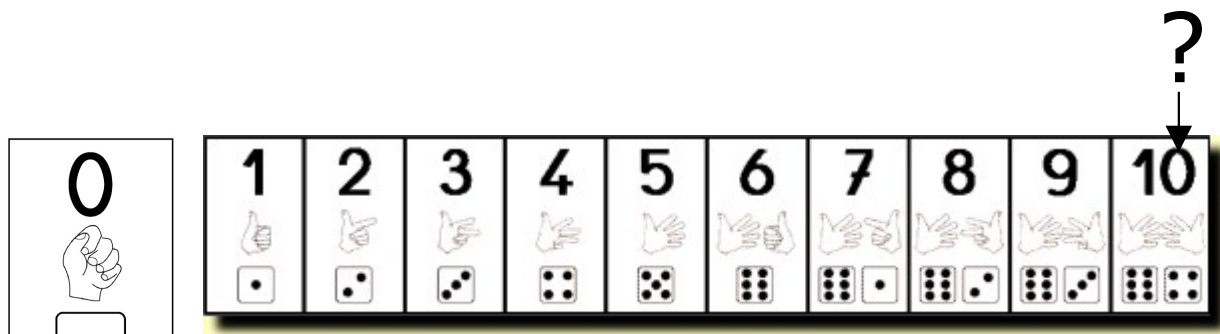


2 7 3

Mises au point ?

Bande numérique
Comptines
Activités ritualisées
Langue maternelle

La bande numérique, quel affichage ?

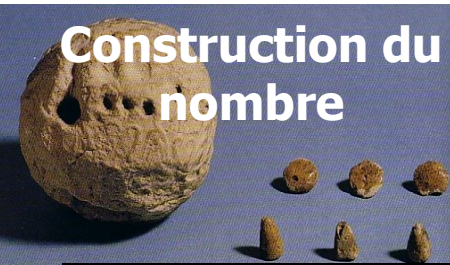


Sac à compter



0 1 2 3 4 5





Construction du nombre

2- chaîne numérique ?

Niveaux d'organisation de la chaîne numérique (selon Fuson)

La chaîne chapelet
(avant 3 ans)

Un savoir par cœur **inutilisable**, un groupe de souffle monobloc, sans représentation mathématique
« Undeuxtroisquatrecinq »

La chaîne insécable
(maternelle)

Chaîne dont la segmentation et sa liaison aux quantités sont conscientes mais qu'on ne peut pas encore dissocier.
L'élève est toujours obligé de repartir de 1 « Un deux trois quatre cinq... »

La chaîne sécable
(maternelle)

C'est quand l'enfant peut établir des liaisons numériques **à partir de n'importe** quel nombre de cette chaîne, dans sa zone stable et exacte.

La chaîne terminale (ou dénombrable)
(fin GS/CP/CE1)

Chaîne totalement malléable et complètement automatisée : elle est **utilisable dans tous les sens**, il n'y a plus de problèmes pour circuler dans cette chaîne.

**Construction du
nombre**



2 7 3

Mises au point ?

Bande numérique

Comptines

Activités ritualisées

Langue maternelle

Classer les comptines

A vous de jouer !

TYPOLOGIE DES COMPTINES

Répétitives sans segmentation	J'ai fait une pirouette, [undeuxtroisquatrecinqsixsept],
Segmentation par 3	[undeuxtrois] nous irons au bois
Segmentation par 2	[undeux] voilà les œufs
Segmentation par 1	[un] nez, [deux] nez, [trois] nez
Cumulative	[un] elle a un œil brun [undeux] elle a des plumes bleues
Anti-cumulative	[undeuxtroisquatrecinqsixsept] j'ai des trous à mes chaussettes, [undeuxtroisquatrecinqsix] j'ai mangé l'écrevisse
À l'envers	Dans la forêt du dolmen vert, il y a [dix] ours qui marchent à l'envers, [neuf] petits daims plein de lumière [...] et [zéro] sorcière
Segmentation par dix	Qui compte jusqu'à dix? C'est Alice ; qui compte jusqu'à vingt? C'est Germain
Augmentation par ajout de plusieurs éléments	J'ai une main, elle a cinq doigts, en voici deux, en voici trois.

