



Les bandes colorées

> Description rapide

On veut réaliser des bandes en juxtaposant soit des bandes bleues identiques soit des bandes rouges identiques. Aucune longueur n'est donnée (la référence à des longueurs en cm est écartée), mais les élèves savent que 10 bandes bleues juxtaposées ont la même longueur que 4 bandes rouges.



> OBJECTIFS

- Utiliser les propriétés de linéarité pour résoudre un problème de proportionnalité
- Valider sa solution en mobilisant, mentalement ou expérimentalement, le dispositif matériel proposé

> MATERIEL

- 2 bandes blanches de 30 cm
- 20 bandes rouges de 7.5 cm et 5 bandes blanches recouvertes, chacune, par 4 bandes rouges
- 40 bandes bleues de 3 cm et 5 bandes blanches recouvertes, chacune, par 10 bandes bleues

Les bandes blanches recouvertes de bandes de couleur ont pour but d'alléger le dispositif expérimental : pour réaliser la juxtaposition de 40 bandes bleues, il est plus simple de juxtaposer 4 bandes blanches recouvertes de bandes bleues...

> DEROULEMENT

_____ Première phase _____

- **Etape 1** : Présentation collective

Afficher une bande blanche au tableau et demander à un élève de réaliser une même longueur avec des bandes bleues. En plaçant les bandes bleues sur la blanche, on constate qu'il en faut 10. Même chose avec une deuxième bande blanche et des bandes rouges, on constate qu'il en faut 4.

Pour privilégier la linéarité, placer les bandes ainsi obtenues à côté et non l'une au-dessus de l'autre. Sinon, la comparaison directe pourrait conduire des élèves à se focaliser sur la correspondance $1R=2.5B$, c'est-à-dire un retour à l'unité qui n'est pas l'objectif visé.



Faire verbaliser : « **10 bandes bleues, c'est la même longueur que 4 bandes rouges** » et écrire cette phrase pour mémoire.

▪ **Etape 2** : Recherche individuelle

Annoncer : « *J'ai réalisé une grande bande avec 25 bleues* ». La montrer puis la cacher et écrire au tableau : 25 bleues.

Consigne : « À vous de trouver combien je dois prendre de bandes rouges pour faire une bande de même longueur ».

Les élèves s'expriment par écrit (1/2 feuille A4), puis relever les réponses produites et les classer pour mettre en évidence toutes les réponses différentes.

▪ **Etape 3** : Travail par binômes.

Par binômes, les élèves doivent choisir parmi les réponses celle qui leur paraît correcte et préciser comment on trouve ce résultat, s'ils sont sûrs de leur réponse et pourquoi. Ils complètent le document ci-dessous :

Prénoms : _____
Nombre de bandes rouges : _____
Comment trouvez-vous ce résultat ?
Etes-vous certain que c'est le bon résultat ? Pourquoi ?

Document joint.

▪ **Etape 4** : Mise en commun.

Choisir une feuille dont la réponse est erronée mais avec des explications claires.

Centrer l'attention sur la procédure : « Est-ce que vous pensez que ce qui est proposé est juste ? Pourquoi ? ». Les contre-arguments doivent faire apparaître que dans cette situation. Renouveler la démarche avec les autres erreurs et terminer par la bonne réponse.

Exemples de procédures :

$25 = 10 + 10 + 5$ $4 + 4 + 2 = 10$	$25 = (2 \times 10) + 5$ $(2 \times 4) + 2 = 10$	$10 \text{ B} \rightarrow 4 \text{ R}$ $20 \text{ B} \rightarrow 8 \text{ R}$ $5 \text{ B} \rightarrow 2 \text{ R}$ $25 \text{ B} \rightarrow 10 \text{ R}$
--	---	--

Au tableau, en dessous de : « 10 bleues, c'est la même longueur que 4 rouges »

Écrire : « 5 bleues, c'est la même longueur que 2 rouges »

« 25 bleues, c'est la même longueur que 10 rouges »

_____ Deuxième phase : Reprise du problème _____

- **Étape 1** : Reprise avec un nombre simple : 15.

Proposer la même question que dans la phase 1 (étape 2), mais avec 15 bleues. Les élèves cherchent individuellement.

Une fois mis en commun, écrire : « 15 bleues, c'est la même longueur que 6 rouges »

- **Étape 1** : Reprise avec 40 bleues.

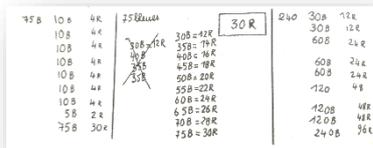
Même scénario qu'à l'étape 1. 40 peut être obtenu de diverses façons à partir des données précédentes : c'est 4×10 ; 8×5 ou $25 + 10$. La bonne réponse est consignée : « 40 bleues, c'est la même longueur que 16 rouges »

_____ Troisième phase : Réinvestissement individuel différencié _____

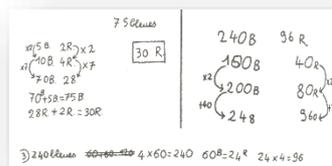
Les élèves cherchent individuellement le résultat pour d'autres nombres : 30B, 75B et 240B pour les élèves en difficultés et 75B, 240B et 395B pour les autres.

Exemples de procédures :

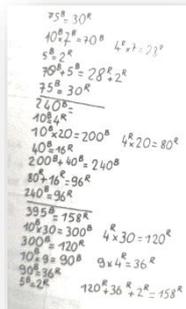
- **Additivité** :



- **Rapports multiplicatifs et addition** :



- **Ou encore** :



Quatrième phase : Évaluation

Proposer une évaluation portant sur la capacité à identifier les procédures correctes et à produire des arguments pour réfuter les procédures erronées. Il s'agit du même contexte (bandes colorées) mais avec une autre équivalence que celle travaillée jusqu'à présent.

Consigne : « Dans une autre classe, les élèves ont fait le même travail mais avec des bandes différentes : ils avaient des bandes bleues comme les nôtres et des bandes vertes. Ils ont constaté que « 10 bleues, c'est la même longueur que 6 vertes » et le maître leur a demandé combien il fallait de bandes vertes pour faire la même longueur que 25 bleues. Voici ce qu'ont écrit 4 élèves. Quelles sont les propositions avec lesquelles tu n'es pas d'accord ? Explique pourquoi. »

10 bleues c'est la même longueur que 6 vertes 25 bleues, c'est la même longueur que vertes	
Réponses des élèves	Réponse vraie ou fausse ? Pour les réponses fausses, explique pourquoi tu penses que l'élève s'est trompé.
<p>Patricia 17 vertes parce que : $25 = (2 \times 10) + 5$ 10 bleues c'est comme 6 vertes $2 \times 6 = 12$ et $12 + 5 = 17$</p>	
<p>Aurélien 21 vertes, j'ai fait : $10 - 4 = 6$ et $25 - 4 = 21$ Il faut enlever 4 partout.</p>	
<p>Cédric 15 vertes 25 c'est 2 fois 10 plus 5 et 15 c'est 2 fois 6 plus la moitié de 6 $(2 \times 6) + 3 = 15$</p>	
<p>Patricia 21 vertes pour aller de 10 à 25 j'ajoute 15 $6 + 15 = 21$</p>	

Document joint.

Mise en commun pour que l'évaluation soit formative.