Conseils, pistes d'utilisation et exploitation numérique

- L'apprentissage de la comptine numérique est une activité numérique en soi.
- La comptine est :
 - dite et répétée à l'oral
 - mimée, (égrenée, jeux de doigts)
 - vécue corporellement (danse, déplacements ...)
 - illustrée (livres à compter, affiches, productions sonores, vidéos)
 - s'appuie sur des représentations (triple code)

**Construction du
nombre**



2 7 3

Mises au point ?

Bande numérique

Comptines

Activités ritualisées

Langue maternelle

2- Les activités ritualisées, quels objectifs ?

Exemple d'activité ritualisée collège français New-York



Construction du nombre



2 7 3

Mises au point ?

Bande numérique
Comptines
Activités ritualisées
ritualisées
Langue maternelle

Variations de la langue maternelle

“Regarde, il y a trois chats”
“Look, they are three cats^s”

“un chat” - “un chat”
“one cat” - a cat

Lever l’ambiguïté :

Il y a trois chats, deux chats, **un** chat



“Il y a un**e** vache.”
“There is one cow.”

onze - douze - treize

Construction du nombre



2 7 3

Bulletin officiel de l'éducation nationale

Bulletin officiel spécial
n° 2 du 26 mars 2015
**Programme
d'enseignement
de l'école maternelle**

Arrêté du 18-2-2015
J.O. du 12-3-2015



Le nouveau programme 2015

1. Mobiliser le langage dans toutes ses dimensions

2. Agir, s'exprimer, comprendre à travers l'activité physique

3. Agir, s'exprimer, comprendre à travers les activités artistiques

4. Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

5. Explorer le monde

Construction du nombre



2 7 3

Le nouveau programme
2015

Bulletin officiel de l'éducation nationale

Bulletin officiel spécial
n° 2 du 26 mars 2015
**Programme
d'enseignement
de l'école maternelle**

Arrêté du 18-2-2015
J.O. du 12-3-2015



Des malentendus

- Penser / laisser penser que compter c'est dénombrer.
- Imaginer que l'on progresse en augmentant la quantité étudiée.
- Avec les temps d'activités annexes trop importants : découper, coller, compter... qui éloignent des mathématiques, les élèves ne sont plus dans l'acquisition, mais dans l'activité.
- La « perception des nombres » est naturelle, le passage au symbolique ça s'apprend.
- Le principe de la numération décimale n'est à aborder qu'au CP.

Construction du nombre



2 7 3

Le nouveau programme
2015

Découvrir les nombres et leurs utilisations

référence BO point 4.1

Construire le nombre pour exprimer les quantités
(usage cardinal)

Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position
(usage ordinal)

Construire des premiers savoirs et savoir-faire avec rigueur

Stabiliser la connaissance des petits nombres

Construction du nombre



2 7 3

Le nouveau programme
2015

Les attendus à la fin
de l'école maternelle

Les attendus à la fin de l'école maternelle :

Utiliser les nombres

- **Évaluer et comparer des collections** d'objets avec des **procédures numériques ou non numériques**.
- Réaliser une collection dont le **cardinal** est donné. Utiliser le **dénombrement** pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- Utiliser le nombre pour exprimer la **position** d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- Mobiliser des **symboles analogiques, verbaux ou écrits**, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.

Construction du nombre



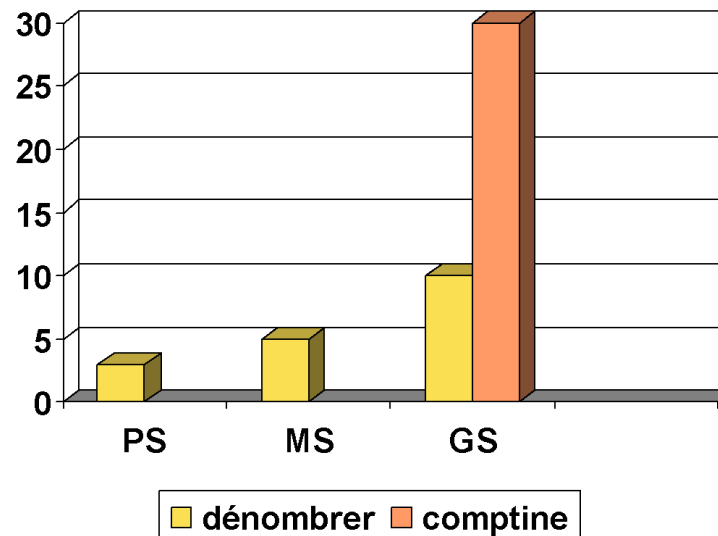
2 7 3

Le nouveau programme
2015

Les attendus à la fin
de l'école maternelle

Étudier les nombres

- Avoir compris que le **cardinal** ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- Avoir compris que tout nombre s'obtient **en ajoutant un au nombre précédent** et que cela correspond à l'**ajout** d'une unité à la quantité précédente.
- Quantifier des collections jusqu'à **dix** au moins ; les **composer et les décomposer** par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- Dire la suite des nombres jusqu'à **trente**. Lire les **nombres écrits en chiffres** jusqu'à **dix**.



Construction du
nombre



2 7 3

Evaluer

Évaluer

Évaluer de manières variées : par des actions, des gestes, des dessins, des photos. L'enseignant ne doit pas chercher trop rapidement les mots et les formulations « canoniques » des adultes.

Viviane Bouysse, IGN : « *Valoriser l'observation en situation comme forme d'évaluation. Développer une approche positive en mettant en valeur d'abord les acquis et les progrès.* »

Construction du
nombre



2 7 3

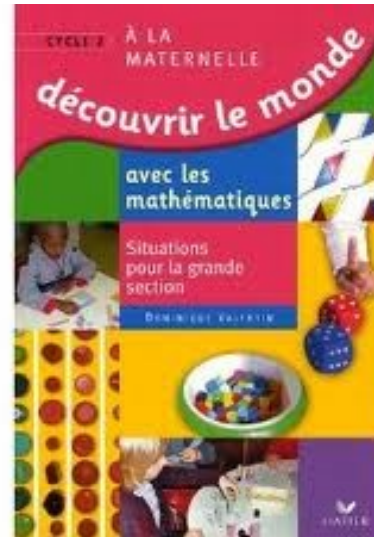
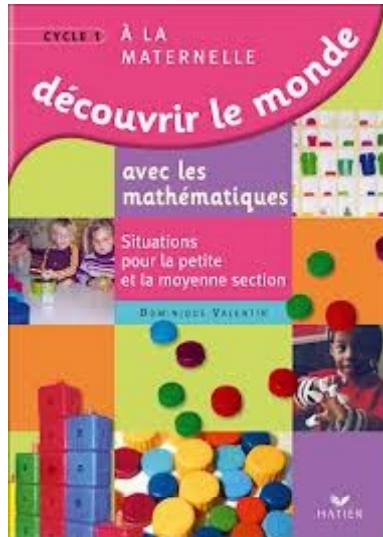
Merci de votre attention

Ce qui compte
ne peut pas toujours être compté,

et ce qui peut-être compté
ne compte pas forcément.

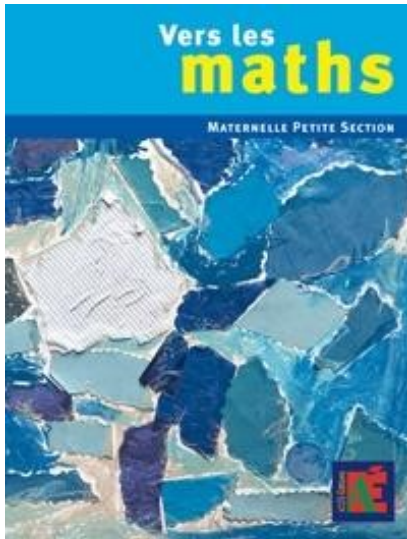
Albert Einstein

Bibliographie

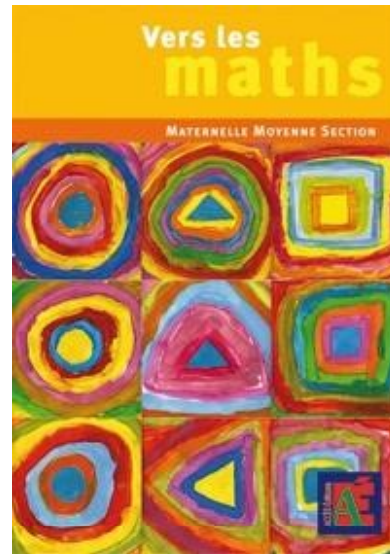


- **Découvrir le monde avec les mathématiques : situations pour la PS et la MS et situations pour la GS, Dominique Valentin, Hatier**

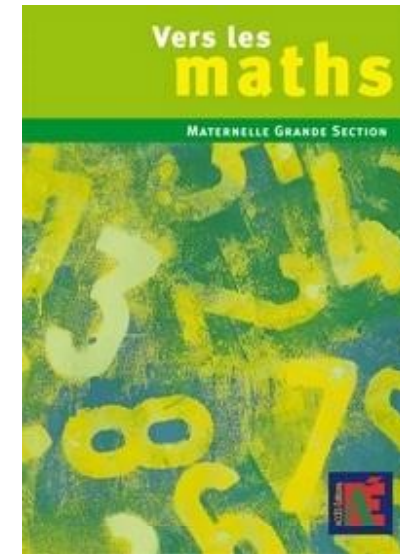
- **Apprentissages numériques et résolution de problèmes,**
- **ERMEL, Hatier**



PS

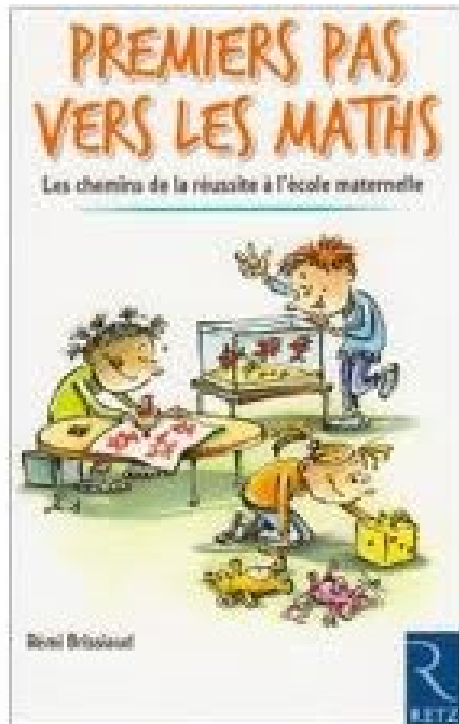


MS

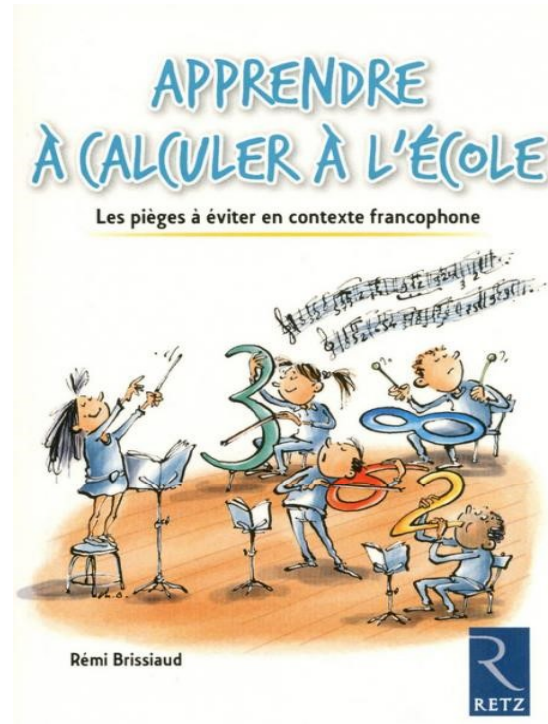


GS

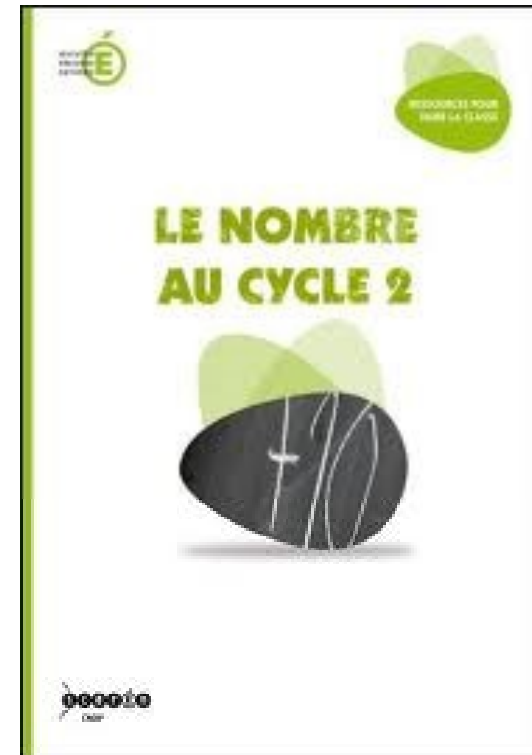
Vers les maths, maternelle, éditions Accès



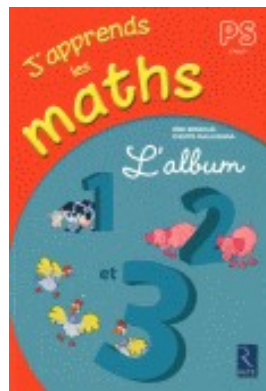
Premiers pas vers les maths – Les chemins de la réussite à l'école maternelle, Rémi Brissiaud, Retz



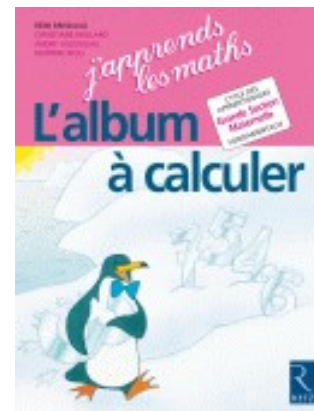
Apprendre à calculer à l'école – les pièges à éviter en context francophone, Rémi Brissiaud, Retz



Le nombre au cycle 2, Mathématiques, Ressources pour faire la classe, SCEREN



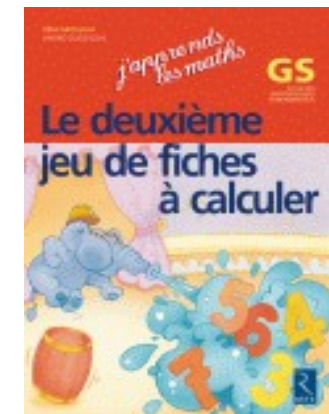
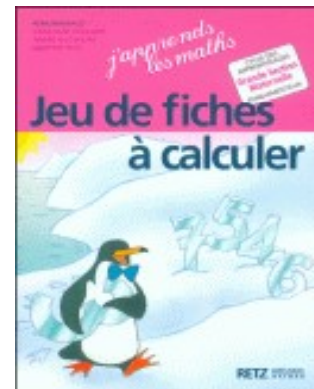
PS



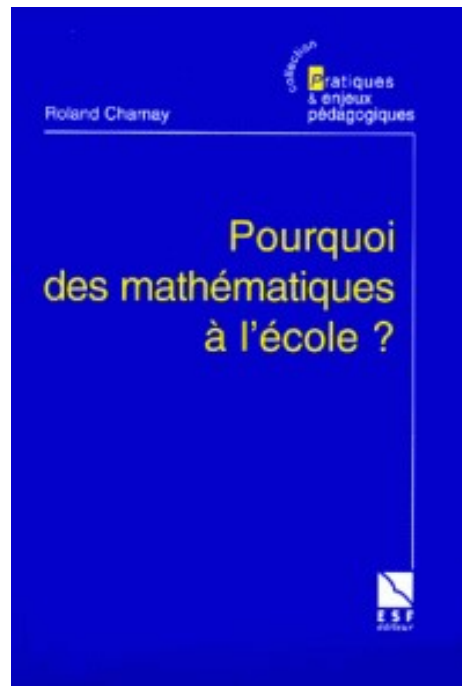
GS



MS-GS



J'apprends les maths, Rémi Brissiaud (PS, MS et GS), RETZ



Pourquoi des mathématiques à l'école ?

Roland Charnay

ESF